A ELABORAÇÃO E VALIDAÇÃO DE CONJECTURAS EM GEOMETRIA COM O AUXÍLIO DO CABRI-GEOMÈTRE

Paulo Humberto Piccelli - UFMS

Marilena Bittar - UFMS

RESUMO: Neste artigo vamos relatar uma parte de uma pesquisa de mestrado em andamento sobre a elaboração e validação de conjecturas em Geometria por alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Esta investigação se dá por meio de uma Engenharia Didática, elaborada com base na Teoria das Situações Didáticas, e para a análise utilizamos Níveis de Prova de Balacheff para estudar como o aluno irá efetuar a validação dos problemas propostos. Partiremos da hipótese que a utilização de um software auxilia os alunos na elaboração das conjecturas. O software escolhido é o Cabri-Géomètre e o objeto matemático trabalhado é: ângulos inscritos em uma circunferência, suas propriedades e teoremas. A parte do trabalho que iremos relatar neste artigo é a execução de uma seqüência didática experimental que chamaremos aqui de Seqüência Piloto, realizada em de Novembro de 2008. A seqüência foi elaborada em duas sessões, a primeira com seis atividades elaboradas para que os alunos tivessem uma familiarização com o software. A segunda, composta de quatro atividades em que os alunos basicamente precisaram fazer a construção e a manipulação com o software, o que deveria oportunizar a análise de estratégias de elaboração e validação de conjecturas pelos alunos. Apesar de não ser comum àqueles alunos a demonstração em sala de aula, tivemos alguns indícios de demonstrações que se fossem trabalhadas por mais tempo, provavelmente teria uma evolução para níveis mais sofisticados de argumentação. Essa experiência também foi de muita valia, pois apontou alguns itens a serem observados para a elaboração e execução da seqüência final desta pesquisa.
Palavras Chave: Geometria. Conjecturas. Validação. Cabri-Géomètre.

Introdução

Já faz alguns anos que os professores se deparam com uma nova forma de dar aulas. Além de quadro e giz, o professor agora também está utilizando o computador: a informática está sendo inserida nas escolas e está surgindo uma nova tendência. Não só em Matemática, mas em qualquer disciplina encontram-se professores que estão sendo incentivados a utilizar esta nova ferramenta, que agora está disponível na maioria das escolas públicas e particulares de Campo Grande.

A informática foi inserida nas escolas, mas quem está preparado para utilizar? Como utilizar esta ferramenta a favor da aprendizagem e do conhecimento? Essas são questões que me motivaram a sair em busca das respostas. A tecnologia da informação está cada vez mais presente nas escolas, porém como utilizá-las em sala de aula é uma discussão que está praticamente ausente da maioria dos cursos de formação inicial (BITTAR, 2000 e BRANDÃO, 2005).

Nesse cenário, diversas questões sobre o uso da informática aplicada à educação e, em especial, à educação matemática são postas. Como professores de matemática, e conhecendo algumas das possibilidades de uso da tecnologia no que tange a aprendizagem da matemática, além, das dificuldades dos alunos em aprender essa ciência nos interessamos em investigar, inicialmente, como a informática poderia contribuir com o processo de aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aluno. Levando em conta de que estaremos propondo momentos para que o aluno tenha uma certa autonomia sobre o aprendizado, iremos investigar também quais são as conjecturas que estes alunos conseguirão elaborar e quais serão as estratégias para a validá-las. Assim, definimos abaixo os objetivos dessa pesquisa.

Objetivos

Investigar a elaboração e a validação de conjecturas em Geometria por alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Queremos criar algumas situações onde o aluno seja um pequeno investigador e a partir da construção e manipulação de figuras com o *software* Cabri-Géomètre consiga **elaborar** e **validar** conjecturas. Trata-se de alunos do Ensino Médio de uma escola privada do município de Campo Grande; o conteúdo escolhido é o estudo de ângulos inscritos na circunferência.

Para atingir nosso objetivo geral, definimos os seguintes **objetivos específicos**:

- ✓ Investigar a utilização do Cabri-Geomètre para a elaboração de conjecturas em Geometria;
- ✓ Investigar dificuldades dos alunos para a elaboração e validação de conjecturas sobre ângulos inscritos em uma circunferência.
- ✓ Identificar, analisar e classificar as diferentes estratégias que o aluno utiliza para validar uma conjectura de acordo com os Níveis de Prova de Balacheff (1988);

Iremos utilizar o Cabri como ferramenta, e não como objeto de estudo, pois pretendemos que o aluno possa utilizar a dinamicidade do *software* para explorar o máximo possível a construção e observar suas variações. A partir dessas observações esperamos que os alunos possam elaborar algumas conjecturas sobre as ações, de forma que ele consiga conjecturar o teorema que está por trás da construção. De uma forma ou de outra o aluno estará "seguindo os passos" do cientista que elaborou aquele teorema. Sabemos que conjectura é uma suposta verdade, mas que ainda não foi provada e no nosso trabalho os alunos estarão desafiados a conjecturar teoremas que já foram provados e não há nenhuma dúvida sobre sua veracidade, mas são desconhecidos para os alunos, por isso neste caso é uma conjectura para o aluno, pois para ele ainda não está provado o que ele está percebendo em sua construção.

Sabemos, pela literatura consultada, LEANDRO (2006) que os alunos não estão acostumados a demonstrar teoremas o que gera muita dificuldade para o aluno em elaborar e realizar validações. Dessa forma estaremos verificando quais são as dificuldades que os alunos irão apresentar para fazer essa demonstração e quais serão os tipos de demonstrações utilizadas pelos alunos tentando classificá-los de acordo com os quatro níveis de prova de Balacheff: O Empirismo Ingênuo, Experimento Crucial, Exemplo Genérico e Experimento Mental (Balacheff, 1988).

Queremos propor ao aluno situações em que ele possa aprender de forma autônoma. Escolhemos a Geometria por se tratar de um assunto que os alunos apresentam muita dificuldade para o aprendizado, mas, também, por ser um campo propício para a elaboração de conjecturas. Já faz muito tempo que escutamos que a Matemática é a matéria que mais traz dificuldades para o aprendizado e isso vem se tornando alvo de várias pesquisas nos últimos anos e em particular a Geometria. Pesquisadores tentam encontrar o motivo desse fracasso na aprendizagem da Matemática e também alternativas para transformar esse fracasso em algum sucesso.

Na história dos Livros Didáticos brasileiros temos que desde Lacroix (1805) a Geometria era colocada ao final do livro, o que se estendeu até poucos anos atrás. Esse ato praticamente condenou o ensino da Geometria, pois durante muito tempo ela veio sendo deixada de lado nos currículos. De fato, geralmente o professor ensinava por último e "se desse tempo" porque esse professor também aprendeu dessa forma. Hoje temos um movimento que está justamente trabalhando ao contrário dessa idéia, a Geometria não aparece mais nos livros didáticos como último capítulo fazendo com que o professor a trabalhe durante o decorrer do ano, o que acaba sendo um desafio para o professor, pois ainda existem alguns professores que aprenderam a Geometria com o método antigo.

Temos, além disso, como hipótese que o *software* escolhido auxilia na elaboração de conjecturas por se tratar de uma geometria dinâmica; em que o aluno pode movimentar as construções e visualizar melhor as propriedades da figura.

Referencial Teórico

Como na nossa pesquisa iremos investigar a elaboração e validação de conjecturas em Geometria por alunos do Ensino Médio, vamos trabalhar então com a aprendizagem. Para explicar o que é aprendizagem, vamos tomar com base o que Jean Piaget diz.

Jean Piaget (1972) faz um paralelo entre *desenvolvimento* e *aprendizagem*. Diz que o desenvolvimento é um processo espontâneo ligado ao processo genético de desenvolvimento do organismo da criança, e a aprendizagem ocorre quando a criança é provocada por situações em que ela precisa pensar e elaborar novas estratégias para resolver um problema, "o desenvolvimento explica a aprendizagem". (PIAGET, 1972).

Piaget afirma que conhecimento não é fazer uma cópia do objeto, mas poder transformar o objeto e entender esta transformação. Ele explica melhor citando quatro fatores, os quais quando apresentados isoladamente não são suficientes para que ocorra desenvolvimento: Maturação, Experiência Física, Transmissão Lingüística, Social ou Educacional e Equilibração.

Nós acreditamos que aprendizagem se dá segundo o que Piaget nos traz, quando propõe que o aluno seja ativo para a construção do conhecimento. No caso da nossa pesquisa, precisamos elaborar situações que coadunem com o que diz Piaget. Por esse motivo, utilizaremos a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1986).

Essa teoria foi desenvolvida pelo professor e pesquisador Guy Brousseau, ela trata especificamente sobre o saber matemático, ou seja, a aprendizagem da Matemática, diferente de outras teorias em que o objetivo é a aprendizagem em geral. Segundo Freitas (2008, p. 78), "Brousseau desenvolveu um tratamento científico do trabalho didático, tendo base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios". É uma teoria onde estão envolvidos o professor, o aluno e o saber matemático e fica a cargo do professor elaborar um *meio* para que o aluno se envolva na construção do saber matemático. "Meio é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age." (FREITAS, 2008, p. 79).

Como nosso objetivo é levar o aluno a elaborar conjecturas, devemos constituir o meio para que o aluno consiga atingir o objetivo esperado.

A partir do momento que o professor cria um meio que leve o aluno a constituir um conhecimento de certo conteúdo matemático, de forma que o aluno não seja responsável por este conhecimento, este professor estará agindo de uma forma denominada por Brousseau como uma *situação didática.* Seria uma situação em que o professor fica responsável em transmitir o conhecimento para o aluno, sendo assim, o aluno apenas seguiria o modelo apresentado. Brousseau define situação didática como:

> (...) um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU, 1986, p. 8):

A situação adidática é de alguma forma um modo de o professor fazer com que os alunos “sigam os passos” dos cientistas que conseguiram desenvolver a teoria de certo conteúdo matemático. Desta forma o aluno se torna responsável pelo conhecimento, que não será transmitido pelo professor, mas construído pelo aluno. É claro que levar os alunos a conjecturar em pouco tempo teorias que provavelmente demoraram-se anos, décadas e algumas até séculos, não é tarefa fácil para o professor. Para isso é necessário que o professor proponha uma situação onde possa ocorrer uma *devolução*, ou seja, devolução nesse caso está ligada à resposta do aluno quanto ao problema proposto pelo professor. É necessário que o aluno aceite o problema, nesse caso o aluno está fazendo parte do desafio proposto e é interagindo com este desafio que se possibilita a aprendizagem. Para que a nossa proposta tenha sucesso, será um desafio para o pesquisador elaborar uma seqüência didática que seja possível para o aluno resolver as questões, essas que terão de ser elaboradas pensando nos conhecimentos prévios do aluno. Caso isso ocorra e o aluno aceite o problema como sendo dele, então dizemos que houve a devolução e, Brousseau classifica essa situação de adidática.

> Uma situação adidática se caracteriza essencialmente pelo fato de apresentar determinados momentos no processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor. (FREITAS, 2008, p. 84).

Uma situação adidática ocorre sempre que acontece a devolução por parte do aluno, ou seja, este toma para si a responsabilidade da resolução do problema. Para que ocorra o aprendizado neste caso é preciso que o aluno pesquise, desta forma o professor não precisa interferir diretamente, pois, o aluno consegue adquirir o conhecimento de forma autônoma. No nosso caso o pesquisador irá apresentar a seqüência para o aluno e deixar que ele mesmo faça suas tentativas, certas ou erradas, sem que haja muita interferência do pesquisador ou do professor. Por isso o desafio de criar uma seqüência que possa permitir essa autonomia por parte do aluno.

Depois de experimentar e formular vamos ver se é possível o aluno conseguir demonstrar aquilo que ele formulou. Não basta apenas elaborar mecanismos para resolução do problema, é necessário que verifique se estes mecanismos são válidos para certo tipo de problemas e problemas semelhantes onde seja utilizado o mesmo mecanismo para a resolução. Ao final de todo o processo, o professor entra com a institucionalização que é um processo didático, em que, o professor irá fazer um apanhado de tudo o que foi feito durante a sessão e fazer um fechamento do assunto.

Para que possamos verificar as validações dos alunos iremos nos utilizar como um segundo referencial, a Tipologia de Prova de Nicolas Balacheff (1988). Para esse autor existe uma diferença entre *explicação:* que é um discurso onde se deixa claro a validade de uma proposição, *prova*: acontece quando uma explicação é aceita por uma comunidade e *demonstração:* que é considerado pelo autor como um nível mais alto de prova, pois é uma prova aceita pela comunidade Matemática.

Balacheff em seu trabalho categoriza os níveis de prova de uma forma que cada nível depende do tipo de prova que vai das provas pragmáticas, conceituais até alcançar o nível de demonstração. Os quatro níveis são:

- ✓ -*Empirismo ingênuo:* Quando é dada uma afirmação com base em apenas alguns casos. É considerado o primeiro passo no processo de generalização.
- ✓ -*Experimento Crucial:* Quando é dada uma afirmação com base em uma proposição após a verificação para um caso especial.
- ✓ -*Exemplo Genérico:* Quando é dada uma afirmação com base em uma proposição após a manipulação de alguns exemplos de uma forma que esses exemplos fiquem com uma característica que possa ser representante de um conjunto de objetos.
- ✓ -*Experimento mental:* Quando é dada uma afirmação com base em uma proposição de forma genérica. Nesse caso, o texto da prova indica generalidade e advém de uma tentativa de revelar uma classe de objetos.

Referencial Metodológico

A idéia principal da nossa pesquisa é elaborar situações que levem o aluno a trabalhar de forma autônoma, ou seja, criar situações adidáticas. Para isso precisamos definir como serão elaboradas essas situações. Pensando nisso optamos pela Engenharia Didática (ARTIGUE, 1990), pois ela nos dá, além do modelo de elaboração, também o modelo de análise destas situações.

A Engenharia Didática é uma metodologia que foi criada para fazer a análise de situações didáticas que por sua vez tem como objeto de estudo a Didática da Matemática. Esta metodologia é geralmente utilizada quando a pesquisa tem uma parte experimental.

Diferencia-se de outras pelo tipo de validação que ela utiliza: a validação é interna, ou seja, fazendo uma comparação entre *análise a priori* e *análise posteriori* [21]. Neste caso o aluno é comparado com ele mesmo, ou seja, é analisado o desenvolvimento dele no decorrer dos trabalhos. Diferentemente da metodologia utilizada por outras ciências em que a

---

[21] Caso o leitor queira obter maiores informações sobre a Engenharia Didática recomendamos a leitura de: ARTIGUE, M.. *Ingénierie didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9, n°3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

validação é externa: ocorre quando existe um *grupo experimental* e um *grupo controle,* ao final compara-se o resultado dos dois grupos.

Aplicação e Análises da Seqüência

Foi escolhida uma turma do primeiro ano do Ensino Médio regular de uma escola privada do município de Campo Grande. O que influenciou a decisão foi a pequena quantidade de alunos na turma, apenas onze, pois nesse caso poderíamos trabalhar com toda a turma. Dentre os sujeitos um não participou da aplicação da seqüência porque faltou nos dias da aplicação, tendo assim dez sujeitos divididos em duas duplas e dois trios. O motivo de não ter sido formado cinco duplas é que tínhamos apenas quatro computadores em condições de uso. As duas sessões foram executadas em dois dias, cada dia com a duração de dois tempos de cinqüenta minutos durante o horário de aula da turma. A sessão 01 realizada no dia 04 de Novembro de 2008 foi composta por seis atividades para que os sujeitos conhecessem e manipulassem o software, nessas atividades estavam centrados apenas os comandos que os sujeitos iriam utilizar na sessão seguinte; A sessão 02 realizada no dia 05 de Novembro de 2008 foi elaborada para que os sujeitos pudessem fazer a construção e a manipulação da figura, e pudessem assim vivenciar as situações de *ação, formulação* e *validação* (Brousseau, 1986).

Não foi feito nenhum diagnóstico prévio com os sujeitos para testar o conhecimento deles sobre o tema matemático. Pela grade curricular da escola o tema, Ângulos Inscritos na Circunferência, é tratado no nono ano do Ensino Fundamental, então teoricamente é um assunto já visto, porém, pelas conversas que tivemos percebemos que os alunos não viram este assunto, portanto seria algo novo para o conhecimento deles. Outro assunto também desconhecido dos sujeitos era a validação de um teorema: de fato, provas e demonstrações é algo que eles também não estão acostumados a fazer, e raramente presenciam um professor fazendo uma demonstração durante as aulas de Matemática. Outro fator novo para os sujeitos era o *software,* pois também nunca tiveram um contato com o *software* antes da experimentação. Por isso fizemos a primeira sessão com atividades de familiarização. Essas atividades não serão analisadas, pois as dificuldades que possam aparecer com a utilização do *software* não fazem parte dos objetivos dessa pesquisa. Portanto iniciaremos as análises após a construção estar completa e correta.

Na Sessão 02 temos a primeira atividade que, resumidamente, pedia para os sujeitos construírem um triangulo qualquer, classificá-lo quanto aos lados e, em seguida, medir dois ângulos internos e o ângulo externo ao terceiro. Em seguida, concluir e validar que a soma das medidas dos ângulos $B\hat{A}C$ e $A\hat{B}C$ resulta na medida do ângulo $B\hat{C}D$ (figura 01).

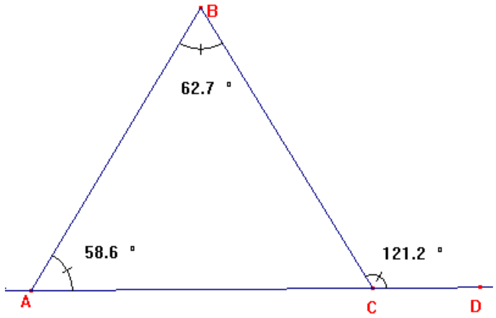

figura 01

Como variável nesta atividade temos que o sujeito pode ter dificuldade em perceber a propriedade entre os ângulos, ou seja, perceber somente que há uma variação nas medidas mas não perceber a propriedade principal da atividade, ou seja, que a soma das medidas de $B\hat{A}C$ e $A\hat{B}C$ resulta na medida de $B\hat{C}D$, pois o *software* traz o valor dos ângulos com uma casa decimal dessa forma dificultando efetuar o cálculo mentalmente e por causa de aproximações nas casas decimais pode ocorrer uma diferença de um décimo de grau de ângulo nos valores finais. Quanto à validação é esperado que os sujeitos utilizem da estratégia de um Empirismo Ingênuo, pois não estão acostumados a validar teoremas. Por exemplo, utilizar-se de alguma calculadora ou até mesmo calcular mentalmente a soma dos ângulos internos e registrarem apenas com uma simples redação o que fizeram.

Durante a realização da atividade percebemos que os sujeitos não conseguiram visualizar a propriedade, sendo assim ninguém conseguiu relatar a relação entre os ângulos conforme o registro de uma dupla: *Os três lados são de tamanhos diferentes!!! Os ângulos mudaram conforme os vértices se movimentaram!!!*. Diante disso fomos obrigados a fazer um momento didático, pois era preciso explicar o resultado final desta atividade para os alunos para que eles percebessem o que estava sendo pedido nas atividades seguintes. Mostramos com a calculadora do *software* que somando-se os ângulos internos obtínhamos como resultado o ângulo externo, e movimentando a figura tínhamos que o resultado da soma na calculadora se alterava também ficando sempre igual ao ângulo externo. Após isso o pesquisador fez a demonstração desse teorema utilizando como base o teorema das paralelas cortadas por transversais.

A atividade 02 (figura 02) consistia em construir uma circunferência e nela construir o ângulo central e o ângulo inscrito, ambos com um dos lados sobre o diâmetro da circunferência, esperava-se que os alunos pudessem conjecturar e validar que o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito. Neste caso é menos provável que os sujeitos teriam dificuldade em encontrar o resultado esperado, pois acabaram de verificar uma relação entre ângulos e provavelmente irão procurar nesta atividade 02 uma relação semelhante à atividade 01. Mesmo com uma validação apresentada aos sujeitos é de se esperar que alguns ainda precisem de mais tempo para amadurecer a sua argumentação, ou seja, podemos esperar alguns registros que não tenham relação com o objetivo da atividade.

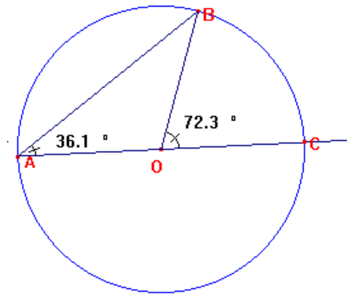

figura 02

Como variável temos novamente o valor do ângulo dado pelo software com uma casa decimal e por causa de aproximações nas casas decimais pode ocorrer uma diferença de um décimo de grau de ângulo nos valores finais. Como estratégias, os sujeitos podem utilizar-se da calculadora do software para apresentar algum resultado com uma pequena redação ou perceber que o triângulo AOB é isósceles. Com isso os ângulos $B\hat{A}O$ e $A\hat{B}O$ são congruentes, podendo assim utilizar o resultado da atividade 01 para mostrar que a soma dos dois ângulos iguais resulta no ângulo central, portanto o ângulo inscrito é o dobro do central.

Durante a realização desta atividade percebemos que uma dupla, AD e IG, conseguiu verificar e fazer uma validação classificada por Balacheff (1988) como Empirismo Ingênuo, o registro da dupla foi: *pegamos o ângulo $B\hat{O}C$ e subtraimos o valor do ângulo $B\hat{A}O$ e o resultado deu o mesmo valor do ângulo $B\hat{A}O$.* Outra dupla, AP e LN, tentou utilizar o resultado do teorema anterior, mas sem conseguir chegar na conclusão esperada desta atividade, eles mediram o ângulo $A\hat{B}O$ e registraram o seguinte: *Observamos que a soma dos ângulos internos é igual a do ângulo externo.*

As atividades 03 e 04 foram completadas somente pela dupla AD e IG, a atividade 03 tinha o mesmo objetivo que a atividade 02, com uma mudança apenas na construção, pois desta vez os lados dos ângulos não estão sobre o diâmetro da circunferência, o que se torna uma variável para o problema (figura 03) além das mesmas variáveis da atividade 02.

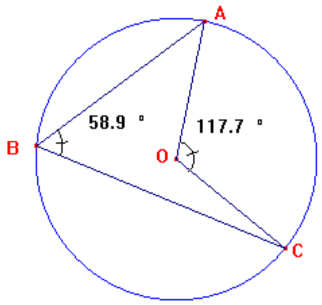

figura 03

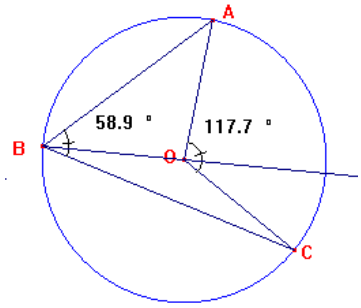

figura 04

Como estratégias, os sujeitos podem utilizar-se da calculadora do software para apresentar algum resultado com uma pequena redação. Outra estratégia seria traçar uma semi-reta com origem em *B* e passando por *O*, dessa forma obtendo dois triângulos isósceles e recaindo no resultado da atividade 02.

Nesta atividade verificamos que a dupla AD e IG conseguiu visualizar a propriedade e de uma forma semelhante à atividade 02 fez a validação, o registro desta dupla foi: *CÔB* - *CÂB* = *CÂB.* Desta vez a dupla não fez uma redação apenas colocou de uma forma Matemática o que eles conjecturaram, novamente sendo classificada no Empirismo Ingênuo de Balacheff (1988).

A atividade 04 se baseia no teorema que afirma que "todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo" (figura 05). Neste caso a variável é o sujeito perceber que o ângulo central *AÔB*, é um ângulo raso. O que pode dificultar essa conclusão é que durante os passos da atividade não foi pedido para medir esse ângulo fazendo com que os sujeitos tivessem que visualizar isso por conta própria.

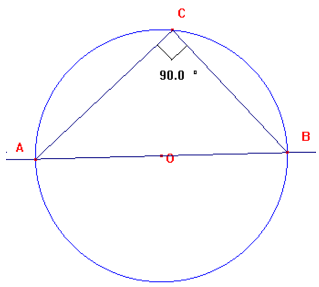

figura 05

As estratégias para a solução deste problema envolvem principalmente o que foi visto nas atividades anteriores. Caso o sujeito perceba que o ângulo central *AÔB* é raso e o ângulo inscrito $A\hat{C}B$ é metade de *AÔB*, então $A\hat{C}B$ é reto, conclusão da atividade 02. Outra estratégia é o aluo tentar provar passando uma reta pelo vértice C, paralela ao lado $\overline{AB}$ e seguir os passos da demonstração que o pesquisador fez na institucionalização da atividade 01.

Desta vez tivemos uma demonstração pela dupla AD e IG, em que elas conseguiram verificar a relação entre o ângulo central e o inscrito, dessa forma efetuando o seguinte registro: *de acordo com as atividades anteriores, o ângulo ACB é a metade do ângulo AÔB. O ângulo ACB é sempre 90º por que o ângulo AÔB é sempre 180º* . Com esse relato podemos perceber uma evolução na argumentação chegando ao Experimento Crucial. Claro que se tivéssemos mais tempo e uma seqüência maior poderíamos avançar até que os alunos cheguem ao nível mais alto de prova segundo Balacheff (1988).

Conclusões Finais

Depois desta experiência, identificamos alguns aspectos relevantes para a elaboração da seqüência principal da nossa pesquisa de Mestrado, além de encontrar também presentes em outros trabalhos e pesquisas relacionadas ao tema.

Pela literatura consultada vimos que: Uma seqüência de familiarização com o *software* é imprescindível, pois vimos que alguns alunos não o conheciam fazendo com que se perca muito tempo durante as primeiras atividades da seqüência (SOUZA 2001); Em cada atividade as frases têm que ser curtas e bem objetivas um número de informações muito grande cansa o sujeito (SOUZA 2001);

De acordo com a experimentação concluímos que: cada sessão deve ter duração de dois tempos de aulas de 50 minutos e não ultrapassar duas horas, pois não é um tempo muito longo que os alunos cansem e é suficiente para a realização de mais de uma atividade; É interessante, após cada sessão ou até mesmo ao final de cada atividade fazer uma institucionalização, para que os alunos possam compartilhar entre si os resultados obtidos, as conjecturas formuladas e as validações e ao final o pesquisador fazer um fechamento podendo até mesmo mostrar a demonstração matemática para que os alunos possam conhecer como se faz uma prova. Estes são aspectos que iremos levar em consideração na elaboração da seqüência principal da nossa pesquisa de Mestrado que se realizará no primeiro semestre de 2009.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M.. *Ingénierie didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9, n°3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

BALACHEFF, N. *Une étude des processus de preuve en Mathématique chez les élèves de collège.* Tese de Doutorado. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1988.

BITTAR, M. *Informática na Educação e formação de Professores no Brasil*. **Revista Série-Estudos**: Periódico do Mestrado em Educação da UCDB, Campo Grande, 2000.

BRANDÃO, P. C. R. *O uso de software educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 2005.

BROUSSEAU, G. *Fondements et Méthodes de la didactique des mathématiques*, RDM, Pensée Sauvage, Grenoble, 1986.

FREITAS, J. L. M. *Situações Didáticas.* In: *Educação Matemática: uma introdução*. (org.) SILVA, D. A. São Paulo: EDUC, 3ª ed. rev. 2008.

LEANDRO, EDNALDO JOSÉ. *Um Panorama de Argumentação de Alunos da Educação Básica: O Caso do Fatorial*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2006.

MACHADO, S. A. *Engenharia Didática.* In: *Educação Matemática: uma introdução*. (org.) SILVA, D. A. São Paulo: EDUC, 3ª ed. rev. 2008.

PIAGET, J. *Desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução Paulo Francisco Slomp. Título Original: *Development and learning*. In: LAVATELLY, C. S. e STENDLER, F. *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972.

SOUZA, Maria J. A. *Informática Educativa na Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, CE. 2001.