

UMA ANÁLISE DAS TÉCNICAS UTILIZADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS DO PRIMEIRO GRAU, EM TRÊS SESSÕES DE ESTUDO.

Anderson Soares Muniz

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este artigo faz parte de uma pesquisa em andamento do Programa de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação Matemática, Curso de Mestrado. Nossa pesquisa procura descrever as praxeologias didáticas e matemáticas adotadas pelos alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, da Escola Municipal João Evangelista Vieira de Almeida. Refere-se à resolução de problemas que podem ser resolvidos por meio de uma equação do primeiro grau. Os problemas utilizados nas sessões de estudo foram retirados da coleção *Tudo é Matemática*, do autor Luiz Roberto Dante. Procuramos descrever a produção escrita dos sujeitos envolvidos na pesquisa, destacando organizações praxeológicas. Na primeira parte do texto apresentamos algumas noções da teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard, que subsidiou nossas análises referentes às organizações Didáticas e Matemáticas. Na segunda parte dedicamos aos procedimentos metodológicos adotados nas sessões de estudo. Finalmente apresentamos nossas análises através de tabelas e um diálogo envolvendo o aporte teórico desta pesquisa, e a produção dos sujeitos. Estão aqui também os objetos ostensivos e não ostensivos presentes nas atividades matemáticas selecionadas nas sessões de aplicação e, finalmente, as análises resultantes, dos momentos de estudos que envolveram a produção dos alunos. Entendemos que a discussão aqui iniciada abre espaço para uma outra questão não menos importante: Como conceber propostas de ensino e aprendizagem que permitam aos alunos se envolverem na atividade matemática?

PALAVRAS-CHAVE: Praxeologia. Organização Praxeológica. Momentos de estudo.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Toda atividade matemática que tenha por objetivo aprendizagem ou o ensino de um determinado conceito matemático pode ser avaliada por diversos ângulos, indicando a complexidade de tal empreitada. Buscamos ao longo deste trabalho colocar em evidência alguns dos elementos que compõem essa complexidade, sobretudo, as praxeologias adotados pelos alunos. Nosso objetivo é: Analisar as técnicas utilizadas por alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, propostos em um livro didático dos anos finais do Ensino Fundamental.

Os problemas foram retirados do livro *Tudo é Matemática*, do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, referente ao estudo de equações do primeiro grau com uma incógnita. E para atingir este objetivo pretendemos descrever as praxeologias presentes na resolução dos alunos. A seguir, conduzimos nossa análise com base nos elementos do referencial teórico.

TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Para Chevallard (2001, p.50), “um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar”, ou seja, não dá para estudar Matemática sem pensar em modelos que permitam interpretar, analisar e descrever as questões ou conceitos que estão ligados ao saber matemático. Ressaltamos que a atividade matemática é específica do ser humano e que ele, por sua vez, na busca do conhecimento matemático, realiza uma atividade de modelagem matemática, sobre a qual, a seguir e à luz da teoria, serão feitas algumas considerações.

Nesse sentido, concordamos com Chevallard (2001, p.54), quando ele afirma que [...] “a atividade matemática consiste em resolver problemas a partir de ferramentas matemáticas que já conhecemos e sabemos utilizar”. Temos consciência de que, para o estudo dessa disciplina tão presente na sociedade, seja ela moderna ou não, o homem, enquanto ser pensante e criativo, desenvolveu a atividade matemática. E para destacar o que é uma atividade matemática, transcrevemos o seguinte parágrafo:

Partindo da constatação de que o aspecto didático é sempre denso no aspecto matemático, ou em outros termos, de que a atividade matemática pressupõe sempre uma atividade de estudo, propusemos recentemente uma outra maneira de conceber a Didática da Matemática como *ciência do estudo e da ajuda do estudo das questões matemática* (Bosch, Chevallard 1999 p.77) [Tradução nossa]

No que se refere ao nosso objeto de estudo, e aqui me exponho como professor, ressaltamos que, o texto acima, quando fala que a atividade matemática, exige uma atividade de estudo. Assim, ao pesquisarmos as técnicas de resolução utilizadas pelos alunos, pretendemos observar como eles organizam os momentos de estudo e, registram tais técnicas. Ainda mais, pretendemos verificar como os alunos utilizam a Matemática já conhecida, na resolução dos problemas.

A presença da Matemática na escola é, portanto, segundo esses autores, uma consequência natural de sua utilização na sociedade, isto é, a escola faz Matemática, ou deveria fazer, para atender a uma necessidade social, e nessa dialética entre escola, sociedade e saber matemático é que os aspectos didáticos assumem um papel decisivo no estudo dos saberes intrínsecos dessa ciência.

Vale esclarecer que nosso interesse nesse processo, de construção do conhecimento matemático, é entender como ele se dá e quais as transformações que estão envolvidas. Pretendemos destacar as seguintes noções que compõem uma praxeologia matemática ou didática, assinaladas por Chevallard (1999) como: *tipos de tarefas, tipos de técnicas, tecnologia e teoria*. Tanto o professor como o aluno, cada um dentro de sua área de atuação,

confrontam-se diariamente com tarefas (T) ou problemas. Para a resolução deles, utilizam-se de técnicas (τ) de estudo ou técnicas (τ) didáticas que, por sua vez, são justificadas por uma tecnologia (θ) que remete a uma reflexão sobre uma teoria (Θ) que de tal forma justifique tal tecnologia (θ). A seguir, iremos fazer algumas reflexões sobre esses termos.

Toda prática institucional está delimitada por **Registros de Linguagens** específicas, sejam elas de natureza matemática ou não; os objetos matemáticos e a sua *função* na atividade matemática são reconhecidos por Chevallard (1999) como objetos: ostensivos e não ostensivos. Os dois tipos de objeto servem sempre a uma instituição, seja ela o livro didático, o professor ou o saber matemático; o surgimento deles não depende de uma única pessoa. Outro fator importante neste contexto é a existência de uma dialética entre ambos, pois, ao manipular, um ostensivo traz um ou diversos não ostensivos, que não são manipuláveis pelo ser humano. Essa especificidade da manipulação dos objetos ostensivos é comum da prática Matemática. A abordagem antropológica que estamos propondo, segundo os autores, descreve, portanto, um modelo de atividade matemática que interliga os objetos em uma, ou em várias organizações praxeológicas.

As situações presentes no processo de estudo são denominadas, por Chevallard (1999), de **Momentos de Estudo** ou momentos didáticos, tendo-se que: o primeiro é o encontro com a Organização Matemática, que pode ocorrer diversas vezes, e não necessariamente na primeira parte da aula. O segundo é a exploração do tipo de tarefa e, em consequência, a elaboração de uma técnica que permita resolvê-la. O terceiro é a construção do entorno tecnológico-teórico referente à técnica adotada, ou o conjunto de todas as técnicas ligadas à tarefa proposta. O quarto é o trabalho com a técnica que, a partir de então, pode ser melhorada ou tornar-se confiável. O quinto é o momento de institucionalização, que tem por objetivo descrever a organização matemática. O sexto é a da avaliação, a apresentação de um balanço da validade do que foi aprendido, colocando-se à prova a organização matemática.

A ETNOGRAFIA NA PESQUISA

Neste trabalho, buscaremos, por meio da pesquisa do tipo etnográfico, entender a maneira como os alunos desenvolvem suas técnicas na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, e quais os caminhos escolhidos. Caminhos que buscam, na etnografia, instrumentos para o sucesso da pesquisa. Sendo o tipo etnográfico uma pesquisa qualitativa, espera-se que, por meio da observação, possamos explicar como ocorre a aprendizagem da Matemática, no entendimento aluno. Entre os instrumentos utilizados na pesquisa etnográfica

está, primeiramente, a observação participante, com o objetivo de interpretar o contexto do aluno, no intuito de retratar a realidade completa e profunda. André nos lembra que:

[...] técnicas etnográficas de observação participante e de entrevistas intensivas, é possível documentar o não documentado, isto é, desvelar os encontros e desencontros que permeiam o dia-a-dia da prática escolar, descrever as ações e representações dos seus atores sociais, reconstruir sua linguagem, suas formas de comunicação e os significados que são criados e recriados no cotidiano de seu fazer pedagógico. (2007, p. 41)

Como continuamos trabalhando durante o desenvolvimento da pesquisa, sendo esta realizada nas turmas em que ministramos aulas de Matemática, a observação participante permitiu-nos a entrada também como pesquisador no processo, sem contar que não houve necessidade do período de adaptação com os sujeitos. As anotações, referentes aos diálogos entre pesquisador e alunos foram feitas por nós, e também por uma intérprete que, por auxiliar um aluno deficiente auditivo, colocou-se à nossa disposição para fazer anotações da dinâmica das sessões de aplicação.

Quanto aos procedimentos de aplicação, separamos algumas tarefas do livros didático que elegemos para análise, depois propusemos aos alunos que as resolvessem com a utilização de diferentes técnicas. De posse desse material, foram feitas as análises das praxeologias presentes nas técnicas adotadas pelos alunos. Ressaltamos, também, que os alunos trabalharam em grupos. Sendo, assim, ocorreram interações e diálogos entre pesquisador e alunos. Nesse contexto, entendemos que a dinâmica de aplicação pode refinar nossa análise para encontrarmos alguns elementos da teoria ou da tecnologia usados na resolução dos problemas para, então, estruturar as organizações didáticas e matemáticas presentes nos momentos de estudo dos alunos, com o olhar da TAD.

ANÁLISE DAS SESSÕES DE ESTUDO

4.1 Análise da primeira sessão

Optamos por trabalhar com o tipo de tarefa nomeada *resolver um problema*, nosso intuito era agrupar todas as demais tarefas cujo enunciado leva o aluno a *resolver um problema que solicita explicitamente a determinação de números, envolvendo uma ou mais operações fundamentais da aritmética e os conceitos de números consecutivos, dobro, triplo, quádruplo e quádruplo*. Para atender a esse tipo de tarefa propusemos aos alunos o seguinte problema: *Quais são os dois números consecutivos cuja soma é igual a 527?*

Dentre todas as produções dos alunos foram escolhidas as resoluções que demonstraram clareza e objetividade. Dessa forma, apresentamos a análise de três organizações praxeológicas que permearam as produções de três grupos de alunos. e que,

dentre as diferentes técnicas de resolução apresentadas, elas carregam organizações praxeológicas distintas.

Ao analisar a produção dos alunos, identificamos 42 organizações praxeológicas diferentes, sendo que, desse total, 20 organizações se referem à técnica algébrica, 15 à técnica aritmética, 6 à técnica de decomposição e apenas uma à técnica de tentativa. Cabe ressaltar que aplicamos a tarefa para três salas de aula na mesma data, em horários pertencentes ao mesmo período, e, para efeito de análise, estamos chamando a reunião de toda a produção coletiva dos alunos, independente da sala de aula a que pertence, de primeira sessão de aplicação e análise. A partir de então, quando nos referirmos a uma sessão, serão elas denominadas primeira sessão, segunda sessão, e assim por diante. Por uma questão de praticidade, denominamos os três grupos de G_1 , G_2 e G_3 . Cabe, ainda, ressaltar que nossa análise foi baseada nos elementos efetivamente produzidos pelos alunos nos seus respectivos grupos. E para visualizarmos as técnicas empregadas nos respectivos grupos selecionados, destacamos a seguinte tabela.

Passos	Técnica τ_1	Técnica τ_2	Técnica τ_3	Elementos tecnológicos e teóricos
1	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	<ul style="list-style-type: none"> • Conceito de equação do 1º grau; • Conceito de incógnita; • Princípios aditivo e de equivalência; • Resolução de uma equação do 1º grau. • Conceito de número consecutivo; • Algoritmo da divisão;
2	Reduz-se a equação a forma $ax = c$;	Reduz-se a equação a forma $ax = c$;	Reduz-se a equação a forma $ax = c$;	
3	Resolve-se a equação, isolando-se o valor x , que é um dos números procurados;	Dividi-se c por a , utilizando o algoritmo da divisão;	Dividi-se c por a , utilizando fração;	
4	Subtrai-se do número fornecido (527) o valor de x ;	Com o valor obtido no passo anterior escreve-se o consecutivo referente ao número encontrado;	Escreve-se o consecutivo do número encontrado.	
5	Conclui-se que os dois números procurados são x e $x + 1$.	Adiciona-se ao valor de x o seu consecutivo $x + 1$.		
Tabela comparativa das técnicas utilizadas pelos grupos por ocasião da primeira sessão de aplicação				

Na τ_1 , ao montarem a equação com os dados fornecidos de maneira correta, fica claro que os alunos do grupo G_1 conseguiram atribuir a um dos valores desconhecidos o valor x , e ao seu consecutivo $x + 1$, igualando a soma dos números desconhecidos ao valor fornecido. A técnica empregada pelo grupo G_2 foi semelhante à do grupo G_1 , com pequena diferença em alguns passos já descritos anteriormente. Em relação ao grupo G_3 , os alunos também montam a equação de maneira correta, passando a resolvê-la como pode ser observado na tabela. Após essas descrições referentes às técnicas empregadas pelos alunos, é importante que se

aprofundem as discussões sobre as organizações praxeológicas concernentes ao domínio de estudo equações do primeiro grau, considerando-se que, para a resolução de uma equação, são necessários alguns pré-requisitos que, em nosso entendimento, são os elementos tecnológicos e teóricos que justificam as diferentes técnicas.

Retomando as resoluções, quando pensamos na técnica empregada pelos alunos, é possível vermos que todos optaram pela resolução por meio de uma equação do primeiro grau. Se nos detivermos por alguns instantes, contudo, perceberemos que eles optaram por caminhos diferentes, e até por articulações entre as soluções algébrica e aritmética. Isso representa, especificamente, as praxeologias didáticas que analisaremos a partir de agora.

Quanto aos registros de linguagem utilizados por eles, percebeu-se, que os alunos utilizaram os registros algébricos, aritméticos e o registro na língua materna. No decorrer da sessão e nos registros dos alunos, percebemos a presença de alguns momentos de estudo, sendo eles, a exploração do tipo de tarefa e a elaboração de uma técnica, o momento do primeiro encontro, ou reencontro, ocorreu porque vários alunos estavam envolvidos na resolução; alguns até queriam ficar mais tempo tentando encontrar outras soluções.

Quanto ao momento de avaliação da técnica, percebemos que, quando os alunos do grupo G_2 fizeram a verificação, possivelmente os outros alunos estavam presenciando esse momento. Dentre todos os momentos de estudo vivenciados por esses alunos, na observação, percebe-se o envolvimento dos grupos, na *exploração do tipo de tarefa*, ou o conhecido segundo momento se fez presente.

4.2 Análise da segunda sessão

A segunda sessão da pesquisa foi aplicada no dia 09 de junho de 2009, em duas salas do 8º ano A e B, as salas de aula foram divididas em oito grupos de três ou quatro alunos. O enunciado do problema foi o seguinte: *Francisca tinha certa quantia em dinheiro e ganhou de sua mãe o dobro do que tinha. Com isso cada uma ficou com R\$ 186,00. Quanto de dinheiro cada uma tinha no início?* Segundo nosso entendimento, esse problema pertence ao mesmo tipo de tarefa anterior. Entendemos que esse tipo de tarefa pertence à rotina escolar dos alunos, assim como a tarefa enunciada anteriormente. Essa tarefa, aparece com certa frequência, ou seja, solicita-se aos alunos que resolvam tarefas em cujo enunciado se pergunta a quantia de certo número de personagens, com pequenas variações na redação, mas que, no fundo, têm a mesma finalidade: atender à cultura escolar que, em certo ponto, exige dos alunos a aplicação de conceitos matemáticos em problemas ditos “contextualizados”.

De um modo geral, observamos que um dos grupos utilizou uma técnica aritmética com representação no domínio de estudos correspondente ao conjunto dos Números

Racionais, mais especificamente com o auxílio de frações, enquanto o outro grupo utilizou a mesma técnica aritmética no domínio de estudo referente ao conjunto dos Números Naturais, e isso pode ser comprovado com a seguinte tabela.

Passos	Técnica $\tau_1 G_1$	Técnica $\tau_2 G_1$	Técnica $\tau_3 G_2$	Elementos tecnológicos e teóricos
1	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta o algoritmo da adição com o valor fornecido, somando ele com ele mesmo;	Dividiram o valor fornecido por três, dessa forma foi possível encontrar o valor de Francisca;	<ul style="list-style-type: none"> • Conceito de equação do 1º grau; • Conceito de incógnita; • Princípios aditivo, multiplicativo; • Resolução de uma equação do 1º grau. • Conceito de dobro; • Algoritmo da divisão; • Conceito de fração; • Conceito de números racionais; • Conceito de proporcionalidade; • Princípio de equivalência de frações.
2	Reduz-se a equação a forma $ax = c$;	Escreve duas frações correspondentes a $\frac{5}{6}$ a parte da mãe e $\frac{1}{6}$ a parte de Francisca.	Multiplicaram o valor encontrado por dois, para saber quanto a mãe deu a filha;	
3	Resolve-se a equação, isolando-se o valor x (62), que é a quantia que Francisca tinha inicialmente;	Em seguida é escrito a quantia proporcional a cada fração obtida anteriormente, que são as quantias procuradas.	Verificaram se os valores encontrados correspondiam à quantia fornecida;	
4	Multiplica-se o valor de x por dois, para obter o dobro de x (124);		Somaram o dobro do valor encontrado inicialmente com a quantia fornecida.	
5	Adiciona-se ao dobro de x o valor fornecido inicialmente (186), encontrando a quantia da mãe de Francisca.			

Tabela comparativa das técnicas utilizadas pelos grupos por ocasião da segunda sessão de aplicação

Na técnica τ_1 , foi montada a equação com os dados fornecidos de maneira correta, considerando a resolução de uma equação do primeiro grau, ao reduzi-la à forma $ax = c$ e, em seguida, dividir o valor de c por a de imediato, foi obtido o valor de x , que era o valor de Francisca. Verificamos que, para encontrar a quantia da mãe, eles decidiram recorrer às operações de multiplicação e adição. Em relação aos registros de linguagem, é possível ver que a linguagem algébrica foi utilizada com clareza; na parte do registro numérico, percebemos que, ao efetuar a adição, eles tiveram o cuidado de registrar todo o procedimento.

No que diz respeito à organização didática, é possível perceber que esse grupo apenas descreveu o que foi feito. Ou seja, mudaram do registro algébrico e numérico para o registro na língua materna. Para Chevallard (1999), não existe uma escala de importância entre as técnicas empregadas; por essa razão, não é possível julgarmos se a técnica algébrica é melhor para resolver essa tarefa. O que se sabe é que a técnica algébrica tem maior alcance e que, em relação à técnica aritmética utilizada pelo aluno do grupo G_1 na OP_2 , para essa tarefa em

particular, foi suficiente a determinação das respostas com o auxílio das frações. Existe, então, uma limitação na técnica utilizada pelo aluno.

Em relação ao grupo G_2 , a organização matemática está de acordo com a organização didática, sendo possível notar essa relação direta quando, no momento do comentário, o grupo detalha os passos utilizados na resolução. Por sua vez, os comentários demonstram muita clareza na hora de redigir o texto escrito.

Todos os elementos teóricos e tecnológicos destacados na tabela anterior, e talvez outros que não tenham sido identificados por nós, fazem parte da organização matemática e que é acompanhada da organização didática que representa uma parte imprescindível da atividade matemática.

Quando pensarmos na técnica empregada pelos alunos, observamos que todos optaram por técnicas similares, mas por caminhos diferentes, e até por articulações entre a solução algébrica e aritmética. Isso constitui, especificamente, as praxeologias didáticas que serão analisadas a partir de agora. Quanto aos registros de linguagem utilizados por eles, identificamos na τ_2 , que os alunos utilizaram o registro algébrico e recorreram ao registro numérico para finalizar a resolução; na τ_3 , os alunos articularam a linguagem numérica e a língua materna.

No decorrer da sessão, e nos registros dos alunos, percebemos a presença do momento de exploração do tipo de tarefa e a elaboração de uma técnica, pois, na tentativa de resolvê-la, cada um desenvolveu à sua maneira particular. O momento do primeiro encontro, ou reencontro, ocorreu, pois vários alunos estavam envolvidos na resolução, e alguns até queriam ficar mais tempo tentando encontrar outras soluções. Quanto ao momento de avaliação da técnica, percebemos quando os alunos do grupo G_2 fazem a verificação eles podem estar querendo avaliar a técnica. O momento de institucionalização não foi possível, dada a escassez de tempo na aplicação da sessão, ou seja, não foi propiciado, mas pode ser que alguns alunos tenham conseguido institucionalizar alguma coisa.

Para finalizar, concluímos que os objetivos desta sessão foram alcançados. Vale lembrar que os alunos estavam envolvidos na atividade matemática, e outro aspecto que é bom salientar foi o envolvimento dos alunos na atividade de estudo.

4.3 Análise da terceira sessão

A terceira sessão da pesquisa foi aplicada no dia 10 de junho de 2009, em uma sala do 8º ano, a sala de aula foi dividida, por nós, em oito grupos de três ou quatro alunos. O enunciado do problema foi o seguinte: *Noemi tem certa quantia em um banco. Sua irmã Alícia tem R\$ 500,00 a mais. Juntas, elas têm R\$ 3.000,00. Quanto tem Noemi? Segundo*

nosso entendimento, esse problema pertence ao mesmo tipo de tarefa anterior, que já foi enunciado anteriormente. De modo geral, observamos que um dos grupos utilizou uma técnica aritmética, enquanto os outros dois grupos utilizaram técnicas algébricas que podem ser visualizadas na tabela seguinte.

Passos	Técnica $\tau_1 G_1$	Técnica $\tau_2 G_2$	Técnica $\tau_3 G_3$	Técnica $\tau_4 G_3$	Elementos tecnológicos e teóricos
1	Retiram do total fornecido no enunciado a quantia que Alícia tinha;	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta-se o sistema de equação com duas incógnitas;	<ul style="list-style-type: none"> • Algoritmos da divisão, adição e subtração; • Princípios aditivo e multiplicativo; • Conceito de equação do 1º grau; • Conceito de incógnita; • Resolução de uma equação do 1º grau; • Operação inversa; • Princípio de equivalência.
2	Tomaram a diferença obtida no passo anterior e a dividiram por dois, obtendo a quantia de Noemi;	Reduz-se a equação a forma $ax = c$;	Reduz-se a equação a forma $ax = c$;	Realizam a adição membro a membro das duas equações escritas anteriormente, e encontram o valor de x que é quantia de Alícia ;	
3	Adicionaram na quantia encontrada no passo anterior a quantia retirada no primeiro passo.	Dividi-se c por a, utilizando fração;	Dividi-se c por a, utilizando fração;	Copiam a segunda equação e, em seguida substituem o valor de x para encontrar o valor de y;	
4		Com o valor obtido no passo anterior é feito uma subtração com 250 que é a metade do que Alícia tem a mais;	Adicionam ao valor de x a quantia que Alícia tinha a mais;	Isolam o valor de y para encontrar a quantia de Noemi;	
5		O mesmo procedimento é realizado, mas ao contrário é realizado uma adição;	Destacam a quantia de Noemi.	Invertem o sinal da equação encontrada, para obter a quantia de Noemi.	
6		Fizeram a subtração entre o maior e o menor valor fornecido.			

Tabela comparativa das técnicas utilizadas pelos grupos por ocasião da terceira sessão de aplicação

Entendemos ser pertinente destacar aqui um aspecto pontuado por Chervel (1990) quanto ao papel das atividades escolares, denominadas, por ele, simplesmente de *exercícios*. Essas atividades podem ser uma contrapartida indispensável para a fixação de uma disciplina e, mais particularmente, de uma parte de sua respectiva cultura. Nas considerações feitas por

Chervel, às atividades escolares podem, muitas vezes, ter uma conotação muito passiva do aluno. Por outro lado, Chevallard (2001) considera as tarefas *rotineiras*, as quais são articuladas por nós, como tendo o mesmo aspecto da passividade mencionado por Chervel. Fazemos essas considerações para dizer que o tipo de tarefa usado na terceira sessão é considerado por nós como sendo rotineiro, pois está historicamente inserido na cultura matemática escolar.

Encontrar problemas desse tipo nos livros didáticos é algo relativamente comum; o que consideramos diferente seria fazer o comentário, ou até entender o que foi feito, registrar na língua materna os caminhos escolhidos. Nas τ_1 e τ_2 , os grupos tentaram justificar ou descrever o que foi feito, buscando, mesmo com certa dificuldade, atender à nossa solicitação. Porém, nas τ_3 e τ_4 , os alunos apenas disseram, usamos equação e encontramos a resposta, usamos sistema e também encontramos a resposta, e isso basta. Tal fato já foi identificado em sessões anteriores; é comum essa dificuldade de redação; os alunos estão habituados a usar regras, algoritmos e fórmulas.

Mesmo com essas limitações na escrita, foi possível encontraram algumas pistas de momentos de estudo vivenciados pelos alunos, não somente na produção escrita, mas também nos diálogos transcritos. Para nós, ficou claro que o primeiro grupo vivenciou o momento de reencontro com o tipo de tarefa, pois queria encontrar a resposta de forma rápida; sendo assim, para atender a esse momento, recorreram à exploração do tipo de tarefa e à elaboração de uma técnica.

Quanto ao momento de avaliação da técnica, temos certa insegurança em afirmar que ocorreu, pois os dois primeiros grupos, ao encontrarem as duas quantias, não pararam para responder à pergunta do problema. Eles não avaliaram a técnica, muito menos refletiram, o que nos leva a supor que isso pode ter ocorrido devido ao curto tempo da sessão. O momento de institucionalização não foi possível; na realidade, esse momento nem sempre foi evidenciado em nossas sessões.

De certa forma, também os objetivos propostos para a realização dessa terceira sessão foram atingidos para efeitos de obtenção da produção discente para alimentarmos nossa pesquisa. Os alunos envolveram-se, efetivamente, na realização da atividade matemática proposta, pois, mesmo com o número reduzido de alunos, os que entraram na sala de aula desenvolveram uma atividade de estudo. Outro aspecto que cabe destacar é a flexibilidade no planejamento da sessão, tendo em vista que, quando soubemos que teríamos a redução do tempo, imediatamente escolhemos uma tarefa mais simples; que fosse de fácil entendimento e que os alunos conseguissem resolver em um curto espaço de tempo. Para um leitor mais

crítico, a escala qualitativa proposta nos exercícios, e defendida por Chervel (1990), deveria fazer parte das sessões, ou seja, a cada sessão seria necessário aumentar a dificuldade das tarefas; todavia, não temos esse interesse, muito pelo contrário, queremos que os alunos explorem as tarefas, utilizem diferentes técnicas e também consigam comentar o que fizeram.

Por último, afirmamos que os alunos criaram uma matemática nova, pois Chevallard (2001) defende que eles não estão criando conhecimentos novos para a humanidade, mas uma matemática nova no contexto do grupo de alunos, pois entendemos que eles foram desafiados para resolver esse problema. Sendo assim, pode-se concluir que todos os grupos estavam envolvidos na criação de uma matemática nova.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que a resolução de problemas por meio de uma equação do primeiro grau, nos anos finais do Ensino Fundamental tem importante relevância no ensino da Matemática no cenário atual. Tendo como base as reflexões teóricas entendemos que os objetivos desta pesquisa foram alcançados, visto que, no decorrer das sessões de aplicação, os alunos estavam envolvidos na *atividade matemática*. Outro aspecto que é bom salientar, foi o envolvimento dos alunos na *atividade de estudo*. Por mais que planejássemos, ou tentássemos prever a utilização de algumas técnicas, os alunos foram além das expectativas. Um fator que pode ter influenciado as resoluções seriam as técnicas presentes nos livros didáticos com que os alunos tiveram contato, e/ou as técnicas implementadas pelos antigos professores, que permearam as resoluções. Reiterando, então, o que Chevallard (2001) destaca quanto à presença da *onipotência do professor*, permeando a cultura escolar.

Vale lembrar que a instituição escolar outorga ao professor um papel excessivo no *processo didático*. Ao pedir que os alunos comentassem o que fizeram, a resposta que surgiu com frequência foi: *não sei como explicar, mas, meu professor ensinou assim*. Essa onipotência faz parte da cultura escolar e está muito enraizada no cotidiano da escola.

Quando os alunos demonstram interesse em encontrar outras formas de resolver a tarefa, isso corrobora com o pensamento de Chevallard (1999), ao pontuar que *o estudo não fica fechado na sala aula*. Acreditamos, assim, que tais técnicas foram aprendidas pelos alunos com o auxílio do professor, do pai, ou de aula de reforço. Nesse contexto, todas as descrições das técnicas e dos elementos tecnológicos que fizemos auxiliam-nos a entender algumas relações de estudo presentes na sala de aula, e que caracterizam a atividade matemática, de ensino e de aprendizagem. Por mais que fosse planejado, ou que se

tentássemos prever a utilização de algumas técnicas, os alunos foram além das expectativas. Um fator que poderia ter influenciado nas resoluções encontra-se representado pelas técnicas presentes nos livros didáticos com que os alunos tiveram contato, e/ou pelas técnicas implementadas pelos antigos professores.

Enfim como educador matemático, e/ou pesquisador, compete-nos educar ou mesmo reeducar esses alunos, pois, ao optarmos pela proposta etnográfica, de imediato, assumimos a responsabilidade de interferir em alguns momentos, propondo aos alunos os três aspectos da atividade matemática, defendidos por Chevallard (2001), ou seja, utilizar a matemática conhecida, aprender (ensinar) matemática e criar uma matemática nova.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRE, M. E. D. A. **Etnografia da Prática Escolar**. 16a. ed. CAMPINAS (SP): PAPIRUS, 2009. 130 p.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs Objet d'étude et problématique**. Recherches en Didactique des Mathématiques. v.19, no 1, p.77-124, 1999.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. Porto Alegre: Teoria e Educação, n. 2, p. 177-229, 1990.

CHEVALLARD, Y. ; BOSCH, M. e GASCÓN, J. **Estudar matemáticas. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Trad. Daisy Vaz de Moraes -Porto Alegre, Artmed, 2001.

GASCÓN, J. **La necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas**. In Educação Matemática Pesquisa. V.5 n.3. São Paulo. EDUC, pp 11-37, 2003.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23.ed. ver. Atual. – São Paulo: Cortez, 2007.