

ENSINO DE PROBABILIDADES: VISÃO CLÁSSICA, FREQUENTISTA E GEOMÉTRICA

Thatiana Sakate Abe

Marilena Bittar

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Essa pesquisa se encontra em andamento e pretende investigar a aprendizagem de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental diante de situações envolvendo diferentes visões de Probabilidade (frequentista, laplaciana e geométrica). Para tanto utilizaremos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988) e como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986). Queremos investigar como ocorre a aprendizagem de alguns conceitos de probabilidade e que situações envolvendo essas diferentes visões podem ser propostas aos alunos de modo a contribuir para uma aprendizagem que desenvolva as potencialidades probabilísticas dos alunos, ampliando sua capacidade de tomar decisões de forma que esse conteúdo também faça sentido fora do contexto escolar.

PALAVRAS-CHAVE: Probabilidade Geométrica. Probabilidade Frequentista. Probabilidade Clássica.

O entendimento de noções de caráter probabilístico e estatístico atualmente é importante para a vida de qualquer pessoa, pois a todo o momento somos cercados de informações, que temos que saber organizar e interpretar e que podem servir de base para agilizar a tomada de decisões. Dessa forma o seu ensino se faz indispensável e pode ajudar a escola no intuito de formar cidadãos atuantes na sociedade, mas estas noções não devem ser vistas e trabalhadas apenas como um conteúdo a ser somado ao currículo escolar.

Defendemos que o ensino da Probabilidade, para atender os objetivos da escola e levar o aluno a desenvolver seu pensamento probabilístico adequadamente, deve estabelecer relações internas com os demais conteúdos matemáticos. Um bom exemplo seria levar o aluno à compreensão da interpretação da probabilidade na forma de porcentagem que frequentemente é ensinada sem fazer alusão alguma à probabilidade.

O ensino probabilístico deve ir ao encontro do princípio da interdisciplinaridade,

¹ Mestranda do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande/MS, bolsista da FUNDECT – Fundação de Apoio ao Desenvolvimento do Ensino, Ciência e Tecnologia do Estado do Mato Grosso do Sul. thaty_sakate@hotmail.com

² Coordenadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – UFMS, Campo Grande/MS, orientadora dessa pesquisa. marilena@nin.ufms.br

estabelecendo variadas relações entre a probabilidade e outras ciências e também não deve fugir do princípio da contextualização por meio de sequências de ensino envolvendo atividades, exemplos e resolução de problemas práticos que devem ser frutos da vivência do aluno.

Portanto, devemos fazer uso de toda informação (jornais, revistas, televisão, jogos, etc.) que cerca o aluno, favorecendo a atribuição de significados aos conceitos vistos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1998 incluíram o conteúdo de Probabilidade, dentro do bloco Tratamento da Informação, em conjunto com Combinatória e Estatística. Esta inserção é justificada pela necessidade de uma demanda social e sua constante utilização, para que o aluno consiga compreender as informações de seu cotidiano, lidando com dados estatísticos, tabelas, gráficos e, além disso, a raciocinar probabilisticamente e permitir que o aluno perceba que muitos acontecimentos são de natureza aleatória e que ele pode estimar possibilidades de ocorrência utilizando isso a seu favor.

Ainda com relação ao ensino do bloco Tratamento da Informação no geral, o Guia de Livros Didáticos do PNLD 2008 ressalta que:

Quase todas as coleções incluem conceitos como princípios de contagem e possibilidade, chance e probabilidade. Deve-se ressaltar que, no campo do tratamento da informação, as maiores deficiências das coleções estão na abordagem destes conceitos. No trabalho com combinatória são freqüentemente encontradas deficiências, além de uma exploração muito superficial. Chamam a atenção as aplicações escolhidas, muitas vezes, inadequadas ou artificiais, usadas tanto para introduzir o conceito e os procedimentos de contagem, quanto nos problemas propostos aos alunos. É comum o uso do termo possibilidade referindo-se, inadequadamente, à probabilidade, talvez por influência do uso desses termos na linguagem coloquial. Igualmente problemática é a tentativa de introduzir a noção de probabilidade em termos da freqüência de ocorrência de um evento, tarefa nada simples para o nível de abordagem que se adota. Encontram-se também inadequações no trato das medidas de tendência central, como média, moda e mediana, e das medidas de dispersão, como o desvio-padrão (BRASIL, 2008, p.52)

O referido Guia afirma que devido o bloco Tratamento da Informação estar presente há pouco tempo entre os conteúdos do Ensino Fundamental ainda não se determinou uma organização mais precisa dos tópicos que devem prevalecer e de como esse ensino deve ocorrer. Isso nos levou a analisar alguns livros didáticos. De fato, observando as coleções aprovadas pelo PNLD/2008, percebe-se que não há um consenso sobre o que abordar nos conteúdos.

Confirmando nossa constatação, LOPES e MORAN (1999), nas análises dos livros didáticos, observaram que há uma distância evidente entre os objetivos propostos pelos PCN no ensino da estatística e probabilidade do ensino fundamental e a maneira como estão dispostos nos textos examinados. Existe uma simplificação evidente dos conteúdos e a utilização errônea da estatística apenas para exercícios matemáticos e não como estratégia de resolução de problemas.

Kobashigawa (2006), em sua pesquisa ao questionar os professores se eles têm conseguido trabalhar com Estatística, Probabilidade e Combinatória no Ensino Fundamental, nos moldes dos PCN, constatou que 54% dos professores entrevistados realizam um trabalho com *estatística*, apenas 19% introduzem um trabalho com os três assuntos, 18% fazem parcialmente um trabalho com este bloco e 9% não desenvolvem trabalho algum. Fica clara a dificuldade dos professores pesquisados em conduzir o ensino dos referidos assuntos. A autora também ressalta que deve ser observado que o problema pode estar na formação dos professores, pois geralmente são abordados de forma complexa e formalizada.

De acordo com MENDOZA e SWIFT apud LOPES (2008), a probabilidade e estatística deveria ser ensinada para que todos os indivíduos pudessem dominar conhecimentos básicos de estocástica para atuarem na sociedade. Segundo LOPES (2008, p.12) o estudo de temas como a Probabilidade e a Estatística, junto com outros também importantes, torna-se indispensável para a formação de um cidadão, pois o mundo está passando por mudanças cada vez mais rápidas por isso se torna “imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para tornar mais ágil a tomada de decisões e fazermos previsões em várias situações do cotidiano”. Porém não é o que vem ocorrendo, o ensino tem deixado a desejar nesse sentido, principalmente por existir um grande espaço entre a Matemática ensinada nas escolas e vivenciada pelos alunos.

Após todas essas constatações, definimos que nosso objeto de estudo seria o ensino e aprendizagem de Probabilidade; a questão que nos veio então foi o que abordar? No Brasil, apenas a visão clássica ou laplaciana da probabilidade, trabalhando apenas com experimentos equiprováveis, é abordada, o que na opinião de pesquisadoras como Coutinho e Lopes limita muito o ensino, pois abordagens como a visão frequentista e a geométrica possibilitam a utilização de situações mais próximas à realidade dos alunos.

Com base em alguns questionamentos e por meio das análises de leituras efetuadas, definimos, finalmente, a seguinte questão de pesquisa: *como ocorre a aprendizagem de alunos diante de situações envolvendo três diferentes visões de probabilidade (clássica, frequentista e geométrica)?*

Como objetivo geral, para tentar responder nossa questão, pretendemos **investigar a aprendizagem de probabilidade por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, levando em consideração situações envolvendo diferentes visões de probabilidade (clássica, frequentista e geométrica).**

Para atingir esse objetivo geral definimos os seguintes objetivos específicos: **investigar e analisar dificuldades e erros que os alunos enfrentam no estudo de probabilidade**, pois assim acreditamos poder entender quais os são os principais problemas na aprendizagem desse conceito e a partir daí elaborar as atividades para depois **estudar estratégias utilizadas por alunos na resolução de problemas probabilísticos específicos às três visões** e assim, compreender como se desenvolve a aprendizagem.

Metodologia de Pesquisa

Como queremos investigar a aprendizagem, vamos verificar como o sujeito aprende e para nós o aluno aprende numa perspectiva construtivista piagetiana, como um processo de aquisição de conhecimento por adaptação que ocorre por meio da assimilação e acomodação, na passagem de um estágio de desequilíbrio para um de equilíbrio.

Na assimilação o sujeito se apropria de um objeto e cria para ele um significado próprio. Depois, para haver acomodação criam-se novos significados, ou há uma reestruturação de esquemas anteriores, e esse processo é chamado de equilíbrio, que é onde a aprendizagem acontece.

O trabalho de Piaget não era sobre educação, mas para a Didática da Matemática numa perspectiva construtivista, as situações de aprendizagem, são compostas por situações selecionadas pelo professor e são as interações sociais entre os alunos que devem provocar essa “adaptação”, para a aquisição de um novo conhecimento.

Como estamos falando de aprendizagem numa perspectiva construtivista, iremos nos inspirar na Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986), que propõe um modelo de elaboração de situações para as quais o aluno constrói seu conhecimento. Além disso,

[...] por meio da análise das situações didáticas é possível investigar a problemática da aprendizagem matemática e desvelar aspectos que ocorrem durante a resolução de problemas e a elaboração de conceitos pelos alunos (FREITAS, 2008, p.81).

A Teoria das Situações Didáticas se apóia em três hipóteses. O aluno aprende adaptando-se ao meio; o meio sem intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição

de conhecimentos matemáticos e finalmente o meio e as situações devem envolver significativamente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

A situação didática é o objeto central da teoria das situações e pode ser definida como:

o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1978, APUD ALMOULOU, 2007, p.33).

O professor, para ensinar um conteúdo, prepara um conjunto de situações que compreendem o meio, que envolve todo o entorno do aluno. Um exemplo a ser mencionado seria a utilização de um jogo e o formato de desenvolvimento dessa atividade, ou seja, as regras do jogo. Assim, dizemos que a aprendizagem ocorre de acordo com as regras que são postuladas e na medida em que a situação se desenrola, levando em consideração a interação do aluno nesse meio.

Dentro das situações didáticas, existem ainda, as situações adidáticas, quando o aluno trabalha sem a interferência direta do professor sobre o saber. Para isso o professor apresenta um bom problema para o aluno para que ele aceite como seu, que queira resolver o problema sem que seja por obrigação escolar e sem ajuda do mestre, ou seja, deve haver devolução.

O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. (BROUSSEAU, 2008, p.35)

Na situação adidática, o aluno tem um papel ativo em seu processo de ensino e aprendizagem: ele age, fala, reflete e evolui por iniciativa própria, passando por três fases distintas: ação (coloca seus saberes em prática para tentar resolver o problema, formula hipóteses empiricamente), formulação (tem que explicitar verbalmente sua hipótese, transformando o conhecimento implícito em explícito) e validação (tem que validar/demonstrar sua hipótese).

Analisando a situação adidática como um jogo, a fase da ação é quando o aluno se familiariza com as regras individualmente e começa a jogar. Neste ato, ocorre a exploração e após várias jogadas, o aluno consegue elaborar algumas estratégias.

Na segunda fase, de formulação, que pode ser em equipes, o grupo observa seu representante jogar e não pode dar palpites, porém, em seguida, são discutidas as jogadas para

chegar a uma estratégia vencedora. Assim, cada um começa a estruturar o que observou e analisou na primeira fase para ser capaz de comunicar a seus colegas, ou seja, deve conjecturar uma solução.

Na fase de validação, a equipe propõe sua estratégia vencedora e deve conseguir demonstrá-la da melhor forma possível, além de, com argumentos válidos poder tentar desqualificar as afirmações do(s) adversário(s), como se fosse um debate de idéias.

Brousseau (2008, p.31) acreditava inicialmente que apenas as situações de ação, formulação e validação já compunham todas as situações de aprendizagem possíveis, até que durante as experiências desenvolvidas percebeu que apenas essas situações não eram suficientes e que os professores precisavam “rever o que já haviam feito”, ou seja, institucionalizar o conteúdo trabalhado.

Demoramos a perceber que os professores realmente eram obrigados a “fazer alguma coisa”: tinham que dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-los; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas. (BROUSSEAU, 2008, p.31)

Assim, surgiu a necessidade de considerar a situação de institucionalização, na qual o professor dá *status* de saber aos conceitos ensinados. Neste momento, o professor “oficializa” o conhecimento matemático e, em conjunto com os alunos, sistematiza o que aprenderam para que os alunos reconheçam o que construíram.

Para ajudar a organizar essas situações e fazer as análises e validações propostas nos objetivos, utilizaremos a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988) como metodologia, pois também visa pesquisas que estudam os processos de aprendizagem de um dado objeto matemático, ou seja, favorece uma ligação entre a pesquisa e a ação pedagógica.

A Engenharia Didática leva esse nome por ter semelhanças com o trabalho de um engenheiro, que se apóia em seus sólidos conhecimentos teóricos e científicos para elaborar um projeto, mas que em certo momento, na execução, pode se deparar com problemas práticos e imprevisíveis.

Na prática educativa, os princípios da Engenharia Didática devem ser vistos como práticas investigativas, nas quais o professor deve agir de forma a discutir e pôr a prova os conteúdos que vão sendo trabalhados, levando em conta os conhecimentos prévios do aluno, de modo a instigá-los para que ocorra a compreensão do conhecimento exposto.

Como metodologia de pesquisa, é definida por Artigue (1988, p.196) como “um esquema experimental baseado em <<realizações didáticas>> na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino”, e assim abre caminhos para a experimentação na sala de aula como prática de investigação.

Machado (2008, p.238) afirma que “o processo experimental da Engenharia Didática se compõe de quatro fases”: análises preliminares; concepção e análise *a priori* das situações didáticas; experimentação e análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase, momento em que devem ser realizadas análises preliminares, as hipóteses cognitivas e didáticas serão formuladas, pois são elas que irão fundamentar toda a estrutura da Engenharia Didática e como recomenda Pais (2001, p.101) deve se “proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemológica, cognitiva, pedagógica, entre outras”.

Na fase de concepção e análise *a priori*, deve ser feita a construção das situações e para tanto, inicialmente são delimitadas variáveis micro-didáticas, que se referem a apenas uma sessão da engenharia e as macro-didáticas, que se refere ao conjunto todo, a organização geral.

O objetivo da análise *a priori* é determinar hipóteses de como as escolhas efetuadas e as variáveis que admitimos pertinentes, permitem controlar os comportamentos dos alunos, explicar seu sentido podendo assim controlar a realização das atividades dos alunos, identificando os fatos observados e compreendê-los.

Em resumo a análise *a priori* se compõe da elaboração das atividades, da divisão das sessões, do tempo, na escolha do grupo envolvido na pesquisa, da justificação da escolha das variáveis, da descrição de estratégias de resoluções corretas ou não para prever possíveis problemas que possam acontecer durante a experimentação.

Na fase de experimentação, ocorre a aplicação da engenharia, momento de por em prática todas as situações didáticas construídas. Nela deve-se explicitar ao grupo pesquisado, os objetivos e as condições para a realização da pesquisa, ou seja, estabelecer a relação entre professor, aluno e pesquisador, além de poder serem feitas alterações necessárias, quando houver um problema ou imprevisto não identificado na análise *a priori*.

Todos os registros obtidos ao longo da experimentação como: gravações, filmagens, transcrições, questionários, produções dos alunos e observações pertinentes, são examinados com atenção na análise *a posteriori*, pois é nessa fase que deve ser feito o tratamento das informações coletadas.

Para finalizar há a confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori* (validação interna), que podem legitimar ou refutar todas as hipóteses levantadas na análise *a priori*.

Em nossa pesquisa, levando em consideração as dimensões epistemológica, cognitiva e didática, inicialmente foi feita uma leitura minuciosa dos PCN, para averiguar o que eles sugerem ser ensinado quanto ao conteúdo de Probabilidade no Ensino Fundamental. Além disso, por considerarmos o livro didático a principal fonte de pesquisa dos professores também analisamos o Guia de livros didáticos do PNLD 2008, para saber como está sendo feita a abordagem desse conteúdo.

Considerando as análises do Guia do PNLD/2008, sentimos a necessidade de ver algumas das coleções aprovadas e escolhemos duas por serem as mais utilizadas pelos professores: a coleção Tudo é matemática de Luiz Roberto Dante e a coleção Novo Praticando Matemática de Alvaro Andrini e Maria José Couto de V. Zampirolo.

Seguindo ainda as orientações, estamos realizando uma análise detalhada de livros, artigos e pesquisas realizadas na área de Probabilidades, para verificar o que já foi feito, para onde as pesquisas apontam e identificar problemas didáticos e epistemológicos.

Na continuidade, entendemos ser importante realizar uma atividade em sala de aula, com a aplicação de alguns problemas e perguntas abertas, como um teste piloto, objetivando identificar alguns pontos como quais são os conceitos pré- construídos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e assim identificar concepções errôneas, para podermos delimitar as variáveis didáticas e construir a sequência didática.

Referências Bibliográficas

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: SEF/MEC, 1998.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Programa Nacional do Livro Didático**. Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática (séries/ anos finais do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1998.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas – conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Editora Ática, 2008. 128p.
- KOBASHIGAWA, M. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental: das Prescrições ao Currículo Praticado pelos Professores**. São Paulo, 2006. 200p. Dissertação (mestrado profissional em ensino de Matemática) – PUC/SP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular**. Campinas, SP: Faculdade de Educação da UNICAMP, 1998. 125p. (Dissertação, Mestrado em Educação).

LOPES, C. A. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores.** *Cad. CEDES* [online]. 2008, vol.28, n.74, p. 57-73.

MACHADO, S. (org.). **Educação Matemática uma introdução.** São Paulo: Editora da PUCSP, 1999.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática uma análise da influência francesa.** Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2ª Edição, 2005.