O ESTUDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES NO TRATADO DE ÁLGEBRA ELEMENTAR DE JOSÉ ADELINO SERRASQUEIRO: ENFOQUE NA RESOLUÇÃO PELO MÉTODO DE BEZOUT

Enoque da Silva Reis

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal do Mato Grosso d Sul

RESUMO: Este artigo tem como objeto divulgar um recorte de uma pesquisa em andamento cujo objetivo é o estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras. As fontes utilizadas foram um livro didático adotado no Colégio Pedro II no período de 1890 a 1930 e um livro contemporâneo, assim como, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as resenhas do Guia do Livro Didático do Plano Nacional do Livro Didático e programas de estudos do Colégio Pedro II. Para estudar esse objeto, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard é adotada como referencial teórico, e é feita uma abordagem metodológica baseada na análise de conteúdo de Laurence Bardin. Além desses referenciais, utilizamos experiências absorvidas a partir de leituras e análise de pesquisas que de alguma forma caminham paralelamente com o nosso objeto de estudo. Os resultados até o presente momento evidenciam algumas questões importantes, como: valorização do estudo de sistemas tanto nos livros antigos quanto nos livros contemporâneos; a diversidades de registros de linguagem nos livros contemporâneos; a valorização da linguagem materna nos livros antigos; a diversidades de exercícios propostos em ambos os livros.

PALAVRAS CHAVE: Praxeologia. Livros Didáticos. Sistemas de Equações do Primeiro Grau.

Considerações iniciais

O estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras é o objeto de nossa pesquisa e dela extraímos o recorte para esse artigo. Diante desse objeto, traçamos um objetivo principal que expressamos da seguinte forma: Analisar como era proposto o ensino de sistemas de equações algébricas lineares do primeiro grau em livros didáticos utilizados na primeira república do Brasil (1890-1930), e como é proposto hoje nos livros didáticos destinados aos anos finais do ensino fundamental.

Na necessidade de traçar um caminho a ser percorrido para alcançarmos o objetivo principal descrito anteriormente, delineamos os seguintes objetivos específicos: Em primeiro lugar pretendemos conhecer o estatuto atribuído ao estudo de sistemas de equações nos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, no Guia do Livro Didático e nas leis e programas do período (1890 – 1930) em seguida caracterizamos as estratégias de ensino de sistemas de equações em livros didáticos de matemática brasileiros utilizado no período de 1890 – 1930 e finalmente é nossa intenção investigar aspectos matemáticos e didáticos propostos para o ensino de sistemas de equações em livros didáticos contemporâneos. Passaremos a descrever cada um desses objetivos específicos.

Referencial teórico

É oportuno iniciar esse tópico relatando que o mesmo tem por finalidade fazer uma abordagem na Teoria Antropológica do Didático, proposta Yves Chevallard (1999). Nossa intenção é descrever alguns pontos que acreditamos ser de grande valia para o trabalho que estamos desenvolvendo como dissertação de mestrado em Educação Matemática. Assim vamos descrever este estudo em três tópicos: Atividades Matemáticas, Organização Praxeológica, e Momentos de Estudos.

Atividade Matemática

Em que pesem as idéias de Chevallard (2001 p.45) "não podemos abordar o tema do ensino e da aprendizagem de matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer matemática." Com relação a esta afirmação vamos inicialmente lembrar que o referido autor infere que não existe apenas a matemática escolar e sim inúmeras matemáticas contidas em nossa sociedade. Diante desta existência de diferentes matemáticas o autor indica que uma determinada pessoa não consiga viver individualmente sem a necessidade da matemática. Entretanto, vivemos em uma sociedade na qual certamente existem pessoas capazes de produzir matemática assim como existem aquelas que não a produzem, porém, direta ou indiretamente todos utilizam esta matemática produzida mesmo que não reconheçam suas próprias necessidades matemáticas.

De acordo com essa observação nota-se que a matemática na escola é vinculada a sua presença implícita ou explicita na sociedade e, portanto, é de suma importância que as necessidades matemáticas do cotidiano devem ser ensinadas na escola. No que implica esse item recorremos a Chevallard (2001 p.45) que diz "... o ensino formal é imprescindível em toda aprendizagem matemática e que a única razão pela qual se aprende matemática é porque é ensinada na escola." De acordo com esta afirmação é plausível concluir que está sendo transformado o ensino escolar da matemática simplesmente no conhecimento em matemática, portanto, passando a ser vista apenas como um valor escolar e não como uma disciplina que se encontra diariamente aplicada no cotidiano das pessoas com isto acreditamos que a sociedade passara a não levar a sério a matemática estudada na escola.

Desse conjunto de fatores decorre, que o processo de ensino e aprendizagem da matemática, de acordo com Chevallard (2001, p. 46) "São aspectos específicos do processo de estudo da matemática" nesse ponto acreditamos que a palavra estudo engloba não só o trabalho matemático desenvolvido pelos alunos, assim como o trabalho do próprio matemático que se encontra diante de problemas em níveis diferenciados.

Na mesma vertente temos que identificar o termo didático, na intenção de esclarecer melhor recorremos às palavras de Chevallard (2001, p.46) que enuncia como "...aquilo que esta relacionado com o estudo e com a ajuda para o estudo da matemática." É inquestionável, portanto, a importância da didática na matemática, pois, devemos notar que ela esta intrinsecamente ligada ao processo ensino e aprendizagem e isto nos leva a indagar que não importa se esta ligada a uma aplicação, aprender ou ensinar matemática ou até mesmo na criação de uma nova matemática. No entanto, "A didática da matemática é definida, portanto, como a ciência do estudo da matemática" definição esta dada por Chevallard (2001, p.46) e que neste trabalho adotaremos como referencia quando citarmos Didática Matemática.

Chevallard aponta para a idéia de que os três aspectos da atividade matemática se constituem da seguinte forma: Utilizar matemática conhecida; Aprender (e ensinar) matemática; Criar uma matemática nova.

Nós entendemos que a primeira grande área citada acima esta englobada no sentido de aplicar os conhecimentos matemáticos já adquiridos em problemas a serem resolvidos, por outro lado, acreditamos chegar a tal ponto em que haja a necessidade de recorrer a uma nova ferramenta para resolver um determinado problema, pois, nosso conhecimento é limitado. Nesse momento, entramos no campo do aprender e ensinar matemática. Um pouco mais distante desse sentido e mais ligado aos pesquisadores encontramos o terceiro grande aspecto, ligado à criação de uma nova matemática.

Organizações praxeológicas

Nós iniciaremos este tópico realizando uma decomposição da palavra Praxeologia na qual é formada por dois termos gregos *práxis* e *logos*, que tem como significados, respectivamente *prática* e *razão*. Entretanto quando nos referimos a uma prática devemos observar em que instituição esta vinculada (Instituição para Chevallard pode ser um livro, uma escola, uma família, etc.), diante desta vinculação existe a necessidade de um discurso que justifica (da razão) a prática ali realizada.

Esses aspectos acima citados constituem dois níveis; *práxis* e *logos* que estão intrinsecamente ligados. A dialética existente entre eles forma a praxeologia matemática. Nesta perspectiva Chevallard enfatiza que em qualquer prática institucional podemos traduzi-las em forma de tarefa, na qual a realização decorre a partir de uma técnica que são justificadas por uma tecnologia que por sua vez é defendida por uma teoria.

Tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria

De acordo com o nosso entendimento acreditamos que inicialmente devemos observar que a prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista, e certamente de diferentes maneiras, entretanto entendemos que o Tipo de Tarefa é restrito são as tarefas solucionadas a partir de uma mesma técnica. (CHEVALLARD 2001)

No que se refere a técnica utilizada para resolução de um tipo de tarefa entendemos ser necessário na instituição que haja um discurso descritivo e justificativo referente a estas tarefas, e que também as esta técnica utilizada para sua resolução. A justificativa é denominada por tecnologia da técnica. Analogamente configura-se uma teoria que serve para justificar a tecnologia. Chevallard explicita ainda a idéia de que a técnica, tecnologia e teoria, estão diretamente ligadas ao seu sistema funcional com base no tipo de tarefa proposto, entendemos também que nem um destes itens é absoluto.

De maneira similar pretendemos diante de alguns livros didáticos utilizados no ensino secundário brasileiro no período de 1890 á 1930, observar e descrever as organizações matemáticas assim como as didáticas contidas em cada exemplar no que se refere a sistema de equações lineares do primeiro grau, buscando assim descrever a organização praxeológica utilizada pelo autor. Pelo mesmo viés elencar alguns tipos de tarefa contido em cada livro suas técnicas, descrever as tecnologias que justificam a técnica proposta culminando assim na teoria que valida cada tecnologia citada. No entanto, gostaríamos de destacar que estas análises serão feitas em tabelas para facilitar o entendimento de cada passagem realizada.

Momentos de Estudo

De acordo com Chevallard uma organização didática se articula com base nos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Dentro desta organização podemos encontrar seis elementos que recebem o nome de momentos de estudo, que certamente devem ser cumpridos não levando em consideração se há um benefício maior para alguma delas, ou defasagem em outra. Devemos inicialmente observar que estes momentos têm uma finalidade funcional e não devemos nos preocupar com a ordem em que elas ocorrem.

Primeiro momento é chamado de primeiro encontro, este é o momento em que o aluno estabelece o contato inicial com um tipo de tarefa. E esse contato pode ocorrer de diversas maneiras, através de uma narração, uma indagação sobre o mundo, etc. Este momento pode ser caracterizado também como um reencontro.

Segundo momento, exploração do tipo de tarefa e da técnica, este é momento no qual o aluno observa a tarefa e busca internalizá-la, tentando assim encontrar uma ferramenta para solucionar o problema. Em outras palavras é o momento em que ele busca reunir os conhecimentos adquiridos até então para construir um caminho que ele julga correto culminado na resposta do problema proposto.

No terceiro momento é aquele ligado a elaboração do entorno tecnológico e teórico relativo à utilização da técnica. Nós entendemos de uma maneira geral que este momento esta ligado a cada um dos outros momentos. Assim desde o primeiro encontro com o tipo de tarefa existirá uma relação com um entorno tecnológico teórico que já foram elaborados ou encontra-se diante de um questionamento que a partir da situação será desenvolvido.

No quarto momento verifica-se o trabalho da técnica, é neste momento que certamente ocorrem um aperfeiçoamento desta técnica aplicada na intenção de torná-la uma maior aplicação, confiabilidade, etc.

No quinto momento é o da institucionalização, existente com o objetivo de determinar de maneira precisa em que consiste a organização matemática, é neste momento que buscam diferenciar os elementos que serão integrados de maneira definitiva nessa organização de acordo com a cultura de uma determinada instituição escolar.

O sexto momento é o de validação que é diretamente articulado com o da institucionalização. Para Chevallard trata-se de avaliar, não uma pessoa, mas sim, de interrogar a própria técnica, diante disto verificar alguns elementos como, se ela é segura, robusta, manipuláveis dentre outras.

Método de pesquisa

Conforme nosso entendimento a cerca de reflexões realizadas por meio de leitura dos escritos de Laurence Bardin, a análise de conteúdo é a reunião de técnicas de análise das formas comunicacionais, e conseqüentemente tem como objeto de estudo a linguagem. Seu objetivo é obter a partir de um conjunto de elementos (técnicas) a descrição do conteúdo de uma determinada mensagem e assim permitindo a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção dessas mensagens.

Análise de conteúdo

Conforme Laurence Bardin, a organização da análise é realizada através de três fases cronológicas, a primeira é chamada de pré-análise, seguida da exploração do material e finalizando no tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Em seguida descreveremos de forma breve uma dessas três etapas.

A primeira fase é a da pré-análise, é considerada como o momento na qual a autora organiza as idéias a cerca de sua pesquisa, realiza a escolha das comunicações que serão analisadas, é também nesse momento que se formula a hipótese e os objetivos assim como se elaboram os indicadores que fundamentam as interpretações posteriores.

De acordo com Bardin, a cerca da exploração do material é indagado: "Esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração em função de regras previamente reformuladas." (BARDIN, 2006 p.95)

Acreditamos que se a fase da pré-análise for bem sucedida então a exploração do material se fará em uma amplitude maior e de melhor qualidade uma vez tendo todos os materiais a serem analisados, os objetivos a serem alcançados e ainda os indicadores que fundamentarão os resultados finais. Por outro lado entendemos que se por acaso a primeira fase não estiver cumprida de forma satisfatória, certamente será necessário em algum momento da exploração retornar a pré-análise, pois, se faltar algum documento será necessário tentar encontrá-lo, assim como se os objetivos não estiverem bem formulados, será necessário reformulá-los.

Por fim, o tratamento dos resultados obtidos e interpretação já que sabemos que os dados brutos não têm muito significado em si mesmo, cabe assim ao pesquisador tratá-los de maneira a explicitar a importância dos documentos. Em outras palavras, cabe utilizar uma metodologia associada a uma teoria para levantar pontos relevantes nos materiais analisados.

Por outro lado, Bardin afirma que estes resultados obtidos diante de sua confrontação sistemática com o material e a inferência alcançada certamente podem servir como base a outra pesquisa que por sua vez estará disposta em torno de uma nova dimensão teórica ou até mesmo praticada através de uma técnica diferente.

Descrição da análise

Para fazer a análise destacamos o seguinte tipo de tarefa: *Resolver sistemas de equações do primeiro grau que contenha o número de equações igual ao número de incógnitas.* Nesse tipo de tarefa foram reunidas as tarefas cujo enunciado leva o estudante a encontrar a solução de um sistema de equações algébricas lineares do primeiro grau que contenha duas ou três equações conseqüentemente duas ou três incógnitas.

Para tornar mais compreensivo o tipo de tarefa acima enunciado vamos expressar as mesmas idéias que procuramos colocar na definição por meio de um registro algébrico, lembrando que esta linguagem não é apresentada no livro didático analisado. Em seguida transcreveremos um exemplo utilizado pelo autor, em outras palavras o tipo de tarefa é resolver o sistema de equações algébricas representado pelas seguintes equações;

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 & (I) \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 & (II) \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 & (III) \end{cases}$$

onde os coeficientes a_i, b_i, c_i, $d_i \in \mathbb{Z}$ com i = 1, 2, 3.

Organização praxeológica 1 – correspondente à técnica (τ_1)

Organização matemática

Em primeiro lugar, o autor inicia o capítulo II intitulado: *Equações e problemas do primeiro grau com muitas incógnitas,* com definições e princípios gerais em que fundamentam a resolução de equações a varias incógnitas, assim define o que vem a ser equações simultâneas e sistemas de equações da seguinte forma: *"Chamam-se equações simultâneas as que são satisfeitas pelos mesmos valores das incógnitas; e a reunião dessas equações constituem um sistema de equações"* (SERRASQUEIRO, p. 120).

Em seguida, o autor define o que é resolver um sistema e o que vem a ser solução de um sistema da seguinte forma: *"Resolver um sistema é achar o valor das incógnitas que satisfazem ao mesmo tempo todas as equações. Solução de um sistema de equações é a reunião de valores das incógnitas que satisfazem ao mesmo tempo a todas as equações."* (SERRASQUEIRO, p. 120)

Em segundo lugar, o autor anuncia duas propriedades referentes as raízes de um sistema de equações lineares do primeiro demonstrando cada um deles. As propriedades definidas por ele são as seguintes.

> a) As raízes de um sistema de equações não se alteram, quando se resolve uma das equações em ordem a uma das incógnitas, e se substitui o valor obtido em todas as outras equações. b) As raízes de um sistema de equações não se alteram quando se substitui uma d'elas pela equação que se obtem, combinando-a por meio da soma ou da subtração com uma ou mais equações do mesmo sistema. (SERRASQUEIRO, p. 120 e 121)

Em terceiro lugar, resolve uma tarefa, passo a passo, finalizando com a sistematização do método de eliminação por substituição, institucionalizando em que consiste esse método da seguinte forma:

> Tira-se de uma das equações o valor de qualquer incógnita, como se as outras fossem conhecidas; substitui-se este valor em todas as outras equações, e d'este modo temos de menos uma equação e de menos uma incógnita. Sobre as equações restantes opera-se do mesmo modo, e assim por diante até termos somente uma equação com uma incógnita, a qual resolvemos. O valor d'esta incógnita substitui-se no valor d'aquela que não entrar senão a que já esta conhecida, e faz-se o mesmo em relação às incógnitas restantes. (SERRASQUEIRO, p. 127)

Em quarto, lugar anuncia uma nova tarefa e ainda aplicando essa mesma técnica agora já institucionalizada, resolve o exercício que por ele foi chamado de exemplo.

Técnica τ_1 − Método de Bézout ou das indeterminadas

Essa técnica é composta de cinco passos sequenciais, são eles: Primeiro passo, multiplicar ambas as equações, cada uma por um fator indeterminado. Passa-se então para o segundo passo, somar a primeira equação com a segunda. O terceiro passo consiste em escolher uma incógnita e igualar seu coeficiente a zero isolando um dos fatores indeterminados atribuindo um valor a um deles obtendo o valor do outro. O quarto passo é isolar a incógnita que restar depois de igualar um dos coeficientes a zero e aplicar os valores dos termos indeterminados encontrados no passo três. De posse do valor numérico da incógnita obtida do quarto passo, segue-se então para o quinto e último passo que é: utilizando a primeira equação, substituir para encontrar o valor da segunda incógnita.

Associado a essa técnica, identificamos neste mesmo livro os seguintes elementos tecnológicos: Equações do primeiro grau. Princípio Multiplicativo de equivalência de equações. Sistemas equivalentes. Primeira propriedade das raízes de um sistema de equações. Segunda propriedade das raízes de um sistema de equações.

Aplicando a técnica acima descrita apresentamos a seguir um exercício ilustrativo e a resolução de uma tarefa encontrada no livro pg. 146.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 & (I) \\ 9x - 7y = -17 & (II) \end{cases}$$

Primeiro passo: Multiplicar ambas a equações por fatores indeterminados. Nesse caso vamos utilizar m para a equação (I) e m’ para equação (II), assim temos:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \quad X \; m & (I) \\ 9x - 7y = -17 \quad X \; m' & (II) \end{cases} \qquad \begin{cases} 3mx + 4my = 26m & (I) \\ 9m'x - 7m'y = -17m' & (II) \end{cases}$$

Segundo passo: Somar a primeira com a segunda equação.

$$3mx + 9m'x + 4my - 7m'y = 26m - 17m'$$

$$(3m + 9m')x + (4m - 7m')y = 26m - 17m'$$

Terceiro passo: Do passo dois, escolher uma incógnita e igualar seu coeficiente a zero, isolando um dos fatores indeterminados, atribuindo um valor a um deles obtendo o valor do outro. Nesse caso escolhemos o coeficiente de y, assim temos que;

$$4m - 7m^{'} = 0 \; donde \; m = \frac{7m'}{4} \; atribuindo \; para \; m^{'} = 4 \; temos \; m = 7$$

Quarto passo: Isolar a incógnita que restar depois de igualar um dos coeficientes a zero e aplicar os valores dos termos indeterminados encontrados no passo 3.

$$(3m + 9m')x = 26m - 17m'$$

$$x = \frac{26m - 17m'}{3m + 9m'} \; donde \; x = \frac{26X7 - 17X4}{3X7 + 9X4} = 2$$

Quinto passo: De posse do valor numérico da incógnita obtida do passo 4, utilizando a primeira equação, substituir para encontrar o valor da segunda incógnita.

$$3x + 4y = 26, como \; x = 2 \; temos \; 3X2 + 4y = 26 \; donde \; y = 5$$

Organização didática

Dividimos esta organização em passos. No primeiro passo ele, o autor, dá informações sobre esse novo método dizendo que sua principal vantagem é eliminar de uma só vez todas as incógnitas menos uma, informação que acreditamos ser bastante oportuna, já que ele explicita a idéia para o aluno deste ser um método bastante eficaz na resolução de sistemas, uma vez que pode despertar no educando o seguinte questionamento, já que aprendi três técnicas de resolução para que aprender mais uma? Caso ocorra esse questionamento o autor já o respondeu até mesmo antes dele ser levantado.

No segundo, ele considera um sistema geral de duas equações e duas incógnitas e aplicando o método o resolve. Como pode ser visto na figura 01.

No terceiro passo considera um sistema geral de três equações e três incógnitas também o resolvendo, em nosso entendimento fica claro nesses itens a tentativa de generalizar esse método para quaisquer sistemas de duas ou três equações, pois ele utiliza para ambos sistemas genéricos e em sua resolução obtêm, é claro, respostas genéricas. Esse é um dos pontos que se diferencia das organizações didáticas referentes às três primeiras praxeologias, já que nelas eram utilizados exemplos numéricos e não exemplos como esses genéricos.

167. Consideremos em primeiro logar as duas equações geraes a duas incognitas:

$$ax + by = c, \quad a'x + b'y = c' \ldots\ldots\ldots\ldots (1);$$

multiplicando a primeira por um factor indeterminado m, isto é, por um factor, a que podemos dar qualquer valor, vem

$$max + mby = mc,$$

e, sommando esta equação com a segunda, resulta

$$(ma + a')x + (mb + b')y = mc + c' \ldots\ldots\ldots (2).$$

Sendo m um factor indeterminado, podemos dispor d'elle em ordem a tornar nullo o coefficiente de y, isto é, em ordem a tornar

$$mb + b' = 0:$$

e então a equação (2) converte-se em

$$(ma + a')x = mc + c', \text{ d'onde } x = \frac{mc + c'}{ma + a'};$$

substituindo n'esta formula o valor de m, dado pela equação de condição, que é $m = -\frac{b'}{b}$, vem

$$x = \frac{-\frac{cb'}{b} + c'}{-\frac{ab'}{b} + a'} = \frac{-cb' + bc'}{-ab' + ba'} = \frac{cb' - bc'}{ab' - ba'},$$

e d'este modo temos x conhecido.

Para determinar y, dispomos em (2) do factor indeterminado m em ordem a tornar nullo o coefficiente de x, isto é, em ordem a tornar

$$ma + a' = 0,$$

o que converte a equação (2) em

$$(mb + b')y = mc + c', \text{ d'onde } y = \frac{mc + c'}{mb + b'};$$

substituindo n'esta formula o valor de m dado pela equação de condição, que é $m = -\frac{a'}{a}$, vem

$$y = \frac{-\frac{ca'}{a} + c'}{-\frac{ba'}{a} + b'} = \frac{ac' - ca'}{ab' - ba'}.$$

Figura 01 - Resolução de sistemas de equações pelo método de Bezout.
Fonte: Livro do SERRASQUEIRO, 1929, p. 139

Chamou-nos a atenção porque somente nesse método são utilizados esses exemplos genéricos, acreditamos que a idéia dessa exposição foi realizada dessa forma pelo fato dessa técnica não ir eliminando passo a passo cada incógnita, e sim, eliminar de uma só vez todas menos uma, nesse caso acreditamos na necessidade de explicar, com mais detalhes, esses procedimentos e explicitar a sua funcionabilidade para qualquer que seja o sistema proposto.

No quarto passo, após realizar a generalização de forma algébrica, é realizada uma nova generalização dessa técnica de resolução. No entanto, agora é feita através de um texto, que não contém nenhum número ou incógnita. Como pode ser visto na figura abaixo:

169. Consiste pois o methodo de Bezout no seguinte:

Multiplicam-se todas as equações menos uma por factores indeterminados, e sommam-se membro a membro, as equações resultantes e a que não foi multiplicada.

Na equação assim obtida egualam-se a zero os coefficientes de todas as incognitas menos uma, d'este modo temos uma equação, em que entra sómente uma incognita do systema proposto, a qual resolvemos; e no valor d'essa incognita substituem-se os valores dos factores indeterminados, dados pelas equações da condição.

Tendo assim determinado o valor de uma incognita, os valores das outras obtêm-se repetindo os mesmos calculos.

Figura 02 - Sistematização do método de Bezout na língua materna.
SERRASQUEIRO, 1929, p. 143. Grifo nosso.

Nesse ponto observamos certa semelhança com as outras três praxeologias que após dar um exemplo ele sistematiza em forma de texto, e nesse caso não foi diferente.

No quinto passo ele realiza uma aplicação a um sistema particular de três equações resolvendo-o passo a passo. Acreditamos que nessa parte ele tenta mostrar para o aluno que o caso genérico aplica-se a qualquer caso particular, inclusive nesse caso resolvido por ele.

O sexto passo se caracteriza por ser o ponto em que o autor busca explicar o fato de termos sistemas onde, ao que parece, não é possível aplicar o referido método. No entanto, explica como remediar essa inconveniência, mas enfatiza que o método pode ser aplicado a qualquer sistema. Já no sétimo passo são trazidas por ele algumas variantes do método de Bézout, dizendo que alguns autores adaptam alguns elementos a fim de facilitar a sua aplicação. Em nosso entendimento, ao finalizar o estudo deste método explicitando ao leitor a existência dessas variações o autor nos mostra que está bem atualizado quanto às publicações de livros didáticos, e ainda, traz o método proposto por Bézout e a adaptação feita por outros autores explicando ambas ao aluno, nesse ponto deixa a critério do educando qual ele deve aplicar em suas resoluções.

Aspectos de linguagem e momentos de estudo

Destacamos na organização didática a presença predominante do registro algébrico e o registro em língua materna. Ao nos referirmos aos momentos de estudo, predomina a sistematização da técnica, pois, dos sete passos da organização didática, apenas o primeiro explicita a idéia de que o método de Bézout elimina todas as incógnitas menos uma. Ainda não é um momento de institucionalização, logo os outros seis então voltados para a institucionalização da técnica; um que sistematiza a resolução de sistemas com duas equações genericamente, o outro também genericamente sistematiza sistemas com três equações, a sistematização em língua materna, a sistematização a partir de um exemplo particular, sistematização de uma adaptação da técnica e a sistematização de outro exemplo.

Referencial bibliográfico

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo.* 3. ed. Lisboa: Edições 70, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação / Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática- 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. *Programa Nacional do Livro Didático*,2007. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/download/pnld/editalpnld2007.pdf. >. Acesso em: 08.05.2008.

BOSCH, M. (1999).*Un punto de vista Antropológico: La evolución de los instrumentos de representación en la actividad Matemática***.** IV Simpósio SEIEMIV (Huelva 2000). Ponencia invitada al Seminário de Investigación I, “Representación y comprensión” (Versión preliminar, 30-6-2000). disponível em: http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm**.** Acesso em 20/12/2006.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

_____. (1999) *L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>. Acesso em 15/06/ 2008.

_____.; BOSCH, M. *Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique*. Artigo publicado na RDM - Recherches en Didactique des Mathématiques, no 19/1, 1999, p. 77-124.

GASCÓN, J. *La necessidade de utilizar modelos em didática de las matemáticas*. Educ. Mat. Pesqui: São Paulo, v.5, n.2, pp.11-37, 2003.

SERRASQUEIRO, José Adelino. *Tratado de Álgebra Elementar*. 16ª edição, 1929.