O PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL E A DEMONSTRAÇÃO EM MATEMÁTICA

Marcilene Moreira dos Santos Silva

Formada em Matemática pela UEMS/NA. mm.santos1979@bol.com.br

Antonio Sales

Professor na UEMS/NA, doutorando pelo PPGEDU/UFMS, integrante do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar-GPHEME. a.sales@terra.com.br

Resumo: Este artigo é resultado de um trabalho de conclusão de curso que teve por objetivo conhecer o que pensam e como agem os professores do Ensino Fundamental em relação à demonstração de propriedades matemáticas. Contém um resumo histórico da demonstração, a distinção entre prova e demonstração, a finalidade da demonstração e o seu papel na Educação Básica segundo os PCN. A entrevista com quatro professores revela dificuldade em distinguir exemplificação de demonstração e de envolver os alunos no processo de demonstrar. A breve análise baseou-se nos níveis de determinação didática segundo a Teoria Antropológica do Didático.

Palavras-Chave: Determinação Didática. Demonstração. Prova.

Síntese Histórica da Demonstração

A demonstração matemática tem uma longa trajetória histórica e divide-se entre as demonstrações formais e as demonstrações empíricas. Pode-se dizer que os egípcios de certa forma já praticavam a idéia de demonstração, embora essa fosse ainda de modo muito isolado, não utilizando o formalismo dedutivo das demonstrações atuais. Segundo Domingues (2002, p. 47) em uma história da geometria escrita por Eudemo de Rodes (II a. C) consta que Tales formulou "as propriedades das figuras como afirmaçoes gerais". Essa obra não chegou até nós, mas Proclo (sec. V) ao escrever o seu comentário sobre Os Elementos faz referência a ela e afirma que:

> Tales foi o primeiro a ir para o Egito e levar para a Grécia, na volta, o saber [geometria] que encontrou. Ele descobriu muitas proposições e levou para seus sucessores os princípios adjacentes a muitas obras, valendo-se de casos gerais em alguns casos e em outros métodos empíricos (DOMINGUES, 2002, p. 47).

Em decorrência desse feito coube a Tales de Mileto o mérito de ser o primeiro matemático da história. Acredita-se, no entanto, que antes de Tales destacar as várias propriedades matemáticas estas já eram conhecidas pelos egípcios. A Tales é conferido o título de primeiro matemático pela sua capacidade de perceber a possibilidade de desenvolver o processo de formalização desse conhecimento e fazer asserções com base em um raciocínio dedutivo.

A matemática pura, formal e dedutiva contou também com a contribuição da escola pitagórica onde Tales, segundo alguns autores (BOYER, 1996), exerceu alguma influência, mesmo que indireta, por ser contemporâneo de Pitágoras, embora um pouco mais velho. Os pitagóricos obtiveram muitos resultados a partir de casos particulares, mas apesar disso acredita-se que, por volta do ano 400 a.C, podem ter dado um grande salto com relação à dedução matemática, desenvolvendo encadeamentos de raciocínio e ordenamento de propriedades. Eles também contribuíram para deduzir outras propriedades e particularidades da geometria inclusive o estudo de poliedros regulares e polígonos.

Até o final do século XIX, a demonstração matemática tinha como função, convencer racional e também psicologicamente da veracidade de uma asserção. Estava ligada a uma concepção logicista da matemática: demonstrar para convencer. Os recursos utilizados para demonstrar, no entanto, ainda situavam-se no campo empírico. A partir de então uma análise mais profunda do seu papel tornou-se necessária. Com o avanço da matemática nos séculos que precederam sentiu-se a necessidade de reduzir o uso da evidência intuitiva para evitar resultados paradoxais. A demonstração foi sendo inserida no campo das atividades formais.

Dentre os matemáticos que contribuíram para que esta fosse reformulada devemos citar Frege (1848-1925) que contribui para o conceito de demonstração formal. Tarski (*apud* DOMINGUES, 2002) informa em um artigo como se dá à construção de uma sequência de proposição onde a primeira delas é um axioma e cada uma das demais é: um axioma ou um teorema, dedutíveis das outras, que a precedem na seqüência. A última proposição é aquilo que se queria demonstrar.

É conhecido o embate que se travou, nas primeiras décadas do século XX, entre as três correntes da filosofia matemática, conhecidas como formalismo, logicismo e intuicionismo. A demonstração estava no centro do debate e a visão formalista da matemática foi a que prevaleceu e, dessa forma, ela está tão carregada desse formalismo que, na visão de Lakatos (1978), chega ser estéril do ponto de vista educacional. Entendemos, no entanto, que esse rigor na forma não impede um tratamento adequado por parte de quem se propõe elaborar atividades com vistas à construção do raciocínio matemático.

A Lógica da Demonstração

Do ponto de vista da lógica, Silva (2002) afirma que uma demonstração tem as funções de estabelecer uma verdade e de nos convencer dessa verdade (SILVA, 2002). São funções relacionadas, mas independentes entre si. Uma demonstração, na concepção de Silva, pode desempenhar apenas uma das funções tendo em vista que pode haver uma distância significativa entre a verdade e a convicção. Segundo o autor citado é possível ser convencido da validade de uma demonstração que não estabeleceu definitivamente a verdade. Como a convicção envolve compreensão as demonstrações longas poderão não ser compreendidas e, consequentemente, não convencerem.

Para Silva (2002) uma demonstração deve estar passível da compreensão humana não deixando espaço para dúvida de sua veracidade, deve conter um número finito de proposições logicamente encadeadas, onde esses modos de encadeamentos sejam conhecidos, e para isso é necessário que as demonstrações estejam situadas no contexto de um determinado espaço lógico, ou seja, conforme um sistema dedutível, ou mais precisamente inserido em um sistema formal com vocabulários e regras conhecidas. Caso contrário não seria possível se ter um encadeamento lógico.

O encadeamento lógico é muito valorizado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Consideram-no essencial para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno. A lógica está ligada à matemática e não se pode dizer que a demonstração está inserida em um contexto educativo sem que haja um encadeamento lógico onde o aluno esteja desenvolvendo a criatividade, a intuição, a capacidade de analisar e criticar, podendo assim interpretar os fatos e os fenômenos. Sem que haja possibilidade de desenvolvimento da capacidade de argumentar dentro de um determinado espaço de conhecimento adquirido por ele no decorrer de sua trajetória escolar a demonstração perde a função formativa. Ela precisa possibilitar que o estudante possa evoluir para a realização de demonstrações formais por iniciativa própria (BRASIL, 1998).

Citamos a demonstração formal, mas, na realidade, não esclarecemos sobre o que realmente a lógica define como sendo uma demonstração. No artigo publicado por Bicudo (2002), encontramos que demonstração caracteriza o que vem a ser um sistema formal. O formal é a parte "sintática de um sistema axiomático".

Um sistema formal é composto de três partes, sendo que a primeira delas é constituída pela linguagem. Uma linguagem com símbolos próprios que se constituem em um conjunto de fórmulas. Símbolos e fórmulas devidamente especificados caracterizam uma linguagem específica.

"A parte seguinte de um sistema formal consiste em seus AXIOMAS. A única exigência feita é que cada axioma seja uma fórmula da linguagem do sistema formal" (BICUDO, 2002, p. 67 grifo do autor).

A terceira parte de um sistema formal é constituída pelas regras de inferências, que nos permitem concluir teoremas a partir dos axiomas. Cada uma dessa regras contém explicitadas as condições que permitem fazer inferências conclusivas a partir das condições estabelecidas inicialmente, as hipóteses, e as condições encontradas no processo através de procedimentos que envolvem o uso da linguagem e das propriedades.

Para um melhor esclarecimento citamos Silva que concebe demonstração como tendo várias finalidades dentre elas estabelecer a veracidade relativa de um enunciado (tese da demonstração). "A veracidade da tese depende claro, da veracidade dos enunciados, propostos na demonstração, esta é suficiente para aquela" (SILVA, 2002, p. 56). Embora exista um relacionamento entre ambas elas são independentes entre si. Em uma demonstração, as conexões lógicas que sustentam um enunciado podem não induzir à convicção; se for muito longa pode não ser possível acompanhá-la. Para convencer alguém da veracidade da tese demonstrada é necessário que as demonstrações estejam dentro de um determinado espaço lógico, ou seja, um sistema dedutível; que seja formal e com um vocabulário (simbolismo) conhecido.

A Demonstração e a Educação Matemática

Prova e demonstração são conceitos paramatemáticos porque são definidos no campo da Lógica, mas não na Matemática. Os PCN atribuem a ela um valor formativo nem sempre encontrado em outros autores e entendemos ser necessário analisar o papel da demonstração no contexto educacional.

Quadro atual da Demonstração na Educação

Uma demonstração é uma prova. Na concepção de Arsac (1992) é uma prova formal e cabal tendo como objetivo comprovar a veracidade de uma tese, um resultado que se conhece de antemão.

Para demonstrar, isto é, produzir uma demonstração necessita-se de muito domínio do assunto, certa dose de astúcia para perceber estruturas, que o olhar comum não distingue e capacidade para estabelecer relações sutis. Para compreendê-la é necessária muita abstração.

Defende-se a sua formalização e rigor na dedução com base no princípio de que após ser concluída não pode deixar espaço para nenhuma dúvida tendo em vista, que não será analisada somente por um grupo de especialistas e aceita pelos demais como sendo real. Sabemos que a demonstração formal é utilizada em várias aulas por vários professores e em vários países do mundo. Será utilizada na resolução de vários problemas semelhantes. Vindo daí a sua importância e a relevância do seu estudo. Uma proposição demonstrada torna-se ferramenta para outras demonstrações e pode ser aplicada na resolução de problemas.

A demonstração, da forma como é abordada nas escolas, dizendo melhor, nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é objeto de ensino. Geralmente faz-se a demonstração diante dos alunos para que acompanhem, copiem e repitam até que a sequência de procedimentos seja memorizada. Como consequência desse procedimento cria-se uma prática que não ultrapassa a sala de aula da universidade porque o acadêmico não percebe a necessidade de demonstrar (BALACHEFF, 1988). O estudo desse conteúdo, nessa perspectiva, se limita a uma prestação de contas para efeitos de se conseguir nota na prova e, dessa forma, quando esse acadêmico se torna professor da educação básica, a demonstração não é incluída no seu programa de trabalho. Osório (2002) salientou que está implícito na prática dos professores da Educação Básica que eles entendem não ser justo propor aos alunos processos que exijam recursos intelectuais equivalentes ao de um matemático. A atividade de demonstrar, sem uma compreensão do processo e apenas como quesito para a nota, produziu um desgaste no conceito.

Em consequência o desenvolvimento do raciocínio dedutivo que é um dos objetivos do ensino da matemática no nível da educação básica não chega ser estimulado. Porém, o mais grave de tudo isso é que o profissional que é formado nessa perspectiva não sai preparado para ensinar demonstração aos alunos do ensino fundamental tanto pelo desgaste ocorrido como por considerá-la fora do alcance do aluno (OSÓRIO, 2002).

A Demonstração nos PCN de Matemática

Sendo os PCN (BRASIL, 1998) um documento oficial esperamos encontrar neles os indicativos para uma prática docente que busca proporcionar ao aluno uma formação que se espera no contexto atual. Esperamos encontrar também nele os indicativos dos conceitos matemáticos que devem constar no plano de trabalho do professor bem como a devida justificativa da importância educacional desses conceitos. Sendo que a demonstração, conforme visto em parágrafos anteriores é um conceito muito valorizado pelos matemáticos pela sua contribuição para garantir a validade de uma proposição, mas que, quando se trata do aspecto educacional, somente em décadas recentes que pesquisadores como Balacheff (1988) e Arsac (1992) vêm identificando a sua contribuição educativa, sentimos a necessidade de buscar nos PCN o respaldo teórico para projetos de orientação para a prática docente.

Do ponto de vista de seu valor educativo encontramos nos PCN que ela deve ocorrer, principalmente, no quarto ciclo (8º e 9º anos). Ou seja, a sua presença deve estar na sala de aula a partir do ensino fundamental. Diz ainda o documento que não pode ser utilizada somente demonstrações empíricas, mas, devem ser exercitadas as demonstrações formais. Nesse nível de estudo, segundo o referido documento, os alunos poderão estar utilizando axiomas e teoremas tendo em vista que esse conhecimento e a manipulação desses conceitos matemáticos abrem espaço para a elaboração de conjeturas. Mas para tal é preciso que ele tenha um bom desenvolvimento lógico. É a lógica que permite a compreensão dos processos e assim facilita a argumentação bem como a demonstração.

Os PCN mostram ainda alguns exemplos de demonstrações, principalmente na área de geometria. Está explícito que esta é um campo muito fértil para exercitar a demonstração. Dentre os exemplos apresentados temos o teorema de Pitágoras, que aparece demonstrado de maneira empírica, pois se entende que as experiências concretas levam o aluno a uma compreensão da importância e da necessidade de se provar para legitimar as hipóteses levantadas. Considera-se que para isso devem-se levar em conta três domínios, a saber: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. Domínios estes que podem ser explorados a partir do terceiro ciclo.

Prova e Demonstração

A prova segundo Arsac (1992) se diferencia da demonstração porque esta possui rigor e formalidade enquanto aquela se limita a convencer o interlocutor. Ela pode ser considerada como uma etapa do processo de demonstração embora possa não resultar nessa.

A demonstração é teórica e partindo de axiomas (postulados) e teoremas consolida uma única verdade sem deixar espaço para dúvidas a respeito de sua validação. A prova pode ficar no nível experimental. Parte de objetos sensíveis pertencentes ao mundo vivido, podendo ser palavras, desenhos, gestos ou esboço e pode permanecer no nível de manipulação deles. Um exemplo de prova é apresentado quando se utilizam dobraduras para provar que os ângulos internos de um triângulo somam 180º.

O Referencial Teórico

Nosso referencial de análise é a Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001). É uma teoria antropológica do didático porque concebe a matemática como uma produção social e o seu estudo como objeto de atenção da didática da matemática. Nessa perspectiva a demonstração pode ser valorizada em certo contexto e não valorizada em outro. Pode estar incluída na organização didática de um professor e não estar incluída na organização didática do outro. Ou ainda, é um tema que poder ser abordado de forma diferente em cada nível de ensino. Demonstrar pode ou não estar incluída na organização didática (OD) do professor.

De com a TAD uma OD não é determinada por uma ação isolada de um professor. Há fatores sociais e estruturais da disciplina que exercem forte influência na ação do profissional no instante em que ele decide a OD que orientará a atividade a ser proposta. Esses fatores estão hierarquizados de tal modo que um exerce influência sobre o outro e a TAD especifica alguns níveis dessa hierarquia. Os níveis da hierarquia em que as organizações matemáticas e didáticas estão organizadas e que impõem limitações à formação e atuação do professor estão apresentados em ordem decrescente de abrangência. São denominados níveis de determinação didática.

Alguns Níveis de Determinação Didática segundo a TAD: Sociedade e Escola

Um desses níveis de determinação didática é a Sociedade. De uma forma bem evidente a sociedade exerce um grau de influência sobre os fazeres escolares, determinando quais os saberes que devem ser ensinados na escola e quais as práticas que são aceitas. A própria adoção de um determinado modelo docente depende, frequentemente, da aprovação da sociedade porque esta determina as habilidades que espera como produto da escola. Nesse nível podem ser incluídos fatores como a formação do professor, as condições salariais que ensejam uma sobrecarga de trabalho ou um descontentamento, a própria estrutura administrativa da escola, e os programas a serem cumpridos.

Em outro nível dessa hierarquia estão as escolas. No interior da escola também ocorrem fatores que influenciam a prática do professor. A disciplina escolar é um exemplo. A preocupação com a ordem na sala de aula e com o rendimento escolar é, sem dúvida, um fator determinante da OD. Além disso, é comum um professor recém-formado encontrar forte resistência para implantar novas propostas metodológicas em uma escola dominada por professores e administradores veteranos já acostumados a uma determinada prática. O próprio aluno, acostumado a certa prática, oferece resistências a mudanças. É preciso se levar em conta também o livro didático adotado pela escola. É nessa perspectiva que o discurso dos professores foram analisados.

O que pensam os professores sobre a demonstração

Procedemos a uma pesquisa de campo entrevistando quatro professores de escolas públicas de Nova Andradina. São: docentes que atuam no ensino fundamental, mais precisamente que lecionam no 9º ano. Todos são licenciados em matemática e exercem a profissão a mais de um ano. Na entrevista procuramos entender qual a visão dos docentes em relação à demonstração em matemática, tendo como ponto fundamental o teorema de Pitágoras, por ser um teorema muito conhecido. Ele está presente na maioria dos livros didáticos.

Embora os entrevistados tenham assinado o termo de livre consentimento procuramos preservar sua identidade evitando expô-los. Para tanto trataremos a todos como se fossem do gênero masculino e os designaremos por letras maiúsculas do alfabeto (PA, PB, PC, PD). Três perguntas foram formuladas e nos parágrafos seguintes registramos as perguntas e as respostas dos professores.

Pergunta 1: O livro adotado traz a demonstração de alguma propriedade?

Respostas:

> As que me lembro são: a da equação do segundo grau que vem demonstrada, também a fórmula de Pitágoras, que ainda não utilizei este ano, mas utilizei no ano passado, dentre outras demonstrações. Apesar de eu utilizar o livro didático somente para os alunos fazerem atividades em casa, pois em sala de aula minhas atividades não são de acordo com o livro (PA).

> Faz cinco anos que atuo em sala de aula e os primeiros contatos que tive foram com a coleção do Giovanni e Castrucci para o ensino fundamental do 6º ao 9º. Esses livros trazem as demonstrações e os conteúdos, mais relevantes para a matemática. No inicio quando comecei a trabalhar até tentei utilizar as demonstrações dos livros de uma forma mais simples para que o aluno pudesse entender, mas acontece que o aluno não está preparado, principalmente o do ensino fundamental no 3º e 4º ciclo, para entender as demonstrações. Ele não tem abstração suficiente, com isso você acaba tendo aulas frustrantes. O aluno não consegue entender o que você esta falando, ele não consegue imaginar para que serve aquilo. Com isso acaba havendo um distanciamento entre professor e aluno, cria certo receio do professor e esse receio cria um distanciamento da matemática.
> Além desse livro do Castrucci já trabalhei uns dois anos com os livros de Gelson Iezzi que é uma coleção reformulada da coleção dos 12 livros e existem várias demonstrações retiradas dessa coleção. A coleção de 2007/2008 foi trabalhada nas séries iniciais e ficou um pouco frustrante. As imagens e as figuras eram bem simples, mas elas não levavam os alunos a raciocinar, não tendo assim uma aproximação entre conteúdo e figuras. Por fim posso dizer que os livros didáticos trazem demonstrações, mas acredito que fica um pouco abstrato para o aluno entender para que serve e de que forma ele estaria trabalhando essa demonstração (PB).

"**Sim, traz algumas demonstrações em matemática, das que me lembro a do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras, dentre outras que não me lembro no momento" (PC).

> O livro traz todas as definições, mas preciso pesquisar em vários livros para poder demonstrar. Quando vou demonstrar o Teorema de Pitágoras utilizo no mínimo três livros até encontrar a demonstração ou algo que me interessa e, muitas vezes, pesquiso na internet. Não existe um livro completo e se for trabalhar tendo como suporte um único um livro fica muita coisa para trás (PD).

Pergunta 2: Você demonstra o Teorema de Pitágoras? De que forma?

Respostas:

> Na demonstração de Pitágoras, não somente nesse livro como nos demais, é utilizado um triângulo retângulo de lado maior medindo 5cm, e catetos medindo 3 cm e 4 cm. Costumo demonstrar na lousa utilizando esse triângulo retângulo de lados medindo 5cm, 4cm e 3 cm, onde o lado de 5cm é a hipotenusa e os outros lados são os catetos adjacentes e oposto com os quais se formam o ângulo reto (90º). Se um lado é de 3 cm ele forma um quadrado de área igual a $9cm^2$, se o outro é de 4 cm forma um quadrado de lado 4cm e área $16cm^2$, se o outro é 5cm sua área será de $25cm^2$. Dessa forma será possível provar que o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos adjacente e oposto. È bem simples que os alunos não sentem dificuldade, até mesmo porque antes de fazer a demonstração procuro levá-los até a sala de tecnologia onde eles assistem a um vídeo mostrando passo a passo a demonstração do teorema de Pitágoras. O objetivo desse vídeo é fazer uma introdução sobre o teorema despertando o interesse e ao mesmo tempo motivando o aluno (PA).

> Os livros trazem sim a demonstração do Teorema de Pitágoras, mas como havia dito requer muita habilidade e competência dos alunos, então sempre procuro a minha didática para ensinar como se chega ao Teorema de Pitágoras. Procuro exemplificar para o aluno para que serve o teorema e não demonstrar como se chega na formula, isso porque a formula é só aplicação, e a aplicação no momento acreditam que não é tão importante para o aluno, pois a fórmula já está pronta é só jogar os números e no máximo o que o aluno pode errar é nos cálculos. Então é mais importante o aluno entender para que serve o Teorema de Pitágoras. Prefiro mostrar na lousa conteúdos paralelos, até chegar ao teorema, pois assim o aluno irá conseguir enxergar melhor o conteúdo. Acredito que você tem que dar valores ao teorema para somente depois estar demonstrando e existe um tempo para isso. [...]
> Então, dentre todo esse processo novo que tem a matemática para que servem as demonstrações dentro da sala de aula a não ser para passar o tempo e fazer com que o aluno tenha receio da matemática, receio do professor e receio da escola? Quero dizer, aquela distância só irá aumentando. Então é necessário que você trabalhe de uma forma mais dinâmica abordando os mesmo conteúdos para que a matemática não se torne tão pesada. Demonstração é matemática pura e isso não é a realidade do aluno, o estudante hoje procura uma matemática aplicada, uma matemática mais usual, que ele consiga aplicar essa matemática em seu meio habitual. Com isso posso dizer que não adoto as demonstrações em sala de aula e nem utilizo as demonstrações dos livros que adoto" (PB).

> Como já havia dito antes, [o livro] traz a demonstração do Teorema de Pitágoras. Ele procura demonstrar utilizando as relações métricas do triângulo retângulo, embora não costumo utilizar esta demonstração em sala de aula, já tentei uma vez, mas os alunos não conseguem entender devido ao grau de complexidade, então procuro demonstrar sobrepondo em cima de cada lado do triângulo retângulo os

> quadrados que correspondem as áreas de suas medidas e dessa forma mostro para os alunos que o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos dois catetos (PC).
>
> Ele [o livro] demonstra o Teorema de Pitágoras sim utilizando as relações métricas existentes aos triângulos retângulos, mas não utilizo esta forma para demonstrar procuro trabalhar utilizando as áreas dos quadrados de cada lado do triangulo retângulo e somente depois trabalho a outra forma. Inicio falando sobre Pitágoras, as contribuições que deu e as relações do triângulo retângulo mostrando os catetos, a hipotenusa. Para isso trabalho com data show e cartolinas, então assim eles conseguem ver que a soma do quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, e somente depois que demonstrei tudo isso para eles que falo o teorema para eles assim eles assimilam. Escrevo o Teorema em uma linguagem matemática, ou seja, $a^2=b^2+c^2$, peço para eles transformarem na língua materna, que é a língua portuguesa para mim, então eles falam que a hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos catetos ao quadrado”(sic) (PD).

Pergunta 3 :Você acredita que é importante estar fazendo demonstrações para o aluno do ensino fundamental? Por quê?

Respostas:

> Você demonstrando ele não irá mais se esquecer do que aprendeu. [...] E outra, é importante estar demonstrando porque muitas vezes o aluno não pergunta, ele fica apático na aula. Por não conhecer o conteúdo não será capaz de perguntar, pois só quando você passa a ter conhecimento do conteúdo terá duvidas e irá surgir os “porquês’”.
> Meu objetivo não é somente passar as formulas em si, é importante que o aluno passe a ter um conhecimento de como se chegou naquela fórmula. O ensino médio irá complementar o fundamental com um grau de dificuldade maior, e mesmo assim alguns alunos ainda chegam ao terceiro ano do ensino médio sem conhecer o teorema de Pitágoras, sem saber quem foi Pitágoras. Tenho mudado muito a minha didática de trabalho, e vi que demonstrando tenho despertado o interesse dos alunos e eles têm se mostrado mais compromissados com a aula (PA).

O Professor B não respondeu diretamente. Sua resposta ficou embutida na resposta à pergunta nº 2.

“É muito importante estar demonstrando para o aluno do ensino fundamental, pois a aprendizagem depende muito da relação que ele faz através da demonstração adquirido e assimilando dessa forma o que significa o teorema” (PC).

> Particularmente tenho uma grande dificuldade de demonstrar para o 6º e 7º [anos]. Acredito que eles não possuem maturidade suficiente para entender. Quando vou explicar, por exemplo, as potências no momento que falo *a* elevado ao quadrado eles perdem o juízo e perguntam: “Ah! Professor, não é número?”
> Então prefiro demonstrar mais somente para o 8º e 9º, pois eles possuem uma maturidade maior. Mas acredito que é importante estar demonstrando, sim (PD).

Análise e Considerações Finais

Observa-se que o discurso dos professores é unânime com relação à importância da “demonstração” embora somente um deles revelou saber o verdadeiro significado do termo. O que se faz em alguns casos é mostrar um exemplo e chamar isso de demonstração. Quando consideramos que são professores formados em matemática (UEMS e UFMS/Dourados) percebemos que o “ritual demonstrativo” a que foram submetidos nas aulas de matemática nem sequer foi compreendido e o que compreendeu esse ritual não conseguiu transpô-lo para a sua sala de aula e acabou convencendo-se da sua esterilidade em termos de valores formativos. O excesso de abstração a que submeteu os seus alunos, seguindo o mesmo ritual a que foi submetido, revelou-se infrutífero e desgastante. O seu depoimento parece contrariar os PCN que partem do pressuposto que os alunos sejam capazes de fazerem conjecturas, argumentações e, por fim, estarem até mesmo demonstrando. No nosso entender o que temos ai é uma forte “determinação didática” proveniente da universidade que se manifesta pela ausência de orientação de como fazer a transposição para os níveis mais elementares da educação. Essa “determinação” também se manifesta pela forma clássica de abordar o assunto que ora está centrado na técnica e ora na teoria e pouca discussão sobre os valores formativos dos temas abordados.

O discurso de que é importante fazer algo não é incomum embora na prática nem sempre se efetive. Há um discurso socialmente aceito e esse é simplesmente repetido. A “escola” precisa ouvir esse discurso para considerar aceitável o trabalho do professor.

Normalmente a alfabetização algébrica do aluno começa no 7º ano com o estudo das equações do primeiro grau. Levando em conta que para demonstrar se faz necessária uma simbologia apropriada e uma vivência com o ritual e, considerando que é somente a partir do 8º ano que o estudante irá conviver mais tempo com o estudo da álgebra, especialmente com os polinômios, é de se supor que não tenham condições de entender a demonstração antes desse nível de escolaridade. O mais recomendado seria trabalhar a prova e a elaboração de conjeturas. Esse seria um tratamento que prepararia o aluno para a prática da demonstração no 9º ano.

Ao professor B faltou uma compreensão do contexto social e dos níveis de determinação didática para nortear a sua prática ao trabalhar com prova, conjetura e demonstração. Nem sempre é possível uma aplicação direta dos conteúdos (conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e algoritmos), estudados na universidade, no ensino fundamental. Nesse nível os alunos estão na escola com outros objetivos e precisam ser preparados para entrar no estudo da matemática. Os professores encontram dificuldades em conciliar a expectativa de apresentar resultados, em termos de tarefas concluídas ou exercícios resolvidos, e produzir.

Vimos também que se confirma a constatação de Osório de que o professor não considera justo exigir do aluno elevados recursos intelectuais.

Referências

ARSAC, Gilbert. **Initiation au Raisonnement Déductif au Collège**. Lyon: Presses Universitaires de Lyon, 1992.

BALACHEFF, Nicolas. **Une étude des processus de preuve em mathématique chez des élèves de Collège**.Université Joseph Fourier-Grenoble I, INPG, 1988 (Tese de doutorado).

BICUDO, Irineu. Demonstração em Matemática. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p.79-90. Rio Claro: UNESP, 2002

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DOMINGUES, Hygino H.. A Demonstração ao Longo dos Séculos. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p.55-67. Rio Claro: UNESP, 2002.

LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemática**: provas e refutações. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1978.

OSÓRIO, Víctor Lários. Demostraciones y conjeturas en la escuela media. **Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas.** Año 2, num.3. Enero 2002. Disponível em: < http://www.uaq.mx/matematicas/redm/> Acesso em: ago 2007.

SILVA, Jairo José. Demonstração Matemática da Perspectiva da Lógica Matemática. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p.68-78. Rio Claro: UNESP, 2002.