

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: CONSIDERAÇÕES SOBRE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Maria José Santana Vieira Gonçalves - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

RESUMO: Este artigo apresenta considerações sobre uma pesquisa em andamento, cujo objetivo é investigar as principais estratégias relativas ao raciocínio proporcional mobilizadas por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, diante de situações que envolvam relações proporcionais (direta ou inversa) e situações onde essas relações não existam. Sua relevância está no fato de considerarmos que são muitas as contribuições do raciocínio proporcional para a aprendizagem da Matemática, bem como sua aplicação em outras áreas do conhecimento. Para atingir o objetivo proposto buscou-se aporte na Teoria das Situações Didáticas (Brousseau). Os procedimentos metodológicos adotados foram os previstos pela Engenharia Didática (Artigue). Para dar fundamentação teórica e didática à pesquisa foi realizado nas análises preliminares, um levantamento bibliográfico sobre as concepções de proporcionalidade e raciocínio proporcional. Na fase da experimentação os dados foram coletados por meio de observações e gravações em áudio das discussões dos alunos durante as sessões de atividades da sequência didática desenvolvida em classe. Nas análises a posteriori realizadas até o momento, constatamos que os alunos participantes da pesquisa possuem noções intuitivas sobre proporções e que conseguem manifestar o raciocínio proporcional por meio de estratégias não convencionais que utilizaram para resolver os problemas propostos. Observamos ainda que os alunos não conseguem, num primeiro momento, distinguir situações proporcionais das não-proporcionais. Verificamos a ocorrência de alguns erros ao resolverem os problemas que não envolvem relações proporcionais vinculados a determinadas regras do contrato didático. Esperamos, ao concluir essa pesquisa, contribuir para o avanço das investigações sobre o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos bem como levantar novas questões para o avanço dos estudos sobre o tema investigado.

Palavras-chave: Proporcionalidade. Raciocínio Proporcional. Estratégias. Ensino Fundamental.

Considerações Iniciais

A noção de proporcionalidade é uma das mais antigas da Matemática. A história nos relata que a importância desse conceito deve-se ao fato de sua aplicabilidade tanto em problemas práticos, dentro do contexto matemático, como em diversas áreas do conhecimento. A necessidade humana em resolver seus problemas, quer de cunho prático ou científico levou o homem a buscar uma maneira de raciocinar proporcionalmente. Nos tempos contemporâneos, a noção de proporcionalidade se torna cada vez mais importante, sendo utilizada por cientistas, engenheiros e comerciantes, entre outros.

A importância desse conceito é destacada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) com orientações detalhadas sobre os procedimentos a serem abordados no seu ensino, visando o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Estudos têm sido realizados em busca de uma melhor compreensão desse tipo de raciocínio com o objetivo de contribuir com alternativas que possam minimizar as dificuldades, tanto de quem aprende quanto de quem ensina o conceito de proporcionalidade.

De acordo com Post, Behr e Lesh (1995), várias tentativas foram realizadas com o objetivo de definir o raciocínio proporcional. Muitas dessas tentativas consideravam como forma de raciocinar proporcionalmente, a capacidade do indivíduo em dar respostas corretas a problemas de valor ausente. Esses autores, no entanto, acreditam que o raciocínio com proporções não se limita a resolver problemas por meio do uso de algoritmos. Para eles, o raciocínio com proporções “envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações” (p. 90). Esses autores ainda apontam que o raciocínio proporcional requer formas de pensamento qualitativo e quantitativo.

Segundo Lamon, *apud* Costa (2007), o conceito de raciocínio proporcional está muito além da mecanização, ou seja, do fazer uso de algoritmos na resolução de problemas sobre proporcionalidade. O raciocínio proporcional está relacionado à habilidade de fazer análises conscientes da relação entre quantidades, o que é perceptível quando se analisa argumentos e explicações sobre as relações proporcionais. Para essa autora o raciocínio proporcional envolve a compreensão de dois tipos de relações entre grandezas. Abrange tanto a compreensão de uma relação constante entre duas grandezas (invariância), quanto a compreensão de que essas grandezas se relacionam e variam conjuntamente (covariância).

A partir dos conceitos de invariância e covariância propostos por Lamon, buscamos analisar como os alunos identificam as relações entre as grandezas envolvidas nos problemas. A compreensão dessas relações pode se manifestar por meio das estratégias de resolução que são utilizadas para resolver os problemas que envolvem proporcionalidade.

Pesquisas que investigaram a temática da proporcionalidade e o raciocínio proporcional destacam as diversas estratégias de resolução de problemas que foram apresentadas pelos alunos. Silvestre (2006) afirma não ser possível identificar os motivos que justificam as opções dos alunos por uma ou outra estratégia. Para ela, a escolha parece depender de alguns fatores, como por exemplo, o conhecimento do aluno sobre números e sua capacidade de interpretar e resolver problemas. Para Vergnaud *apud* Schliemann e Carraher,

(1997), é possível determinar a solução de um problema de proporcionalidade utilizando uma das seguintes estratégias: estratégia escalar, estratégia funcional ou regra de três.

Segundo esse autor, a estratégia escalar consiste em encontrar a solução para um problema de proporcionalidade, observando as relações estabelecidas entre os valores de uma mesma grandeza. Nesse procedimento as grandezas permanecem independentes uma da outra e operações são realizadas em cada uma, conservando-se a relação proporcional. As operações envolvendo as grandezas podem ser multiplicações ou adições sucessivas.

A estratégia funcional na concepção de Vergnaud, *apud* Schliemann e Carraher (1997), é o tipo de estratégia que estabelece relações entre duas grandezas, determinando a razão entre elas, ou seja, encontrando a constante que possibilita relacionar os valores de uma grandeza aos valores correspondentes na outra grandeza.

A regra de três, por sua vez, é uma estratégia que consiste, segundo Vergnaud, *apud* Schliemann e Carraher (1997), em comparar duas razões equivalentes. Dessa forma, dadas duas razões equivalentes, a/b e c/x , sendo conhecidos os valores de a , b , c e desconhecido o valor de x , tem-se que $a/b = c/x$, o que implica que $a \cdot x = b \cdot c$, donde resulta que $x = b \cdot c/a$. Alguns autores fazem restrições quanto à utilização dessa regra. Para Post, Behr e Lesh (1995), a regra de três representa um “processo mecânico” e que não possibilita uma compreensão dos problemas do cotidiano que envolve proporcionalidade.

Em relação ao ensino de proporções, destacamos entre outras pesquisas que analisamos, as realizadas nas regiões Sul e Nordeste do Brasil e que relatam o quanto esse ensino tem se limitado à prática do uso de algoritmos e memorização de técnicas. Martins (2007) investigou, na região Sul, as práticas vigentes nas aulas sobre proporção em duas turmas de 7º ano e afirma que em muitas das observações que realizou, as práticas docentes “(...) encaixam-se no método da cópia e repetição, sendo uma das mais recorrentes o professor trazer para os alunos listagens de exercícios parecidos e de resolução mecanizada. Os alunos memorizam técnicas de resolução, que aplicam nos exercícios.” (p. 85). A autora verificou que o algoritmo da regra de três foi utilizado como a principal estratégia de resolução dos exercícios.

Pontes (2009) focou seus estudos na atuação dos professores em sala de aula na região Nordeste. Em relação ao ensino de Razão e Proporção no 7º ano do Ensino Fundamental, a autora verificou um ensino conduzido por regras e um discurso narrativo monopolizado pelo professor. Apesar do professor manifestar algumas atitudes que evidenciavam sua preocupação com a aprendizagem do aluno, o mesmo adotava uma metodologia que desprezava os conhecimentos prévios dos mesmos adquiridos na vivência fora da escola. Sua

metodologia não permitia ao aluno participar do processo de construção do conceito em estudo, nem criar suas próprias estratégias para resolver os problemas propostos. Essa autora comenta que em momento algum o professor discutiu estratégias variadas de resolução dos problemas, mesmo quando algum aluno propunha uma estratégia diferente da ensinada pelo docente.

Verificamos nas escolhas metodológicas adotadas por esses professores, uma negação das orientações de ensino propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) para o 7º ano escolar. Desse modo, não se observa um estudo da proporcionalidade que promova o desenvolvimento do raciocínio proporcional do aluno, com estímulos à autonomia de estratégias de resolução de problemas, sem a utilização de procedimentos convencionais como a regra de três.

Um ensino nessa vertente nos parece ser possível, haja vista o relato de autores (Spinillo, 1997; Schliemann e Carraher, 2006) que pesquisaram sobre raciocínio proporcional. Em suas investigações eles constataram que este modo de pensar foi utilizado, de forma intuitiva, por adultos e crianças quando resolveram determinados problemas que envolviam o pensamento proporcional, mesmo não tendo recebido previamente instrução formal sobre proporcionalidade. Para Schliemann e Carraher (1997), a criança desenvolve uma compreensão de razão e proporção fora da escola, mas o raciocínio proporcional envolve conhecimentos que podem ser desenvolvidos na escola.

Entendemos, a partir das considerações expostas, que em alguns casos as dificuldades dos alunos na utilização do conceito de proporcionalidade, dentro da Matemática e em outras áreas do conhecimento, têm suas origens no ensino desse conceito. Acreditamos que a falta ou o pouco conhecimento dos professores em relação à estrutura do raciocínio proporcional tem limitado o desenvolvimento desse tipo de raciocínio nos alunos. Dessa forma, neste estudo, levantamos a hipótese de que os alunos possuem conhecimentos prévios e noções intuitivas de proporção que podem ser considerados pelo trabalho escolar como ponto de partida para o ensino formal do conceito de proporcionalidade e o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Para confirmar essa hipótese, propomos como objetivo principal dessa pesquisa *investigar as principais estratégias relativas ao raciocínio proporcional mobilizadas por alunos do 7º ano do ensino fundamental ao resolverem problemas que envolvam proporções (direta e inversa) e problemas que não apresentem relações proporcionais, antes do ensino formal do conceito de proporcionalidade.*

Em função da hipótese considerada e dos objetivos propostos conduzimos esta pesquisa por meio da prática de resolução de problemas e com aporte nos referenciais teóricos e metodológicos que apresentamos a seguir.

Referencial Teórico

Ressaltamos que, embora a teoria das situações didáticas seja uma teoria que estuda formas de exploração de situações-problema visando a aprendizagem de um determinado conteúdo e, mesmo não sendo este o objetivo principal desta pesquisa, fizemos uso dela apoiando-nos nas noções de devolução, situações de ação, formulação, validação, institucionalização e de contrato didático.

Destacamos que a prática de resolução de problemas, à qual nos referimos, não se identifica com a que é praticada pelo ensino tradicional, mas com a teoria das situações didáticas. Segundo Freitas (2008), o que diferencia a resolução de problemas, concebida como prática do ensino tradicional e a noção de situação didática “é principalmente a presença, a valorização e a funcionalidade de situações adidáticas no transcorrer de uma situação didática” (p.88).

A *situação didática* é a noção principal da teoria das situações didáticas e Brousseau *apud* (FREITAS, 2008, p.80) a define como:

Um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição.

Nessa perspectiva, nosso trabalho enquanto pesquisadora consistiu em elaborar situações considerando um contexto que desse significado ao conceito de proporcionalidade para os alunos. Ao propormos um problema ao aluno, procuramos comunicá-lo de tal maneira que ele o adotasse como seu e se sentisse responsável por resolvê-lo, por vontade própria e não para atender a um desejo da pesquisadora. Quando conseguíamos que o aluno aceitasse a responsabilidade de resolver o problema, dispensando nossa intervenção, a partir desse momento ocorria um tipo de situação que Brousseau denomina de *adidática*.

A situação adidática é, portanto, o momento em que o aluno torna-se o protagonista principal da situação, com possibilidade de agir, refletir, formular e, quando possível, validar. Porém, o aluno só terá tais atitudes se o professor, ao elaborar problemas e apresentá-los aos alunos, considerar um *meio* criado e organizado por ele, e sobre o qual possa intervir.

Nessa pesquisa, o *meio* foi organizado de modo que todos os alunos da sala formavam um grande grupo e trabalhavam juntos. Assim, os conhecimentos de cada aluno faziam parte do *meio* de cada um, o que no desenvolvimento dos problemas, acabou promovendo retroações, que influenciavam nas tomadas de decisões individuais.

Referencial Metodológico

Para o desenvolvimento desta pesquisa optamos pela metodologia denominada Engenharia Didática constituída por Artigue (1996), com a finalidade de analisar as situações didáticas. Consideramos em nossa escolha as características específicas dessa metodologia que abrange tanto a dimensão teórica (caso metodológico da pesquisa) quanto a experimental (caso das sequências de atividades em sala).

Como metodologia de pesquisa, Artigue (1996, p. 196) caracteriza a Engenharia Didática como “um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino”.

Utilizando esse referencial metodológico organizamos os procedimentos executados nesse estudo, por meio das quatro fases que compõem o seu processo experimental: análises preliminares; concepção e análise a priori das situações didáticas; experimentação; e análise a posteriori e validação.

Na primeira fase, *as análises preliminares* tiveram por objetivos levantar informações para compor o quadro teórico e auxiliar nas definições do objeto e da hipótese da pesquisa. Algumas das informações obtidas com essas análises preliminares estão presentes na introdução desse artigo.

Na segunda fase, a fase da *concepção e análise a priori das situações didáticas*, elaboramos e analisamos uma sequência didática composta por seis sessões. Os problemas que compõem cada sessão foram elaborados tomando por base os estudos prévios e de modo que permitissem ao aluno entender, agir, expressar, refletir e evoluir por conta própria, com a possibilidade de desenvolver o raciocínio proporcional. Na realização da análise a priori descrevemos as variáveis didáticas escolhidas, de tal forma que mudanças nos valores das mesmas, provocavam alterações nas estratégias de resolução dos alunos.

Na terceira fase, a fase da *experimentação*, aplicamos a sequência didática a um grupo de 16 alunos do 7º ano do ensino fundamental, que ainda não haviam estudado o conteúdo referente à proporcionalidade, com exceção de uma aluna. Como optamos por trabalhar com a oralidade, os alunos tinham que expressar suas estratégias verbalmente. Dessa forma, os dados foram coletados por meio de gravação em áudio e das pautas de observação em todas as

sessões, que permitiram construir posteriormente os protocolos de pesquisa. Também foram coletados registros escritos de algumas atividades realizadas pelos alunos.

Na quarta fase, *análise a posteriori e validação*, confrontamos os dados coletados na experimentação com as análises a priori realizadas anteriormente. Antecipamos que em todas as sessões percebemos que ocorreu a devolução e as situações adidáticas de ação, formulação e validação (BROUSSEAU, 2008).

Alguns Resultados

Apresentamos alguns resultados parciais, a partir das análises referentes à primeira e à segunda sessão, tomando por base o objetivo proposto para cada uma delas, bem como o referencial teórico e os estudos que nortearam essa pesquisa.

1ª Sessão

O objetivo desta sessão em relação à proporcionalidade era levar o aluno a compreender que existe uma relação proporcional entre as grandezas envolvidas e que, nesse caso, quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza também aumenta na mesma razão. Sendo assim, todos os problemas envolviam grandezas diretamente proporcionais.

Esta sessão teve uma duração de aproximadamente 38 minutos e contou com a participação de 15 alunos. Apresentamos cada um dos problemas oralmente aos alunos que, nessa sessão não puderam utilizar o instrumento didático do lápis e papel. Dessa forma, os alunos ouviam o enunciado de um problema e quando achavam que tinham obtido a solução, a apresentam ao grupo. A cada aluno era solicitado que não apresentasse somente a solução, mas também a estratégia que tinha utilizado na resolução do problema.

Apresentamos a seguir os problemas que foram propostos aos alunos nessa sessão:

Problema 1: O carro de Raul consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados. Para percorrer 300 km, quantos litros de combustível seu carro gastará?

Problema 2: Uma impressora imprime 50 folhas em 3 minutos. Quantos minutos ela gastará para imprimir 500 folhas?

Problema 3: Tatiana comprou 8 metros de tecido por R\$ 480,00. Quanto vai pagar por 10 metros do mesmo tecido?

Problema 4: Uma foto de largura 1,5 cm e comprimento 2,6 cm foi ampliada. Se a nova foto for feita com largura de 4,5 cm, qual será a medida de seu comprimento?

Problema 5: Desenvolvendo sempre a mesma velocidade, Luisinho percorre de bicicleta 1400 metros em 7 minutos. Quantos metros vai percorrer em 30 minutos?

Na análise a posteriori dessa sessão observamos que as estratégias previstas na análise a priori foram utilizadas pelos alunos. No entanto, observamos que houve a predominância da

estratégia escalar nas resoluções apresentadas, tanto envolvendo relações aditivas quanto multiplicativas entre os valores das grandezas. Esse procedimento era esperado, pelo fato de ter sido identificado nos estudos de Schliemann e Carraher (1997) sobre as estratégias utilizadas por alunos que ainda não haviam estudado os conceitos de proporcionalidade.

A estratégia funcional foi utilizada pelos alunos somente para resolverem os problemas que envolviam o contexto de compra e venda (problema 3) e velocidade (problema 5). Acreditamos que os alunos optaram por essa estratégia ao perceberem a multiplicidade dos valores das duas grandezas. Da mesma forma, a opção pela estratégia escalar nos outros problemas pode ter sido influenciada pela multiplicidade entre os valores no interior de uma mesma grandeza.

Observamos que mesmo sem o estudo formal da proporcionalidade e usando uma linguagem empírica, os alunos conseguiram expressar o raciocínio proporcional por meio das estratégias utilizadas. Para dar uma ideia sobre a parte experimental da pesquisa, apresentamos a análise da primeira atividade dessa sessão, a fim de expor algumas conclusões que chegamos até o momento. Ressaltamos que os alunos são identificados por duas letras maiúsculas e a pesquisadora pela letra P.

Problema 1: O carro de Raul consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados. Para percorrer 300 km, quantos litros de combustível seu carro gastará?

Após a leitura do problema pela pesquisadora, uma aluna se manifesta e a pesquisadora faz interferências a fim de compreender o raciocínio utilizado pela aluna.

LI: *É 24.*

P: *Como você encontrou 24?*

LI: *Eu multipliquei 8 vezes 3.*

P: *Por que 8 vezes 3?*

LI: *Por que é assim... com 8 litros ele anda 100 km e 100 vezes 3 é 300. Então 8 vezes 3 é 24.*

Identificamos, por meio da estratégia escalar utilizada por essa aluna, um raciocínio proporcional, pois ela observa a relação entre os valores da grandeza km, determina a razão, no caso 3, e a emprega (por meio de uma relação multiplicativa) para encontrar o valor da grandeza litros que era desconhecido. Nesse caso, o raciocínio empregado na estratégia da aluna demonstra a compreensão de que as grandezas se relacionam e variam conjuntamente (covariância) como propõe Lamon.

Observamos a ocorrência de uma situação adidática de validação, onde MA tenta convencer a aluna JU e os demais de que sua estratégia leva a uma solução correta. MA

também faz uso da estratégia escalar, porém opera com adições sucessivas, ao contrário do que fez a aluna LI. Vejamos:

JU: *Eu acho que é 8×300 . Não é 300 que ele quer andar?*

MA: *Não. É 24, porque é 8 litros pra cada 100 km. É como se fosse 3 “oitos”, porque é 300, entendeu? No primeiro 100 km é 8, no segundo mais 8 e mais 8. Daí são 24 litros.*

Pela fala de uma aluna identificamos que a mesma já conhecia o algoritmo da regra de três. Apesar de ser uma estratégia prevista, nos surpreendemos, pois tínhamos escolhido um grupo de alunos que ainda não havia estudado proporcionalidade, o que segundo a professora, só ocorreria no terceiro bimestre letivo. No entanto, a pesquisadora procura observar a reação do grupo diante da estratégia apresentada e faz alguns questionamentos à aluna e ao grupo. Observemos:

LE: *Eu acho que é 300 vezes 8 dividido por 100... Dá 24.*

P: *Por que seria 300 vezes 8 dividido por 100?*

LE: *Porque seria mais ou menos a regra de três. Se com 8 litros ele anda 100 km, aí no final descobre quanto é pra andar 300 km.*

P: *Vocês concordam com a fala da LE?*

MR: *vai percorrer 300 km... a cada 100 km consome 8 litros... aí 100 km pra dá 300 km , multiplica por 3, então multiplica 8 vezes 3 que dá 24.*

O grupo demonstrou não compreender a estratégia formulada por LE. Quando solicitada a explicar novamente sua estratégia, a aluna disse que não sabia explicar, mas garantia que aquelas eram as “contas” e afirmava que a solução era 24. Nessa situação evidenciamos o uso da regra de três desprovido de compreensão conforme afirmam Post, Behr e Lesh (1995).

Enquanto que LE, usando a regra de três como estratégia, parece estar presa à mecanização do algoritmo, MR apresenta um raciocínio organizado demonstrando a compreensão da invariância e covariância por meio da estratégia apresentada.

A partir dos diálogos que ocorreram durante a resolução desse problema, notamos que o *meio* propiciou retroações aos alunos, permitindo-lhes refletir sobre suas ações e formulações.

2ª Sessão

O objetivo dessa sessão consistia em levar o aluno a distinguir situações proporcionais e não proporcionais. Essa sessão teve uma duração de 43 minutos e contou com a participação de 16 alunos. Escolhemos dessa sessão o problema 2, que envolve grandezas não proporcionais para destacar o raciocínio dos alunos diante desse tipo de problema.

Problema 2: Se um jogador de futebol fez 2 gols em 3 jogos, quantos gols ele fará em 6 jogos?

Na análise a posteriori dessa sessão identificamos a presença das estratégias escalar e funcional nas resoluções dos problemas, como previstas nas análises a priori. Verificamos vários problemas sendo resolvidos tanto pela estratégia escalar quanto pela funcional, às vezes pelo mesmo aluno.

No entanto, no problema 2 que envolve grandezas não proporcionais, ficou evidente a manifestação de regras implícitas do *contrato didático*¹, onde os alunos insistiam em apresentar uma resposta numérica ao problema proposto, mesmo quando entendiam que não havia a relação proporcional. Num primeiro momento, a maioria dos alunos resolveu esse tipo de problema como se o mesmo envolvesse grandezas diretamente proporcionais, insistindo em 4 gols como solução, ao que a pesquisadora teve que intervir. Após algumas retroações do *meio*, alguns alunos perceberam a não existência da relação proporcional.

Observemos algumas das estratégias apresentadas por vários alunos no protocolo transcrito abaixo:

LG: *A resposta é 4 gols.*

LI: *4 gols, porque fez 2 gols em 3 jogos, então ele faz 4 gols em 6 jogos.*

JU: *4, porque 3 vezes 2 é 6, então ele faz 4 porque 2 vezes 2 é 4.*

MA: *Se ele faz 2 gols em 3 jogos, obviamente que 2 vezes 2 é 4.*

MR: *É 4, porque 2 gols em 3 jogos, então 2 mais 2 é 4porque 3 mais 3 é igual a 6.*

FR: *12 gols.*

LI: *Eu discordo.*

FR: *É, eu fiz conta errada.*

MA: *É 4.*

BA: *Em 6 jogos, 3 mais 3 dá 6 e 2 mais 2 é 4, então é 4.*

Após todas essas exposições, a pesquisadora indaga o grupo:

P: *Todos concordam com a resposta dada ao problema?*

A essa pergunta, percebemos uma manifestação em relação a uma das regras do contrato didático, na qual o aluno acredita que todo problema de matemática sempre tem uma resposta e que o professor a conhece:

JU: *Só falta está errado...*

GI: *Está certo professora?*

Assumindo o papel de mediador do processo, como preconizado pela teoria adotada, devolvemos a questão ao grupo.

P: *É o que nós queremos saber. O que vocês acham?*

¹ Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor.(...) Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.(BROUSSEAU, 1986)

Foram necessárias diversas intervenções e retroações do meio para que alguns alunos percebessem que não há relação proporcional entre as grandezas, como podemos verificar a seguir.

P: *Pensem em um jogador... Esse jogador faz a mesma quantidade de gols em todos os jogos que participa?*

LG: *Eu pensei nisso, mas a senhora fez uma pergunta então tinha que ter uma resposta. Eu estou fazendo o que o exercício pede.*

P: *Nessa situação do jogador, a gente pode questionar alguma coisa?*

Al: *Pode.*

P: *O que a gente pode questionar?*

LA: *Como a gente tem certeza que ele faz 2 gols em 3 jogos?*

BA: *Esse resultado que a gente achou, acho que seria aproximadamente porque ele pode fazer mais ou menos gols... Ele poderia não fazer sempre 2 gols.*

LG: *É... O resultado seria aproximadamente 4.*

P: *Qual seria então a resposta do exercício? Seria possível dar uma resposta exata?*

MG: *Não, porque ele poderia ter feito mais ou menos gols.*

Entendemos que é importante provocar rupturas do contrato didático como fizemos ao propor esse tipo de problema ao aluno, para que ele possa compreender em que condições existem relações proporcionais entre duas grandezas.

Um outro motivo para que se proponha esse tipo de problema ao aluno encontra apoio em Post, Behr e Leh (1995). Segundo esses autores, para que uma pessoa raciocine com proporções, é necessário que ela seja capaz de diferenciar as situações onde existam relações proporcionais das que não possuam tais relações.

Considerações finais

Neste artigo, procuramos apresentar uma parte de nossa pesquisa de mestrado sobre o raciocínio proporcional, fazendo uma abordagem sobre as estratégias mobilizadas pelos alunos diante de situações didáticas, elaboradas com o propósito de propiciar aos alunos situações adidáticas de ação, formulação e validação.

Observamos que o ensino dos conceitos de proporcionalidade, de modo geral, ainda é caracterizado por um ensino “mecânico”, tendo, na maioria das vezes, o algoritmo da regra de três como estratégia única de resolução. Essa estratégia, conforme os estudos apresentados, oferece poucas oportunidades para o aluno desenvolver o raciocínio proporcional.

Com vista a mudar essa realidade, estudiosos apostam no ensino da proporcionalidade por meio de estratégias ditas não-convencionais e dos conhecimentos intuitivos que os alunos possuem sobre esse conceito. Nas análises a posteriori realizadas até o momento, constatamos que os alunos participantes da pesquisa possuem noções intuitivas sobre proporções e que

conseguem manifestar o raciocínio proporcional por meio das estratégias não convencionais que utilizaram para resolver os problemas propostos. Observamos ainda que os alunos não conseguem, num primeiro momento, distinguir situações proporcionais das não-proporcionais. Verificamos a ocorrência de alguns erros ao resolverem os problemas que envolvem relações não proporcionais vinculados a determinadas regras do contrato didático.

Os estudos e as análises realizados até então nessa pesquisa, indicam a possibilidade de um trabalho sob uma perspectiva que aborde os conceitos de proporcionalidade a partir da resolução de problemas, ao mesmo tempo em que propõe condições para o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J., **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. V. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

COSTA, S.C.H.C. **O raciocínio proporcional dos alunos do 2º ciclo do Ensino Básico**. Dissertação de mestrado. Universidade de Lisboa, 2007.

FREITAS, J. L. M., Teoria das Situações Didáticas. In: M.S. (Org). **Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008.

MARTINS, L. C. **Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção: Ensino de Matemática na sexta série**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2007.

PONTES, M.G.O. **Medidas e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho**. João Pessoa: Idéia, 2009.

POST, T; BEHR, M.; LESH, R. “A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra”. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. **As idéias da álgebra**. 4ª ed. São Paulo: Atual, 1995.

SCHLIEMANN, A.D., CARREHER, D.W. “Razões e proporções na vida diária e na escola”. In: SCHLIEMANN, A.D. CARREHER, D.W, et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2ª ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

SILVA, B. A. Contrato didático.: In: M.S. (Org). **Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008. p. 49-75.

SILVESTRE, A.I. **Investigações e novas tecnologias no ensino de proporcionalidade direta: uma experiência no 2º ciclo**. Dissertação de mestrado. Universidade de Lisboa, 2006.

SPINILLO, A.G. “Proporções nas séries iniciais do primeiro grau”. In: SCHLIEMANN, A.D. CARREHER, D.W, et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2ª ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.