

# A ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DA INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA EM UM MANUAL DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Rosane Corsini Silva Nogueira

Marilena Bittar

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

**RESUMO:** Nesse artigo apresentamos o estudo da Organização Didática de uma das três coleções de livros didáticos por nós analisados, do 7º ano, do capítulo destinado a equações do 1º grau, quando o assunto é introduzido no Ensino Fundamental brasileiro, cujo foco foi caracterizar o ensino da Álgebra nesse nível. Nosso objetivo nesse texto é, além de apresentar parte de nossa dissertação de mestrado concluída, é demonstrar como procedemos no momento de realizar o estudo da referida Organização Didática em nossa pesquisa. Com o intuito de dar suporte ao entendimento dos estudos ora apresentados, descrevemos de maneira bem sucinta alguns objetos presentes na Teoria Antropológica do Didático – TAD, tais como Organização Matemática, Organização Didática e a noção de momentos didáticos, pois estes nos auxiliaram no desenvolvimento do trabalho, tanto nas análises como na interpretação dos dados obtidos nos estudos realizados. A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998) é um prolongamento de duas outras teorias desenvolvidas por Chevallard: a Transposição Didática que estuda as transformações que um saber sofre para que possa ser ensinado, e a ecologia dos saberes, que se interessa às condições sob as quais um determinado saber vive em uma instituição, que para Chevallard pode ser um país, uma escola, um livro didático, etc. A análise permite vislumbrar as escolhas do autor no tocante à apresentação e condução do conteúdo. Esse estudo marca os momentos didáticos, ou momentos de estudo presentes no capítulo, que são reconhecidos de acordo com o encontro com as praxeologias ( $T$ ,  $\tau$ ) presentes nos manuais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Álgebra, Livros Didáticos, Organização Didática.

## Introdução

Nesse texto apresentamos parte de nossa dissertação de mestrado, cujas indagações iniciais eram referentes às dificuldades de aprendizagem dos alunos em Álgebra. Após realizarmos algumas leituras relacionadas a esse tema, começamos a nos questionar se uma das fontes dessas dificuldades não poderia estar ligada à forma como a álgebra é apresentada aos alunos, ou seja, nosso questionamento foi na direção de buscar algumas respostas ligadas à forma de apresentação da álgebra aos alunos.

Decidimos nos dedicar, então, principalmente ao momento da apresentação formal da Álgebra. Propusemos assim, um estudo mais apurado de como se dá o ensino da Álgebra na Educação brasileira. Delimitamos nosso objeto de pesquisa à caracterização do ensino da Álgebra em livros didáticos do Ensino Fundamental brasileiro.

Analisamos Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, mais precisamente no capítulo referente à Equação do 1º grau, que representa a introdução

formal da Álgebra na Educação básica no Brasil, olhando como se dá sua apresentação e como o assunto é conduzido neste momento inicial.

Em nossas análises dos Livros Didáticos, olhamos a forma que o autor propõe o texto do saber, visando identificar que tipo de proposta é feita, como organiza e apresenta os conceitos e conteúdos algébricos, com o intuito de encontrar elementos de respostas às nossas questões, permitindo-nos caracterizar a Álgebra presente no Ensino Fundamental brasileiro. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático parece responder com mais eficácia nossas questões de pesquisa.

### **A Teoria Antropológica do Didático – TAD**

Essa teoria considera que toda atividade humana consiste em cumprir uma tarefa  $t$ , que se exprime por um verbo, pertencente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo  $T$ , através de uma técnica  $\tau$ , justificada por uma tecnologia  $\theta$ , que por sua vez, é justificada por uma teoria  $\Theta$ . Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998), de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada pela notação  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ .

Chevallard (1998) considera ainda que o par  $[T, \tau]$  é relacionado à prática, e pode ser compreendido como um saber-fazer, e o par  $[\theta, \Theta]$  é relacionado à razão, e é compreendido como o saber. Chevallard define assim a Organização Praxeológica  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ , em que temos um bloco prático  $[T, \tau]$ , composto das tarefas e técnicas, o chamado saber fazer, e um bloco teórico  $[\theta, \Theta]$ , composto pelas tecnologias e teorias, o bloco do saber.

Este modelo de praxeologia  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  representa uma peça elementar, denominada praxeologia pontual, porém este tipo de praxeologia raramente aparece de forma isolada. Ocorre que estas peças elementares virão a se unir para formar as praxeologias locais  $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$ , que são centradas em uma mesma tecnologia, ou seja, vários *saber-fazer*, justificados pelo mesmo *saber*.

As praxeologias locais, por sua vez, se unirão formando as praxeologias regionais  $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta, \Theta]$ , que são apoiadas em uma mesma teoria. Além das praxeologias supracitadas, Chevallard (1998) nomeia as praxeologias globais, o complexo praxeológico  $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{ij}, \Theta_k]$ , formadas pela agregação de várias teorias  $\Theta_k$ .

Chevallard (1998) define, ainda dentro do quadro teórico da TAD, outros objetos tais como Organização Didática, Organização Matemática, Objetos Ostensivos,

Objetos não-ostensivos, a noção de momentos didáticos, bem como a noção de valência instrumental de um objeto. As definições destes objetos são apresentadas na íntegra de nosso trabalho (Nogueira, 2008).

Cabe ressaltar que adotamos a Teoria Antropológica do Didático para estudar tanto a abordagem do conteúdo do ponto de vista matemático, quanto do ponto de vista das escolhas didáticas. Ou seja, falamos de Praxeologia Matemática e Praxeologia Didática, porém tendo em vista o foco deste texto, definimos aqui Organização Matemática, Organização Didática e a noção de momentos, que serão abordadas nesta ocasião.

Uma praxeologia Matemática ou organização Matemática, é elaborada em torno de uma noção, ou conceito inerente à própria Matemática. Segundo Bosch:

*[...] o objetivo de um processo de ensino [e] aprendizagem pode formular-se nas perspectivas dos componentes das organizações matemáticas que se desejam reconstruir: que tipos de problemas devem ser capazes de resolver, com quais tipos de técnicas, com base em quais elementos descritivos e justificativos, com qual referencial teórico, etc. (BOSCH, 2000, p.3, tradução nossa).*

Ou seja, refere-se à realidade Matemática que se pode construir em uma aula desta disciplina onde se estuda um determinado tema, ela deve permitir que os alunos atuem com eficácia para resolver problemas, e ao mesmo tempo, entender o que fazem de maneira racional. (BOCH et CHEVALLARD, 2001).

As Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas são as respostas (a rigor) a questões do tipo “Como realizar o estudo de determinado assunto”, refere-se ao modo que possibilita a realização do estudo de um determinado tema, o conjunto de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., mobilizadas para o estudo de um tema. Também refere-se às escolhas realizadas no tocante à abordagem, à estrutura e ao desenvolvimento do trabalho de certo conceito ou conteúdo. (CHEVALLARD, 1998)

Não poderíamos esperar que o processo de estudo de uma certa Organização Matemática fosse realizado de maneira única, visto que sua (re) construção depende de vários fatores que norteiam e indicam as escolhas didáticas adequadas àquela situação, tais como a realidade vivenciada, os materiais disponíveis, enfim, tudo aquilo que possibilita e oportuniza a condução do estudo da Organização Matemática em questão.

Entretanto, percebemos que quaisquer que sejam as escolhas adotadas no curso dos trabalhos de estudo de dada Organização Matemática, algumas situações são necessariamente presentes, mesmo que estas se apresentem de formas variadas, tanto quantitativamente como qualitativamente.

Estas situações serão denominadas de momentos de estudos ou momentos didáticos, porque podemos dizer que qualquer que seja o caminho escolhido, ele conduzirá inevitavelmente a um momento de fixação, ou de institucionalização, ou em um momento que demandará o questionamento do que é válido acerca do que foi construído, que caracteriza o momento de avaliação, dentre outros.

Os momentos didáticos representam uma realidade funcional, antes de serem uma realidade cronológica. Qualquer tentativa de ordenar seus acontecimentos adquire um caráter extremamente arbitrário, visto que um momento pode acontecer por várias vezes, isoladamente, ou em conjunto com outros simultaneamente, e voltar a ser vivido, por exemplo, no momento da retomada do assunto trabalhado. Segundo Chevallard (2001) pode-se analisar como uma determinada Organização Didática coloca em prática certa Organização Matemática, investigando a maneira como são realizados os diferentes momentos de estudo.

O primeiro momento é o *primeiro encontro* com a organização que está sendo estudada; o segundo momento é o da *exploração* do tipo de tarefas  $T_i$  e de *elaboração de uma técnica*  $\tau_i$  relativo a este tipo de tarefas; o terceiro momento é o da *constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica*; o quarto momento é o do *trabalho da técnica*, que visa melhorá-la, torná-la mais confiável, o que geralmente exige aprimorar a tecnologia até então elaborada, e aumentar o controle que se tem sobre a técnica; o quinto momento é o da *institucionalização*, que mostra o que realmente é a Organização Matemática constituída, apontando os elementos que permanecerão definitivamente na Organização Matemática e os que serão dispensados. Finalmente o sexto momento, o da *avaliação*, que se articula com o momento da institucionalização e permite relançar o estudo, demanda a retomada de alguns dos momentos, e eventualmente do conjunto do trajeto didático.

### **Organização Didática do capítulo referente a equações do 1º grau**

Após uma análise do capítulo dedicado às equações do 1º grau presentes nos manuais da antiga 6ª série, atual 7º ano, conseguimos elaborar uma pequena síntese que relata, de maneira bem sucinta, as escolhas do autor diante da apresentação e condução deste assunto, que marca os momentos de didáticos, ou momentos de estudo presentes no capítulo que é introduzida formalmente a Álgebra no Ensino Fundamental.

**Coleção: Tudo é Matemática –6ª série, Capítulo 07**

É apresentado, na *Introdução* do capítulo, um exercício que é resolvido de vários modos: por tentativa e erro, aritmeticamente e por meio de uma equação, que desenvolvido com o auxílio da técnica Operações Inversas ( $\tau_1$  como a nomeamos em nosso trabalho), apresentando a equação resolvida sem maiores explicações. Observa, nesta ocasião, que esta última forma usou uma letra para representar o número procurado e uma sentença que é chamada de equação.

Após esse exemplo, são propostos exercícios para encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, e outra situação semelhante à inicial, que será resolvida pelo aluno seguindo o exemplo dado.

Em seguida são dedicados os quatro tópicos subseqüentes ao trabalho com expressões algébricas, sendo que no tópico *Letras em lugar de números*, aborda, por meio de um exercício resolvido, a utilização de “máquinas” de transformação de números. Segue com o tópico *Expressões algébricas*, em que mostra-se com exemplos, tais expressões, e observa-se que as sentenças encontradas nos exercícios anteriores recebem o nome dado ao tópico, possibilitando ao leitor a identificação das referidas expressões. Em uma atividade nomeada como *Outras expressões algébricas* explora conceitos como o de perímetro, de medida do complemento de um ângulo, e também a aplicação da fórmula da área do quadrado, realizando e propondo diversas atividades que envolvem conceitos e conteúdos da Geometria. Continua-se com o tópico *Expressões algébricas equivalentes*, em que explora a propriedade distributiva, fator comum, e a redução de termos semelhantes. Exemplifica-se com operações que podem ser realizadas com expressões numéricas e também com expressões algébricas, e por meio de exercícios resolvidos. No tópico *Valor numérico de uma expressão algébrica*, coloca situações que demandam substituir a incógnita por valores numéricos, explorando a aplicação de fórmulas, a execução de cálculo mental e a utilização de tabelas na resolução de exercícios.

São introduzidas as Equações do 1º Grau, com o tópico, *Usando letras para encontrar números desconhecidos* onde faz-se uma apresentação informal de equações, propondo situações a serem transcritas da Linguagem Natural para a Linguagem Matemática. Logo em seguida são dadas duas equações, dadas em Linguagem Natural, e utiliza-se uma espécie de diálogo para chegar à sua decodificação em Linguagem Matemática, bem como à sua resolução mobilizando a técnica aritmética das Operações Inversas, contemplando o 1º momento com a resolução de equações por intermédio de  $\tau_1$ .

Com a intenção de nomear as partes de uma equação, é apresentado o tópico *Equação e incógnita*, no qual é feito reconhecimento da incógnita; observam-se algumas sentenças que não são equações, mas a justificativa sobre uma sentença representar ou não uma equação, é deixada para que o aluno leia e interprete em um pequeno texto introdutório no tópico em questão.

Na próxima parte, *Resolução de equações*, são demonstradas várias formas de fazê-lo por meio de exercícios resolvidos, sendo elas a resolução por cálculo mental, por tentativa e erro, com o auxílio de diagramas, com o uso de Operações Inversas ( $\tau_1$ ) caracterizando o 2º momento com esta técnica. Embora todas estas possibilidades de resolução de equações sejam colocadas à disposição do educando, é dada uma ênfase maior na utilização da técnica das Operações Inversas, propondo mais situações para que o aluno resolva com o auxílio desta técnica, contemplando ainda 2º momento com resolução de equações do 1º grau mobilizando  $\tau_1$ , e por intermédio de diálogos e observações, institucionaliza efetivamente esta técnica; constitui-se, assim, o 5º momento com a mesma.

Apresenta-se um pequeno roteiro para a resolução de problemas que propõe na seqüência dos exercícios figurando assim o 3º momento com a resolução de equações do 1º grau com o auxílio da técnica  $\tau_1$ . Entendemos que o fato de se estabelecer algumas regras para resolver uma situação-problema, significa que o autor tem a intenção de compor o ambiente teórico/tecnológico em torno da técnica ora trabalhada.

Somente após explorar e exercitar as técnicas de resolução de equações da forma  $ax + b = c$  e  $ax + bx + cx = d$ , é introduzido o tópico *Explorando a idéia de equilíbrio e resolvendo equações*, o 1º momento com a técnica algébrica ( $\tau_2$  – que faz analogia com a balança em equilíbrio), por meio de um exercício resolvido, traçando um paralelo em cada etapa entre o processo de resolução utilizando a ilustração da balança e a resolução algébrica. São apresentadas também equações da forma  $P(x) = Q(x)$ , por exemplo,  $ax + b = cx + d$ , que necessitam desta última técnica ( $\tau_2$ ) para sua resolução, o que significa que está adentrando em um campo fora do domínio de validade da técnica aritmética ( $\tau_1$ ), ou seja, esta não é mais suficiente para resolver as situações que serão propostas a seguir. No decorrer do tópico, por meio de comentários, explicações e resolução de exemplos, contempla o 2º, o 3º, o 4º, e o 5º momento com a técnica  $\tau_2$ .

Continua-se o capítulo com o tópico *Equações e Geometria* explorando várias situações que envolvem conceitos da Geometria sendo resolvidas por meio de equações, promovendo o 4º momento com a resolução de equações por meio de  $\tau_1$ , e o mesmo momento com  $\tau_2$ , aparentemente com o intuito de melhorar e fixar as referidas técnicas.

Finalmente, no tópico *Usar ou não equação?*, tenta-se fazer com que o aluno perceba a importância de utilizar este recurso na resolução de problemas. Resolve-se a mesma situação dada em Linguagem Natural, com e sem o uso de equações. Esta ocasião é aproveitada para promover o 1º momento com a técnica da transposição ( $\tau_3$  – que utiliza o raciocínio: muda de membro, troca o sinal), pois as técnicas  $\tau_1$  e  $\tau_2$  já foram trabalhadas e a resolução colocada apresenta características próprias da técnica da transposição.

Embora o capítulo seja iniciado apresentando uma situação que pode ser resolvida de várias maneiras, inclusive utilizando uma equação, dedica-se parte considerável do capítulo a expressões algébricas, dando ênfase às transcrições da Linguagem Natural para a algébrica e vice versa. São trabalhadas também expressões equivalentes e a determinação do valor numérico de uma expressão algébrica dado um valor para a incógnita, antes de entrar efetivamente no assunto principal do capítulo, as equações do 1º grau.

Quando é introduzido o assunto, no início do capítulo, são apresentadas diversas formas de resolução, principalmente com a utilização das operações inversas, que pode ser realizada inclusive mentalmente, o que parece indicar que também é contemplada a passagem da Aritmética para a Álgebra.

Posteriormente é explorada a técnica algébrica ( $\tau_2$ ), quando se estabelece uma analogia com a balança de dois pratos em equilíbrio, em diversos exercícios. São explorados também conceitos da geometria, articulando esses com a resolução de equações, mostrando-se em consonância com as orientações dos programas educacionais como os PCN.

Este manual aprofunda-se no assunto até o ponto de propor atividades envolvendo equações relativamente complexas que seriam executáveis mobilizando a técnica algébrica ( $\tau_2$ ), ou de modo mais prático e econômico mobilizando a técnica da transposição ( $\tau_3$ ). Neste manual, em particular, nos atentamos para o fato de apresentar uma boa quantidade de formas de resolução de equações, como com o auxílio de

diagramas, por tentativa e erro, dentre outras. Destacamos, também, a diversidade de atividades envolvendo os entes geométricos.

Na continuidade deste volume trabalham-se razões, proporções, regra de três simples, aplicação de fórmulas da área de figuras planas, volume de sólidos geométricos, sendo as equações mais complexas as trabalhadas no capítulo a elas destinadas.

Podemos observar neste manual, que as técnicas consideradas principais em nossa pesquisa,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  e  $\tau_3$  são trabalhadas no capítulo do seguinte modo:  $\tau_1$  com uma breve apresentação na introdução do capítulo, sendo retomada no tópico “Usando letras para encontrar números desconhecidos”, continuando no tópico “Resolução de equações”, sendo inclusive institucionalizada neste tópico, e abordada também no tópico *Equações e Geometria*. Quanto à  $\tau_2$ , sua abordagem inicia na parte denominada *Explorando a idéia de equilíbrio e resolução de equações*, quando é apresentada, desenvolvida e também institucionalizada. E a técnica da transposição ( $\tau_3$ ), é somente apresentada e trabalhada de modo superficial, não chegando a ser institucionalizada.

Percebemos a opção por apresentar as equações do 1º grau, sua estrutura, bem como as nomenclaturas de suas partes para, posteriormente apresentar e trabalhar as técnicas principais. Realiza-se o estudo do tema contemplando o 1º, o 2º, o 3º, o 4º e o 5º momento com a técnica das Operações Inversas ( $\tau_1$ ), o 1º, o 2º, o 3º, 4º e 5º momento com a técnica Algébrica ( $\tau_2$ ), e o 1º momento com a técnica da Transposição ( $\tau_3$ ). Verificamos que, em relação às técnicas  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , traça-se o percurso didático perpassando o primeiro encontro com a organização na apresentação da técnica, o trabalho do tipo de tarefa e da elaboração da referida técnica por meio de exemplos, da constituição do ambiente tecnológico/teórico por meio de comentários e observações. O trabalho da técnica é realizado pela resolução de diversas situações que demandam sua mobilização, até o ponto de institucionalizá-la, mas não avalia a técnica ora trabalhada.

### **Referências Bibliográficas**

DANTE, Luíz Roberto, **Tudo é Matemática**: livro do professor. São Paulo: Ática, 2002.

BOSCH, Mariana Casabó. Un punto de vista antropológico: La evolución de los “instrumentos de representación” em la actividad Matemática. 2000. Disponível em: <[http://www.ugr.es/local/seiem/IV\\_Simposio.htm](http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm)> . Acesso em: 24 set. 07.



CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. Actes de l'U.E. de la Rochelle, 1998.

\_\_\_\_\_. Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions, in Dorier, J – L. Et al (eds) Actes de la 1 lième Ecole d'été de didactique des mathématiques – corps –21–30 Août 2001, Grenoble : La Pensée Sauvage, pp 3–22.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

NOGUEIRA, R.C., **A Álgebra nos livros didáticos do Ensino Fundamental: uma análise praxeológica**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008.