

A CONTRIBUIÇÃO DA ARGUMENTAÇÃO NO ESTUDO DA GEOMETRIA POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Jessica Martins de Souza¹

Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul- Nova Andradina.

Antonio Sales²

UEMS/NA

Resumo: Este artigo é resultado parcial de um projeto de pesquisa que inclui várias sessões de atividades com alunos do ensino fundamental de uma escola pública de Nova Andradina. Traz a análise de uma atividade desenvolvida com o objetivo de estudar a contribuição do uso da argumentação no estudo da matemática, por alunos do ensino fundamental. Descreve o processo de interação do pesquisador com os sujeitos em uma sequência de sessões ocorridas durante o último bimestre de 2011, envolvendo o estudo da geometria plana. Tem como referencial de análise a teoria dos raciocínios proposta por Pierce e é uma pesquisa descritiva. Os resultados apontam que a argumentação contribui para que os raciocínios abduutivo, indutivo e dedutivo se manifestem e a demonstração didática entre em evidência.

Palavras-chave: Prova. Demonstração. Abdução. Indução. Dedução. Raciocínio.

1.Introdução

Nosso trabalho parte do pressuposto de que a argumentação pode contribuir para o aprendizado da geometria. Argumentação não é um conceito matemático e nem mesmo tem a sua origem na Pedagogia. Ela é parte da lógica e, normalmente, carrega o sentido de buscar convencer. Entendemos que há argumentação cujo objetivo é somente esclarecer e, nesse caso denominamos de argumentação explicativa, há aquela com o objetivo de convencer, de justificar. A esta última denominamos de argumentação justificativa (TOULMIN, 2006; PLANTIN, 2008).

Uma argumentação está diretamente ligada ao raciocínio. Embora argumentação e raciocínio sejam coisas distintas, e alguns profissionais consigam estudá-las em separado, no nosso contexto julgamos essa separação desnecessária por entendermos que a argumentação expressa o raciocínio e este se (re)elabora através dela (OLÉRON, 1987).

Para Oléron (1987) raciocínio tem dois significados, o de pensar em algo e o produto desse pensamento. Nesse caso quando falamos de argumentação estamos falando de um raciocínio como produto, ou seja, a transformação do pensamento em produto através de

¹ Acadêmica do terceiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática. Bolsista de Iniciação Científica. beybe_jessy@hotmail.com

² Professor no curso de Licenciatura em Matemática. profesales@hotmail.com

palavras escritas, textos, e outros. Também estamos falando de processo uma vez que ele vai sendo reelaborado enquanto o sujeito se expressa

É nessa perspectiva, da inter-relação entre raciocínio e argumentação, que nos apropriamos do pensamento de Pierce (1983) segundo o qual há três tipos de raciocínio a saber: abdução, indutivo, dedutivo. O raciocínio dedutivo é o mais simples. Logo no início são levados em conta os fatos e a conclusão que é retirada desses fatos. Não exige criatividade, pois não se acrescenta nada além do que já se conhece, mas nos ajuda nas aplicações das regras gerais a casos particulares, ou seja prova algo que **deve ser**.

A indução é um argumento que utiliza de hipóteses e experimentos para concluir se as hipóteses são verdadeiras. Pierce, não sendo matemático, não fala da indução matemática ou indução finita que se apóia na axiomática de Peano.

A Indução é, no conceito de Pierce, um raciocínio que emerge de abduções ou inferências. Emerge de hipóteses, de experimentos realizados, e conclui-se que as hipóteses são verdadeiras na medida em que as predições se confirmam. No entanto, essa conclusão pode estar sujeita a modificação na medida em que novos experimentos são realizados. Essa, a modificação da conclusão, não é uma possibilidade em matemática tendo em vista que, nessa ciência, a indução se baseia em regularidades de entes abstratos e a conclusão é induzida algebricamente. Por indução pierceana se afirma que algo **atualmente** é.

Com respeito à abdução, Peirce explica que é o processo para formar hipóteses explicativas e ajuda na compreensão de certos fenômenos. É o ponto de partida de um raciocínio indutivo. Ocorre quando o sujeito, após observar uns poucos exemplos, formula a hipótese de que algo **pode ser**.

Em nossa perspectiva, a argumentação é um pré-requisito para demonstração didática. Esse adjetivo para a demonstração não é encontrado nos meios acadêmicos ou, pelo menos, não é do nosso conhecimento. Concebemos dois tipos de demonstração e sobre isso discutiremos oportunamente.

A demonstração é a uma atividade matemática cuja definição e ensino está fora do seu campo de estudos. Na matemática procede-se, exercita-se a demonstração, mas não se cuida de discuti-la levando em conta a sua função e o porquê do seu ritual. É a partir desse ponto que distinguimos a demonstração didática da burocrática. A demonstração didática é aquela que é objeto de aprendizagem e tem estreita ligação com argumentação, especialmente a justificativa. Ela é um processo. Ela decorre da compreensão do que está sendo estudado e,

num primeiro momento, ainda não tem uma formalidade. A burocrática é aquela que, normalmente, é praticada após uma definição, após a conclusão de uma demonstração didática ou como conclusão de uma atividade *tipicamente matemática* (CHEVALLARD; BOSCH; GASCON, 2001).

Se tomarmos demonstração com sentido de prova fica fácil explicar como funciona a prova burocrática. Embora uma pessoa seja muito conhecida na comunidade onde vive e sua residência esteja ali fixada há muito tempo, quando ela for proceder a um negócio que envolve financiamento ou documentação registrada em cartório, terá de anexar cópia dos documentos pessoais e até comprovante de residência. É a prova burocrática de que é ela e que vive ali. Possivelmente, exceto a pessoa que monta o processo, ninguém mais se dará ao trabalho de verificar os detalhes desses documentos. Mas, sem eles o negócio não se efetiva.

Assim é, no nosso entender, a demonstração burocrática. Exceto quem a solidificou e os que a aprovaram, ninguém mais se atenta para a discussão dos seus detalhes, mas ela deverá estar ali após cada vez que o assunto é trazido à tona. O professor copia-a do livro para o quadro, o aluno copia-a do quadro para o caderno e nada mais do que isso acontece. No entanto, ela deve estar ali.

Embora não se pretenda diminuir o valor da demonstração burocrática somos de parecer que a prova didática deveria estar mais presente no estudo da matemática escolar. No estudo e na prática dessa demonstração entendemos que a argumentação desempenha fator relevante conforme pontua Pedemonte (2002). Nesse caso destacamos que é possível distinguir três níveis de profundidade da argumentação: a argumentação, a prova e a demonstração (ARSAC, 1992).

A argumentação não tem, como ponto de partida, um compromisso com a verdade, se entendermos verdade como algo já construído, como é o caso da prova e da demonstração. A argumentação busca a verdade em potencial, uma verdade a ser estabelecida, e procura esclarecer ou também convencer. Prova, é uma explicação ou argumentação aceita por um grupo social. Não se trata necessariamente de algo rigoroso. É uma argumentação que possui coerência suficiente para convencer. Arsac (1992) classifica a demonstração como uma prova aceita pela comunidade de matemáticos. Ela é atemporal e impessoal. A demonstração, nessa perspectiva, é uma argumentação que satisfaz os requisitos exigidos por uma comunidade de especialistas. Demonstração é um caso particular de argumentação e de prova.

Com relação aos seus objetivos a argumentação se divide em: Esclarecimento e Justificativa.

Explicação ou esclarecimento vem com o sentido de se explicar algo, mas sem a intenção de convencer sobre o que se está falando, por exemplo.

Já a **Justificativa** tem o objetivo de convencer. Para que a mesma atinja os seus objetivos agrupam-se várias informações que são apresentadas de maneira encadeada procurando o convencimento.

A argumentação justificativa, por sua vez, pode se apresentar em três níveis: Folclórica, Natural e Racional. A **folclórica** esta baseada em evidências ingênuas ou quando se trata de um costume.

É uma argumentação **natural** quando se verifica a elaboração de um raciocínio através de alguma regularidade, mas com falta de sistematização.

Racional quando a elaboração de um raciocínio é seguida de uma sistematização e há evidências de uma fundamentação teórica, isto é, a argumentação se apoia no conjunto de proposições da ciência sobre a qual a atividade em questão se apoia. Para efeito deste trabalho, e tendo em vista que se trata de alunos do ensino fundamental, consideramos como racional a argumentação ainda que a sistematização da atividade permaneça mais no nível da verbalização e a articulação das propriedades permaneçam implícitos. A argumentação racional é uma demonstração e, no âmbito deste trabalho, é suficiente que seja a demonstração didática.

2. Metodologia

A pesquisa se insere na perspectiva descritiva tendo em vista que a variável a ser analisada é de natureza qualitativa (ANDRÉ; LÜDKE, 1986) e processual. Trata-se da análise de um processo que consiste na resolução de problemas geométricos propostos com o objetivo de verificar como a argumentação se manifesta e qual o tipo de argumentação que se faz presente. Talvez fosse oportuno enfatizar que não buscávamos uma argumentação qualquer, mas aquela que se apresenta durante a resolução de uma atividade didática de geometria.

A descrição, segundo Martins (1991), é um recurso básico em Ciências Humanas. Essa atividade de descrever torna-se complexa no âmbito dessas ciências porque estas

fundamentam-se nos modos de ser do ser humano e, no caso particular desta pesquisa, nos modos de pensar e articular ideias geométricas.

O processo experimental se deu em uma escola pública de Nova Andradina, MS, com a participação de cinco alunos do 9º ano, durante 6 sessões de 1 hora e 30 minutos cada. Inicialmente foi feita uma exposição dos objetivos do projeto e de algumas ideias básicas de geometria do conteúdo do programa no 7º ano tais como: tipos de ângulos, paralelismo com exemplos simples e de fácil visualização. As atividades foram realizadas em horário diferente aos de ensino regular (contra turno) uma vez por semana, evitando causar transtornos às atividades escolares diárias dos alunos. Nas últimas quatro aulas foram propostos desafios cuja resolução dependia da articulação dos conhecimentos anteriores, supostamente estudados no 7º anos, e revistos recentemente.

Como exposto foram apresentadas algumas definições sobre o tema que iriam ser trabalhados para dar suporte às atividades posteriores. Após algumas seções foram propostas atividades que exigiam o estabelecimento de relações e a construção de uma conclusão própria.

As seções foram fotografadas e filmadas para posterior avaliação. Os dados da pesquisa estão sendo analisados e fizemos um recorte dos mesmos para expor neste espaço.

Por último supomos oportuno indicar o método de pesquisa do qual nos aproximamos. Consideramos que se não praticamos na íntegra a pesquisa participante (NORONHA, 1991) dela nos aproximamos tendo em vista que houve uma interação do pesquisador com os sujeitos procurando tornar visível aquelas situações de aprendizagem que estão escondidas e que ao virem à luz indicam possíveis caminhos didáticos. As intervenções do pesquisador, ainda que durante um tempo excessivamente curto, tendo o embate argumentativo como proposta didática, permitiram aos sujeitos revelarem as suas dificuldades e encontrar, eles mesmos, o caminho da superação.

3.As Atividades Desenvolvidas

Utilizaremos para análise a atividades de um dos alunos presentes que chamaremos de AC, por ser o que participou de todas as atividades.

As primeiras atividades tiveram por objetivo contribuir para identificar a posição dos ângulos em relação as retas conforme as figuras 1 e 2, que tem como enunciado: Observando a figura abaixo classifique os ângulos apresentados e identifique a relação entre eles.

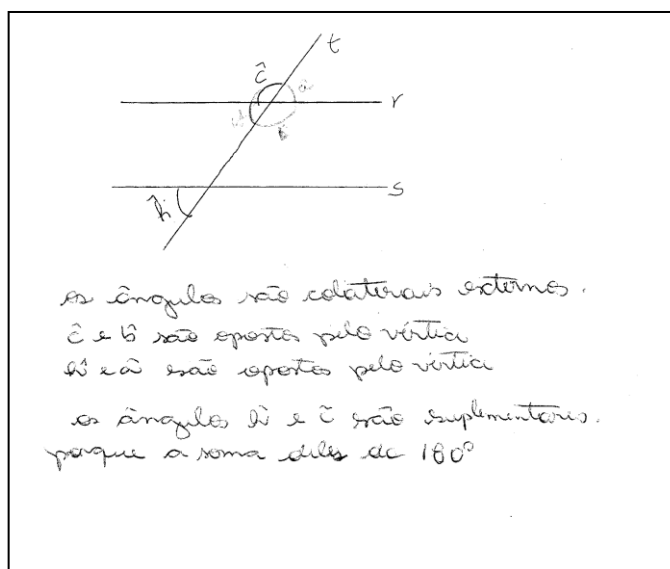


Figura 1. Atividades prévias

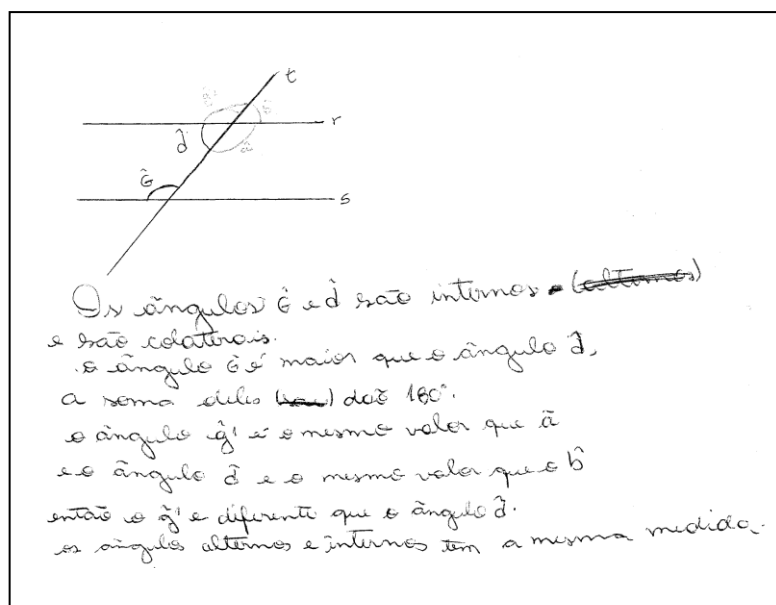


Figura 2. Atividades prévias

Com relação a figura de nº2 destacamos que as palavras que estão riscadas são respectivamente: “alternos, são”

Tendo em vista que apresentamos aos alunos que um ângulo raso mede 180° e que os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal, possuem determinadas características, as atividades foram desenvolvidas de forma que o aluno pudesse identificar e descrever essas características.

Vimos (figs. 1 e 2) que o aluno AC descreve com suas palavras as relações entre os ângulos **g** e **d**. Analisando os registros de filmagem nesse dia podemos dizer que a conclusão proposta pelo aluno era a seguinte; “Os ângulos são internos e são colaterais”, pois estão do mesmo lado e internos em relação as retas, o aluno fez uma transposição supondo que se a reta **s** fosse deslocada até a reta **r**, de forma que os vértices dos ângulos formados pela reta **t** estivesse exatamente na mesma localização, então teríamos que **g¹**, como o aluno chamou seria o suplemento do ângulo **d**, quando ele escreve que “A soma deles dão 180°”, logo pela figura o aluno também conclui que o ângulo **g** é maior que o ângulo **d**. Refazendo essa transposição e atribuindo nomes aos demais ângulos o aluno concluiu que o ângulo, por ele foi denominado **b**, possui a mesma medida do ângulo **d**, por serem opostos pelo vértice; os ângulos **g¹** e **a** também possuem a mesma medida por serem opostos pelo vértice. Após essas análises o aluno concluiu também que os dois ângulos apresentados têm medidas diferentes e deduziu que os ângulos alternos internos têm a mesma medida, pois os ângulos **g** e **a** têm a mesma medida.

Após esse preâmbulo cujo objetivo era estabelecer uma comunicação com os alunos foram propostas atividades envolvendo certos ângulos com valores dados para que fossem determinados os valores de outros.

Uma atividade dessa natureza (fig.3) foi apresentada após a informação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180°. O enunciado da atividade era: “Encontre o valor de **x** na figura abaixo considerando que **r** e **s** são retas paralelas.”

Os ângulos identificados mediam 110° e 50° respectivamente.

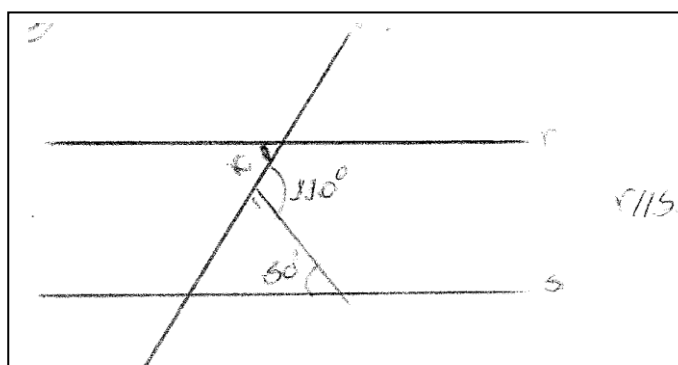


Figura 3. Atividade proposta

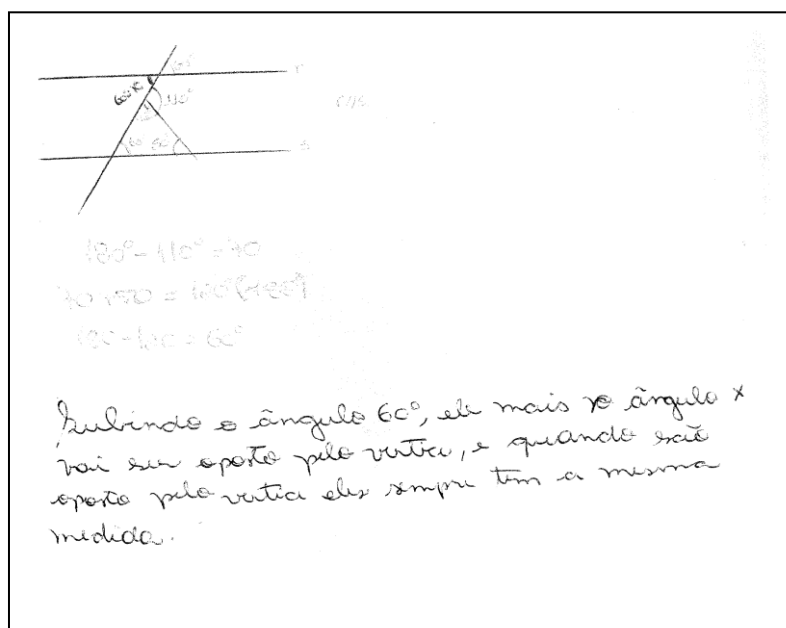


Figura 4. Resolução do aluno

A resolução do aluno está apresentada na figura 4 e tendo em vista que o texto produzido por ele está quase ilegível, transcrevemos o mesmo na íntegra.

Transcrição do texto da figura n° 4.

$$"180^\circ - 110^\circ = 70$$

$$70 + 50 = 120^\circ (180^\circ)$$

$$180 - 120 = 60"$$

A justificativa apresentada foi:

"Subindo o ângulo 60° , ele mais o ângulo x vai ser oposto pelo vértice, e quando são oposto pelo vértice eles sempre tem a mesma medida".

Interpretação do pesquisador:

Primeiramente o aluno encontrou o ângulo suplementar ao de medida igual a 110° . A partir desse ponto ele determinou o valor do terceiro ângulo do triângulo (60°). Esse ângulo ele "sobe", isto é, percebe que o seu correspondente é oposto pelo vértice ao ângulo x .

Como podemos observar o aluno AC utiliza das ideias anteriores para resolver essa atividade, propondo de início encontrar os valores dos ângulos internos do triângulo formado pelas retas s , t e pelo segmento de reta. Nesse momento os registros mostram os alunos discutindo sobre a atividade quando AC conclui que após encontrar os valores dos ângulos internos do triângulo pode ser feita uma transposição das retas s e r chegando à seguinte

conclusão: “subindo o ângulo 60° , ele mais o ângulo x vai ser oposto pelo vértice”, portanto possuem a mesma medida.

Há como se pode ver um encadeamento das propriedades geométricas (re)estudadas. A dedução se faz presente, logo, a justificativa é uma argumentação racional.

Pode-se perceber, porém, imprecisão nas notações de ângulos, talvez pela preocupação maior com o cálculo, uma tendência muito presente nas aulas de matemática em trabalhar somente com os valores abstraindo o significado da operação.

A argumentação permaneceu entre no nível natural e no nível racional, uma vez que o raciocínio está correto embora tenha sido expresso de forma não sistemática. Talvez pelo nível de escolaridade os alunos apresentaram dificuldades em sistematizar, mas o fato de resolverem a tarefa proposta e outras de maior complexidade recorrendo às propriedades e destacando-as evidencia a capacidade para a realização de uma demonstração didática.

4.Considerações Finais

Outras atividades de maior complexidade foram desenvolvidas, propostas e resolvidas. Alguns alunos explicitam mais e outros explicitam menos o que fizeram, mas as filmagens permitem observar interação entre eles. É possível constatar a presença constante da argumentação tanto na forma explicativa quanto justificativa. A forma justificativa por vezes se oculta em forma de cálculo. Por outro lado os raciocínios abduativos, indutivos e dedutivos se imbricam de tal modo que nem sempre é possível determinar com precisão onde termina um e começa o outro. No entanto, é possível afirmar que estiveram presentes e que a argumentação contribuiu para que as atividades propostas pudessem ser resolvidas deixando expresso no olhar dos alunos a satisfação de terem sido eles os artífices da resolução.

Referências

ARSAC, Gilbert. **Initiation au Raisonnement Déductif au Collège**. Lyon: Presses Universitaires de Lyon, 1992.

ANDRÉ, Marli Eliza D.A.; LÜDKE, Menga. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EDUSP, 1986.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

MARTINS, Joel. A pesquisa qualitativa. In: FAZENDA, Ivani (org.). **Metodologia da Pesquisa Educacional**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991 (p.47-58).

NORONHA, Olinda Maria. Pesquisa participante: repondo questões teórico-metodológicas. *In*: FAZENDA, Ivani (org.). **Metodologia da Pesquisa Educacional**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991 (p. 137-143)

OLÉRON, Pierre. **L'Argumentation**. 2 ed. Paris: PUF, 1987.

PEDEMONTE, Bettina. **Etude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques**. Grenoble,Fr:Université Joseph Fourier-Grenoble I; Gênova, It: Université de Genova, 2002.Tese (doutorado).

PEIRCE, Charles Sanders. **Escritos coligidos**. 3.ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983.(Coleção Pensadores)

PLANTIN, Christian. **A argumentação**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

TOULMIN, Stephen Edelston. **Os usos do argumento**. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.