TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: CONHECIMENTOS PARA SEU ENSINO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Thiago Carneiro de Barros Siqueira[1]

Profª.Drª.Neusa Maria Marques de Souza[2]

Resumo

Esta pesquisa é uma investigação qualitativa realizada com alunos do último ano de um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública. Investiga as possibilidades potenciais dos mesmos para ressignificar os conhecimentos científicos de trigonometria no triângulo retângulo rumo à mobilização em conhecimentos para o ensino. Foram tomados como referencial para a discussão os pressupostos teóricos de Shulmam a partir da base de conhecimentos necessários ao professor para o ensino. As análises apontam que as estratégias adotadas pelos sujeitos para o desenvolvimento das atividades de ensino se fizeram pautadas na mera reprodução da estrutura formal. Observou-se, ainda, que a carência dos conhecimentos pedagógicos gerais e as distorções significativas do conhecimento curricular reforçaram a limitação dos sujeitos-formandos observados para elaboração dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo, que possibilitariam as adequações de tais conhecimentos para o ensino.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de Professores. Conhecimentos para o Ensino.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa faz uma investigação sobre formação inicial de professores, especificamente no curso de Licenciatura em Matemática, com alunos que frequentam o último ano do curso. Através de encontros específicos para estudo de trigonometria no triângulo retângulo, coloca seu foco sobre quais conhecimentos a respeito do tema os alunos externalizam e o potencial de mobilização que apresentam para adequação desses conhecimentos para o ensino, a partir da estrutura característica do campo do conhecimento científico, sob o qual se apresenta. As análises das evidências destacadas do conjunto dos dados coletados durante os encontros, desenvolvem-se referenciadas na base de conhecimentos necessários ao professor para o ensino, proposta por Lee Shulman e seus colaboradores.

---

[1] Acadêmico do Mestrado em Educação Matemática da UFMS - tctl@ibest.com.br

[2] Docente dos programas de pós-graduação em Educação e em Educação Matemática da UFMS e orientadora da pesquisa - neusamms@uol.com.br

REFERENCIAL TEÓRICO

A base de conhecimentos proposta por Shulman (1986,1987), aqui tomada como nosso aporte teórico, será o eixo a partir do qual os conhecimentos externalizados pelos alunos do último ano do curso de licenciatura em Matemática serão analisados.

A composição da base de conhecimentos é proposta e considerada por Shulman (1987), como elemento básico que um professor deva possuir para propiciar um ensino de melhor qualidade, assim consideramos seu modelo teórico que classifica nesta base diferentes tipos de conhecimentos:

1. Conhecimento do conteúdo específico

Esta categoria que se refere ao conteúdo específico que o professor vai ensinar deve ser compreendida incluindo as diversas vertentes de conhecimentos relacionados ao conteúdo específico de que vai ensinar, ou seja, uma compreensão que vai além dos fatos e conceitos do conteúdo. Neste sentido, Shulman toma por referência o ensino de língua inglesa para encaminhar, a seguinte explicação:

> [...] o professor de inglês deve saber inglês, prosa e poesia americana, o uso e compreensão da língua escrita e falada, e gramática. Além disso, ele(a) deve estar familiarizado com a literatura crítica que aplica-se a romances ou épicos em discussão em aula. Além do mais, o professor deveria compreender teorias alternativas de interpretação crítica, e como isto talvez se relacione a assuntos de currículo e de ensino. (SHULMAN, 1987, p.6) [3]

Assim, pode-se dizer que a compreensão do conteúdo específico implica a: compreensão de fatos relacionados com a matéria, compreensão dos conceitos, compreensão dos procedimentos.

2. Conhecimento pedagógico geral

Este conhecimento está relacionado às teorias educacionais e é muitas vezes ignorado nas licenciaturas de áreas específicas. Compreende um conjunto de conhecimentos que

[3] As citações literais de Shulman e seus colaboradores serão feitas através de tradução livre dos originais publicados em língua inglesa citados nas referências bibliográficas.

integram, segundo Mizukami (2004) o conhecimento dos alunos, o.conhecimento de teorias e princípios de como ensinar e de como aprender e o conhecimento dos contextos educacionais.

3. Conhecimento Curricular

Este conhecimento, segundo Shulman (1986) se relaciona com as seguintes especificidades:

A compreensão de um conjunto de programas que são elaborados para o ensino como, por exemplo, no caso brasileiro estariam (PCNs, diretrizes, etc.);

A variedade de material disponível para ensinar determinado conteúdo;

A interdisciplinaridade, entendida como a capacidade do professor de relacionar o conteúdo ministrado com outras áreas do conhecimento;

A compreensão da relação de um conteúdo com outros da mesma disciplina, ou seja, a compreensão da relação de um conteúdo com os anteriores e os posteriores.

Assim, é um tipo de conhecimento útil para os professores selecionarem e organizarem tanto os materiais quanto os programas de ensino, como afirma Ennis (1994, p.164) ao se referir a este tipo de conhecimento como a “[...] capacidade dos professores para selecionar e transmitir conteúdo apropriado para o aluno dentro de uma determinada configuração contextual e da situação”.

Conhecimento pedagógico de conteúdo e o processo de raciocínio pedagógico.

Para a compreensão do movimento de estruturação do conhecimento pedagógico do conteúdo é necessário entender que o processo de raciocínio pedagógico é um processo que se estrutura na ação de preparar algo que o professor já compreende, para o ensino. De acordo com Shulman (1987), é um processo cuja ocorrência se estrutura em seis fases distintas: compreensão, transformação, instrução, avaliação, reflexão e nova compreensão.

Da relação orgânica entre o conhecimento do conteúdo específico, do conhecimento curricular e do conhecimento pedagógico e por meio do processo de raciocínio pedagógico, abre-se a possibilidade de elaboração de um novo tipo de conhecimento: o conhecimento pedagógico do conteúdo, que pode ser representado no seguinte esquema.

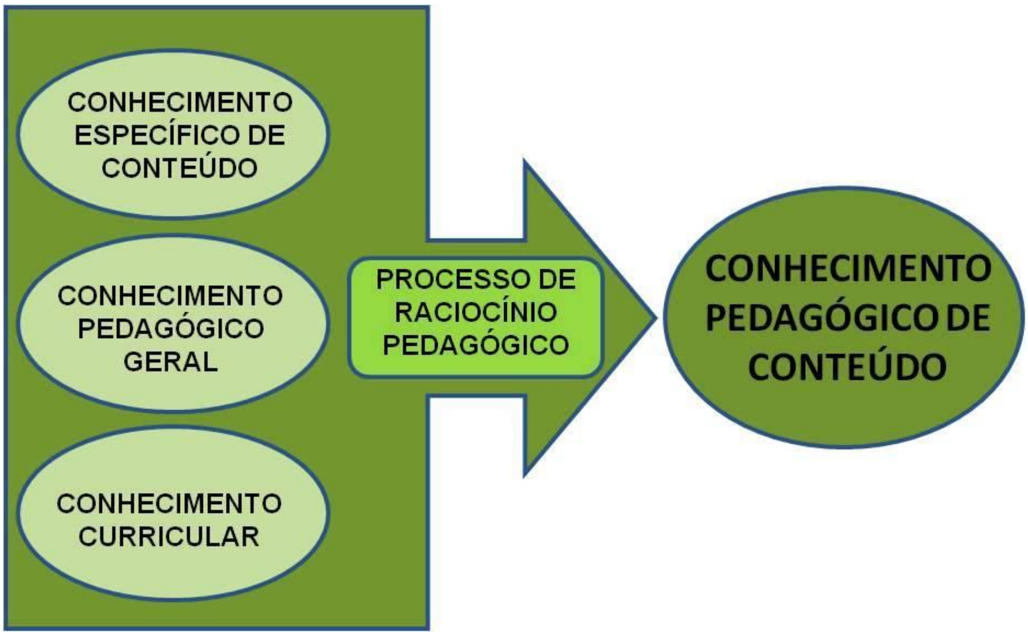

Figura 1 Processo de Raciocínio Pedagógico segundo Shulman

Pode-se dizer que este é o "ponto alto" da base de conhecimentos. Este tipo de conhecimento amalgama os conhecimentos anteriores, desta forma, podemos dizer que ele se funde com os conhecimentos já adquiridos e deles não se separa.

Este tipo de conhecimento está ligado à compreensão do conteúdo e o que significa ensinar determinado tópico, assim como os princípios e técnicas que são necessários para isso.

> [...] incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem estudados. Dentro da categoria de conhecimento pedagógico de conteúdo eu incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações. (Shulman 1986, p. 9)

É por meio deste tipo de conhecimento que o professor poderá transformar o conteúdo em um nível compreensível para seus alunos.

METODOLOGIA

Nossa pesquisa se desenvolve por uma abordagem qualitativa, sendo que esta opção se deu no sentido de sua adequação à investigação que pretendíamos realizar, em que se previu um processo interativo com os sujeitos pesquisados no local em que sua ação se desenvolveu.

Para tanto, nos apoiamos nos pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), que dão grande suporte teórico para a realização de uma investigação qualitativa em educação.

Inicialmente, pretendíamos desenvolver um trabalho com professores que estavam iniciando sua carreira profissional, mas devido à adequação ao nosso foco de discussão, optamos por realizar o trabalho com os alunos que cursavam o último ano da licenciatura em Matemática.

Nossa preocupação inicial foi a de como chegar até esse público. Resolvemos, então, realizar um projeto de extensão com oficinas sobre o tema trigonometria no triângulo retângulo com a participação desses alunos, assim teríamos a aproximação necessária para realizar a coleta de dados, além de contribuir para a reflexão deles sobre o tema. Estabelecemos assim um campo fértil para buscar evidências que nos levassem a responder nossas indagações.

Para o referido projeto de extensão, buscamos atividades que foram preparadas com base em alguns recursos didáticos retirados no banco internacional de objetos educacionais, que estão sendo disponibilizadas gratuitamente pelo MEC/Brasil através da internet. Tais atividades exploram os conceitos trigonométricos através de problemas históricos, problemas cotidianos, etc.

Foram realizados quatro encontros no interior de uma universidade pública, com duração média de 3 horas cada um deles, com um total de sete alunos, que chamaremos de A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7, mantendo assim suas identidades preservadas.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Dentre os problemas trabalhados durante os encontros, destacaremos o problema da altura da árvore, que consistia em descobrir o tamanho de uma árvore qualquer sem subir nela, e claro, utilizando recursos da trigonometria no triângulo retângulo. Esta atividade foi aplicada com a intenção de verificar, experimentalmente, a noção de tangente de um ângulo e utilizá-la para calcular uma altura inacessível.

Assim, distribuímos aos alunos os seguintes materiais: papel cartão, fita adesiva, régua, transferidor, tesoura, calculadora comum (sem as funções seno, cosseno e tangente), barbante, canudo, fita métrica e pedras.

Estes materiais foram utilizados, pelos alunos, para a construção de teodolitos (aparelho que mede ângulos), sob nossa orientação.

Logo em seguida, saímos da sala de aula à procura de uma árvore bem alta com o objetivo de medirmos sua altura sem subir nela. Depois de encontrada uma árvore, pedimos que os alunos escolhessem um lugar qualquer para que eles medissem (com o uso do teodolito) o ângulo formado entre eles e o ponto mais alto da árvore.

Também pedimos que eles medissem a distância em que eles estavam da árvore, assim voltamos para a sala de aula com os dados da medida do ângulo vertical e da distância do observador até a árvore, conforme esquema:

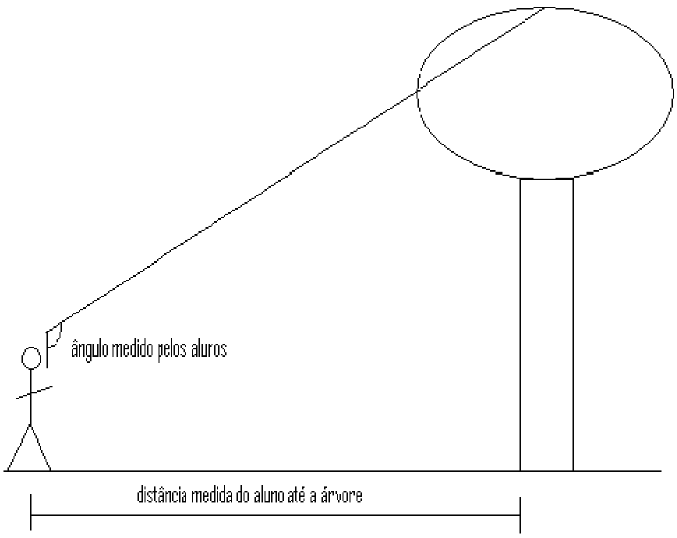

Figura 2 Distância e Ângulo medidos em relação à árvore

Assim, com estes dados propusemos que eles tentassem descobrir a altura da árvore. A atividade foi escolhida, pois sua realização demandava conhecimentos mais aprofundados dos conceitos, o que nos auxiliaria na investigação sobre os conhecimentos dos alunos.

Com os dados em mãos, foi solicitado aos alunos-formandos que esboçassem um desenho da situação real do problema em questão, de maneira que pudesse facilitar a resolução do mesmo, que consistia em descobrir a medida da altura da árvore.

Ainda não tínhamos um triângulo retângulo já que a situação apresentava apenas um polígono de quatro lados:

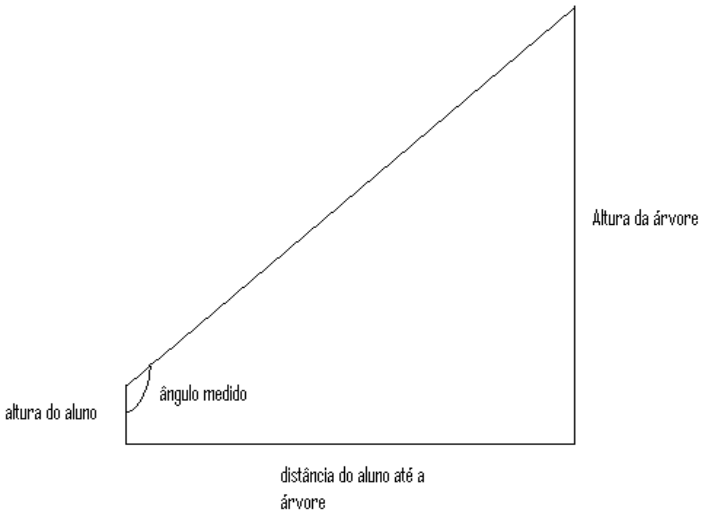

Figura 3 Altura da Árvore

Inicialmente, alguns alunos-formandos tentaram aplicar, erroneamente, o Teorema de Pitágoras ao quadrilátero. Ao contrário dos primeiros exercícios, que foram realizados anteriormente e podiam ser resolvidos apenas com a aplicação direta das fórmulas, demonstravam encontrar dificuldades para vislumbrar os elementos presentes na situação-problema e as articulações destes com o aparato conceitual necessário para estruturação do cenário que possibilitaria chegar a uma solução viável. Assim começaram a ficar explícitas as questões que havíamos levantado inicialmente nas análises, pois os indícios de que os alunos poderiam estar "treinados" a resolver determinados modelos de questões sem um entendimento dos conceitos, acabavam se confirmando na ação observada.

Shulman (1987, p.13) explicita em seus trabalhos a importância de se compreender os conceitos de forma crítica, não somente técnica: "Para ensinar precisa-se primeiro compreender. Pedimos ao educador que compreenda criticamente o conjunto de ideias a ser ensinada".

Resultados similares aos que encontramos são apresentados por Damico (2007), encontrados na sua investigação sobre conhecimentos dos professores no campo dos racionais, de onde conclui, pela evidência do conhecimento mais "técnico" constatado em seus dados, que conceitualmente a compreensão dos sujeitos que observou era precária e que isso poderia prejudicar ou limitar suas atuações e consequentemente o ensino deste conteúdo de forma mais significativa.

Após algumas tentativas, os alunos-formandos que observamos perceberam, enfim, a necessidade de separar do desenho somente o triângulo retângulo formado entre a distância deles até a árvore, a altura da árvore diminuída da altura deles e a distância da cabeça deles até o ponto mais alto da árvore, para chegaram em:

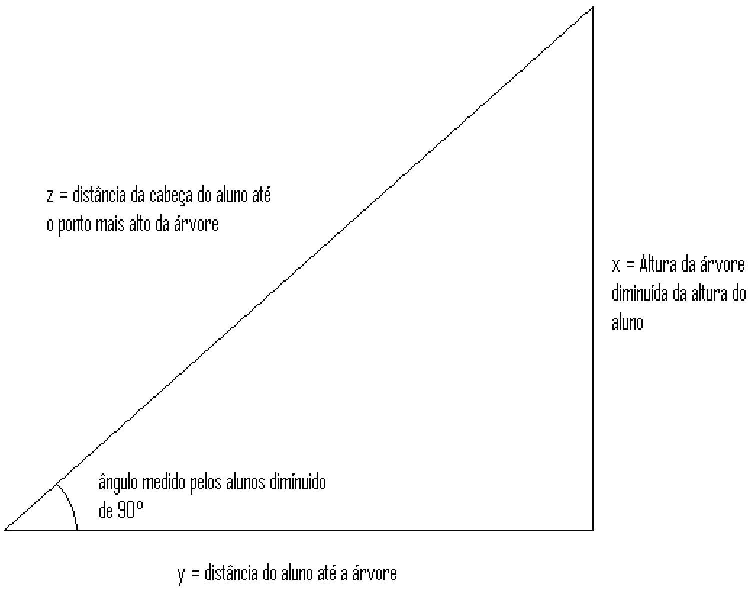

Figura 4 Triângulo Formado pelo Problema da Altura da Árvore

Após repensarem em como achar o valor de x, tentaram aplicar a fórmula do seno, cosseno e tangente, tentaram o teorema de Pitágoras, mas não conseguiam resolver, notaram que faltava um dos dados. Depois de algum tempo um aluno percebeu que se ele tivesse o valor da tangente do ângulo, encontraria o valor de x, e assim resolveria o problema. Mas o ângulo que eles tinham não era um dos elementares (30°, 45°, etc.), desta forma estavam diante de uma situação em que precisariam explorar o conceito de tangente.

Como tinham um transferidor, uma régua e uma calculadora em mãos, bastava que desenhassem um triângulo retângulo qualquer, semelhante ao da situação, e fizessem a divisão do lado oposto e do lado adjacente a este ângulo, assim teriam o valor da tangente deste ângulo e, praticamente, resolveriam o problema inteiro. Este procedimento exigia, porém, o domínio dos conceitos de congruência de ângulos, semelhança de triângulos, cuja relevância se apoia na construção das tábuas trigonométricas, que estruturam a trigonometria, e os alunos deveriam ter entendimento de que a base do conceito não está na fórmula e sim no fato de que os quocientes de lados correspondentes de triângulos semelhantes são sempre iguais.

Depois de um tempo para tentativas sem que conseguissem chegar a uma resposta, apresentamos o *software* Geogebra, para mostrar um triângulo retângulo em que era possível ampliar e diminuir seu tamanho proporcionalmente (ou seja, mantendo seus ângulos internos inalterados) sem que sua tangente fosse alterada.

Mesmo assim os alunos-formandos não conseguiram fazer a associação entre os contextos, por isso foi sugerido que eles desenhassem um triângulo retângulo qualquer na folha de atividades com os ângulos internos iguais ao da situação problema, para descobrir o valor desta tangente, mesmo assim, eles não entenderam como isto iria ajudar, sendo necessário que o procedimento inteiro fosse a eles explicado.

Assim, apareceram mais evidências de que o conhecimento do conteúdo no qual se baseavam era acentuadamente técnico, desprovido de significado, pautado apenas nas fórmulas. Isso vem a confirmar o que o próprio PCN traz como constatação da realidade, quando se refere ao quadro atual de ensino de Matemática no Brasil:

> Assim, por exemplo, a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas - ainda bastante desconhecida da grande maioria - quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (BRASIL, 2006, pág. 22)

Tal realidade não é apontada somente em nível nacional. Considerando o que Ponte já explicitava no ano de 2002, os alunos portugueses não saem do curso de licenciatura com domínio do conteúdo que vão lecionar, o que sugere que esse pode ser pensado como um traço que tem sido característico da formação do professor de Matemática, que não se restringe a nossa realidade brasileira. (PONTE, 2002)

Na sequência de nossas constatações, depois de encontrada a razão (tangente), os sujeitos por nós observados encontraram o valor de x. Assim bastava somar a altura da pessoa para encontrar o valor da altura da árvore. Muitos até achavam que o valor de x já era a altura da árvore, mas perceberam a resposta como inválida quando colocado em discussão se o valor de x poderia realmente ser a altura da árvore. Depois, um dos alunos-formandos reconhece a fragilidade sobre seus conhecimentos trigonométricos na situação exposta, conforme declara a seguir:

> *Quando eu aprendi foi dada uma tabela, e tinha, por exemplo, seno de 30, você ia do lado e só pegava o valor e distribuía na fórmula, eu nunca tive noção de trigonometria. (A3, 1°encontro)*

Antes desta última atividade, os alunos acreditavam possuir o domínio do conteúdo específico em relação ao tema, porém a fala acima citada do aluno A3 mostra um sentimento que foi aflorando no decorrer dos encontros: o da não compreensão do conteúdo específico que o professor precisaria possuir, uma compreensão mínima da matéria que iriam lecionar. (SHULMAN, 1986)

O que foi possível então notar, foi que ao contrário de uma compreensão dos conceitos, havia apenas domínio dos procedimentos de aplicação direta para resolução de exercícios. Damico (2007), também faz referência em sua pesquisa sobre a importância da compreensão do conceito. Nesta sua pesquisa sobre conhecimentos conceituais dos professores, Damico (2007) percebeu que os processos algébricos ou algorítmicos são conhecidos pelos professores de forma proficiente, porém diante de situações que exigem conhecimentos conceituais os professores demonstram grande carência, resultados estes bem similares aos encontrados em nossa pesquisa, e neste sentido observa que:

> Quando estamos preocupados em trabalhar com a construção de conhecimentos matemáticos, é importante que os alunos, para além do conhecimento processual dos algoritmos, adquiram uma compreensão conceitual do objeto de ensino que está sendo trabalhado (p. 171).

A carência dos conhecimentos pedagógicos gerais e as distorções significativas do conhecimento curricular que não serão pormenorizadas neste artigo também foram constatadas em nossa pesquisa, fatores que reforçaram a limitação dos sujeitos-formandos observados quanto as possibilidades de elaboração dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo, que a eles possibilitariam realizar as adequações dos conhecimentos para o ensino.

Assim, o agravante das lacunas conceituais que permanecem no final do processo de formação dos sujeitos observados que são apresentadas pelas nossas análises, está no fato de que seus reflexos operam significativa interferência no exercício da profissão do professor, por dificultar que o futuro docente possa propiciar uma educação de qualidade no sentido do desenvolvimento de raciocínios autônomos no aluno.

Não ter domínio conceitual dos conteúdos está entre as causas de fracasso dos alunos, pois impossibilita qualquer forma de organização de ensino pelo professor que possa se diferenciar do modelo de operar com memorizações, tal como apontam os dados levantados em nossa investigação, o que faz com que o modelo padronizado em sua formação se perpetue.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2).

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2007.

ENNIS, C. Knowledge and beliefs underlying curricular expertise. **Quest, Champaign**, v.46, n.2, p.164-75, 1994.

MIZUKAMI, M.G.N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. Shulman. **Revista do Centro de Educação**, Universidade Federal de Santa Maria, RS, v.1, n. 29, nº. 2, 2004.

PONTE, João Pedro. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista.** nº 11 A, pp. 3-8. (revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática), 2002.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher**: Washington, v. 15, n.2, February, 1986. p. 4-14.

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. v. 57, n.1 February, 1987. p. 1-22.