

PROFESSORES DE MATEMÁTICA E OS LIMITES CONCEITUAIS ACERCA DOS NÚMEROS INTEIROS¹

Thifany Jordão Lopes²

Cíntia da Silva Mascarin³

Renata Viviane Raffa Rodrigues⁴

RESUMO

A partir do que professores de Matemática expressaram nas interações sociais propiciadas por ações de formação continuada, o presente trabalho apresenta um recorte das falas que apontam as dificuldades conceituais de tais professores acerca dos números inteiros. Os dados aqui apresentados são resultados preliminares de uma pesquisa qualitativa junto a/com professores de Ciências e Matemática no que se refere reconceptualização do fazer docente em um processo de reflexão coletiva. Em termos metodológicos, com base no pensamento de Vygotsky sobre o papel da interação social para o desenvolvimento humano e com a permissão de todos os participantes da pesquisa, foram registradas em vídeo as reflexões, discussões coletivas e intervenções realizadas. O recorte e análise das transcrições considerou o episódio que evidencia os limites conceituais que prejudicam o processo de reconceptualização dos números inteiros.

PALAVRAS-CHAVE

Formação Continuada. Professores de Matemática. Números Inteiros. Nexos conceituais.

INTRODUÇÃO

Esse trabalho tem como propósito apresentar as falas de professores de Matemática que apontam limites conceituais acerca dos números inteiros. Os dados aqui reunidos foram construídos no decorrer de uma pesquisa intitulada “Reconceptualização do Fazer Docente em Ciências e Matemática em um Processo de Reflexão Coletiva sobre Teorias e Processos Educacionais” desenvolvida em uma Escola Municipal de Dourados/MS com o objetivo de investigar junto a/com professores dessas áreas como, por meio de um processo de reflexão compartilhada, ocorre a transformação das concepções do fazer docente em ciências e matemática, à luz da literatura da educação em ciências e matemática, das teorias

¹ Pesquisa financiada pelo Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico (CNPq)

² thy.fanny@hotmail.com. Acadêmica do Programa Institucional Voluntário de Iniciação Científica (PIVIC) do curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)

³ cintia-mascarin@hotmail.com. Acadêmica do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)

⁴ renatarodrigues@ufgd.edu.br. Professora do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia – FACET da Universidade Federal da Grande Dourados – UFGD

educacionais e de contribuições de referenciais teórico-metodológicos fundamentados em uma perspectiva histórico-cultural do desenvolvimento humano.

Em geral os programas de formação continuada de professores são organizados e implementados por meio de encontros entre formadores/pesquisadores e professores com o intuito de discutir os conteúdos veiculados, os referenciais teórico-metodológicos, a organização curricular, as formas de avaliação e diversas questões referentes às práticas escolares. Em suas pesquisas Silva e Schnetzler (2000) no âmbito da Educação em Ciências e Cristovão, Coelho e Carvalho (2009) no campo da Educação Matemática apontam a relevância de encontros de formação continuada para o processo de reflexão sobre o fazer docente. Contudo, vale ressaltar que tais trabalhos de pesquisa mostram as “possibilidades de aprendizagem mútua” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 3) entre professores e formadores que participam da formação continuada, evidenciando que compartilhar coletivamente as problemáticas, as dúvidas e os obstáculos enfrentados é determinante na formação do professor.

Vygotsky (2001, 2007, 2008) concebe a interação social como veículo fundamental para apropriação do conhecimento construído social, histórica e culturalmente. Embasados nessa perspectiva teórica consideramos que o processo de reconceptualização do fazer docente não acontece por si só, ou de modo individual. De acordo com Fontana (2005) a internalização de conceitos envolve o meio, os signos, o “outro”, ocorre no confronto dos interlocutores, nos sentidos que vão sendo assumidos, reproduzidos, questionados, redimensionados, propostos, negados, no curso das interações sociais.

Nesse contexto, educando nosso olhar para o processo e não para o produto das interações sociais mediadas nas ações de formação continuada, organizamos as primeiras reflexões sobre o conteúdo apresentado como problemático pelo grupo de professores de Matemática, os números inteiros.

O CONCEITO NÚMEROS INTEIROS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) compreendem quatro grandes temas. São eles: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Os números inteiros estão inseridos na temática números e operações e tal documento orienta que a introdução desse conteúdo matemático seja realizada no primeiro bimestre do 7º ano do Ensino Fundamental.

Para apresentar os números inteiros e sua constituição enquanto campo numérico os PCN trazem a seguinte explicação

Além das situações do cotidiano os **números negativos** também surgiram no interior da Matemática na resolução de equações algébricas. No entanto, sua aceitação seguiu uma longa e demorada trajetória. Só no século XIX os **negativos** foram interpretados como uma ampliação dos naturais e incorporam as leis da Aritmética. Passaram então a integrar a hierarquia dos sistemas numéricos como números inteiros. (BRASIL, 1998, p. 97, grifo nosso)

A análise histórico-social, cultural e filosófica dos números negativos, não os mostra de modo dissociado dos números positivos, mas unificados em um só todo – no conceito números inteiros. Nessa perspectiva, não existe aspecto negativo em um movimento quantitativo sem que haja também o aspecto positivo.

Diante desses pressupostos, a utilização do termo “números negativos” não é suficiente para referir-se aos números inteiros, uma vez que os números negativos, isoladamente, consistem em uma representação acabada, isto é, os elementos finais presentes no desenvolvimento do conceito números inteiros.

Além disso, na visão de Cid (2000, p. 11-13), existem outras formas de negatividade matemática relacionadas a outras noções matemáticas e não especificamente aos números negativos.

La conflictiva emergencia de los números negativos pone de manifiesto la existencia histórica de diferentes formas de negatividad matemática que, ni fueron, en su momento, entendidas como números, ni pueden interpretarse como un proceso continuo que desemboca, inevitablemente, en el número negativo actual. Esto nos lleva a utilizar, siguiendo a Lizcano [1993], los términos ‘negatividad’ o ‘formas de negatividad’ para indicar lo que habitualmente se consideran antecedentes históricos del número negativo. Por tanto, nosotros no hablamos de concepciones históricas de los ‘números negativos’ sino de concepciones históricas de la ‘negatividad matemática’, sin establecer a priori una identificación entre las formas de negatividad que esas concepciones revelan y los números negativos actuales. Esta precaución nos ha permitido darnos cuenta de que esos “antecedentes” no lo son sólo del número negativo, sino también de otras varias nociones de las matemáticas actuales: traslaciones, vectores, recta real, segmentos orientados, etc. (CID, 2000, p. 11-12).⁵

⁵ A conflituosa emergência dos números negativos coloca de manifesto a existência histórica de diferentes formas de negatividade matemática que, nem foram, em seu momento, entendidas como números, nem se pode

Em face do exposto, a conceptualização dos números inteiros exige abarcá-lo em toda sua abrangência, compreendendo-o em contextos matemáticos, bem como em outras áreas do conhecimento. Entretanto, tal processo exige ir além da apreensão das características externas do objeto, visto que segundo o pensamento de Vygotsky (2001)

[...] o conceito científico pressupõe necessariamente outra relação com o objeto, contida no conceito científico, por sua vez pressupõe necessariamente a existência de relações entre os conceitos, ou seja, um sistema de conceitos. (p. 294).

Por essa perspectiva, entendemos que a compreensão desse conceito precisar superar os limites conceituais das noções cotidianas e empíricas. Uma vez que concordamos com Kopnin (1978, p. 161, grifos do autor) que afirma que “a *tarefa da abstração* não é separar uns dos outros os indícios sensorialmente perceptíveis mas através deles *descobrir novos aspectos no objeto*, que traduzam as relações de essência”.

Essas relações são concebidas por Kopnin (1978) e por Davydov (1982) como os nexos internos que se apresentam no pensamento teórico. Sousa (2004) explica que esses *nexos conceituais* “fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (SOUSA, 2004, p. 61)

Nesse sentido, apreender os nexos conceituais dos números inteiros envolve compreender as condições de criação desse conceito que “compõem os aspectos históricos, filosóficos e culturais” (JESUS; SOUSA, 2011, p. 116).

A partir de uma investigação mais aprofundada, realizada em pesquisa de mestrado (RODRIGUES, 2009) foi possível desvelar os nexos conceituais dos números inteiros. Tais estudos consideraram os trabalhos científicos de Lizcano (1993/2000) acerca das formas de

interpretar como um processo contínuo que desemboca, inevitavelmente, no número negativo atual. Isto nos leva a utilizar, segundo Lizcano (1993), os termos “negatividade” ou “formas de negatividade” para indicar o que habitualmente se consideram antecedentes históricos do número negativo. Portanto, nós não falamos de concepções históricas dos “números negativos”, sem estabelecer a priori uma identificação entre as formas de negatividade que essas concepções revelam e os números negativos atuais. Esta precaução nos permitiu dar conta que esses “antecedentes” não o são somente do número negativo, sendo também de outras várias noções das matemáticas atuais: transações, vetores, reta real, segmentos orientados, etc. (Cid, 2000, p. 11-12, tradução nossa).

pensamento chinês ou oriental e ocidental ou indo-europeu, especificamente no imaginário coletivo grego em seu período Clássico e Helênico em torno dos números inteiros.

Olhar por duas janelas culturais e racionais, uma chinesa antiga e uma grega clássica tornou possível a compreensão do desempenho intelectual e operacional, quanto dos limites e contradições que caracterizaram a construção dos números inteiros.

Esse estudo também permitiu localizar as nossas origens pré-conceituais como herdeiros de uma forma de pensamento ocidental, de tradição grega e europeia.

Nesse sentido, os instrumentos conceituais arraigados na racionalidade ocidental, interferentes na aceitação e formalização do conceito números inteiros são entendidos como:

- Pensar o número como quantidade ou como medida de extensão;
- Necessidade lógica de referência material para os números inteiros;
- Noção empírica da operação de adição como aumento e da subtração como diminuição;
- Consequentemente, pensar a negatividade em termos da subtração que conduzem às expressões: “menos que nada”, “lado de um quadrado de superfície menor que nada” e “subtrair uma magnitude maior de uma menor” (LIZCANO, 1993, p. 266-267);
- Pensar por abstração e determinação por meio de comparações excludentes;
- Assumir princípios como o da identidade ou da não-contradição para se pensar o movimento quantitativo dos objetos na natureza.

Em contrapartida, a partir de uma reflexão em torno da dinâmica histórico-cultural das formas de negatividade chinesa, bem como das práticas comerciais suscitadas pelo Renascimento na Europa, foram apreendidos os aspectos substanciais ou os nexos conceituais dos números inteiros, caracterizados como segue:

- Princípios de movimento, contradição e simultaneidade;
- Dispor o pensamento e a realidade, segundo critérios das alternâncias de contrários e oposições em torno de um centro flexível;
- A partir de uma analogia, simetria ou equivalência vislumbrar os movimentos quantitativos em sua totalidade;
- Enxergar o número como um instrumento algébrico para descrever e simbolizar de forma precisa as situações relativas;
- Conceber zero como centro (geométrico) de simetria, ponto de convergência e anulação (algébrica) dos opostos;

- Pensar a subtração em termos de opostos articulados em torno de uma diferença que, regendo seus enfrentamentos, rege também sua anulação recíproca.

As transformações do conceito números inteiros indicam que a sua gênese procedeu de atividades sociais, culturais e humanas. Isso explica a mutabilidade das formas de expressão dos seus antecedentes históricos. Conforme apontado nos estudos de Davydov (1982) essas formas de expressão são os nexos externos do conceito, ou ainda, os elementos perceptíveis do conceito. Nessa perspectiva tais nexos funcionam como símbolos representativos, por isso, há de se considerar que trazem concepções filosóficas, científicas e ideológicas de diferentes épocas e culturas. Em síntese, listamos os nexos externos identificados no processo evolutivo do conceito números inteiros:

- O manancial simbólico “yin” – preto e “yang” – branco que formam imagens detalhadas acerca da contradição existente em distintos aspectos da realidade;
- A oposição entre a cor preta e vermelha utilizada pelos chineses para referenciar os números/palitos;
- Os sinais algébricos + e - como estado provisório ligado a uma relação arbitrária;
- A reta numérica dos inteiros.

Todos esses aspectos fazem parte do conceito de números inteiros, por isso nos levam a compreendê-los como seus nexos conceituais, os fundamentos do conceito. Portanto, o conhecimento desses nexos pode permitir ao professor a conceptualização dos números inteiros e a sua reelaboração no ensino de modo a propiciar o acesso e a apropriação desse conhecimento teórico aos seus alunos.

METODOLOGIA

O delineamento metodológico da pesquisa (qualitativa) é adequado a situações em que se deseja produzir conhecimento, enquanto os métodos quantitativos são mais adequados ao processo de teste de teorias. Bogdan e Bikleen (1994) destacam que quando o objetivo é o de “construir conhecimento e não o de dar opiniões sobre determinado contexto” (BOGDAN; BIKLEEN, 1994, p. 67) as evidências qualitativas permitem compreender mais profundamente o fenômeno, dentro do seu próprio contexto. Yin (2001) explica que questões do tipo “como” e “por que” apresentam natureza mais explanatória, não podendo ser tratadas

simplesmente por dados quantitativos, enquanto questões do tipo “quem”, “o que”, e “onde” têm melhor tratamento com dados quantitativos.

O desenvolvimento da pesquisa implicou em encontros denominados gerais com a participação de um grupo multidisciplinar de pesquisadores/formadores com formação em Química, Física, Ciências Biológicas e Matemática, atuando no ensino universitário de graduação e na pós-graduação, acadêmicos das licenciaturas Ciências Biológicas e Matemática e professores de Ciências e de Matemática do Ensino Fundamental (6º ao 9º anos). Além dos encontros gerais, foram desenvolvidos encontros específicos da área de Matemática nas horas-atividade dos professores. O local de estudo foi em uma escola municipal de Dourados – MS, situada na região periférica, onde os professores de Matemática ocupam a maior parte de sua carga horária. Os encontros gerais e específicos ocorreram com espaços quinzenais e/ou mensais, de quatro horas/aula cada um, no período de março a dezembro de 2012.

O contexto do qual os dados aqui apresentados foram extraídos trata-se de um encontro específico da Matemática no qual estavam presentes duas acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática, dois professores/pesquisadores da área Educação Matemática e quatro professoras de Matemática, das quais iremos explorar a fala de duas que mais apresentaram dificuldades conceituais com os números inteiros.

Para preservar a identidade das professoras em questão, estas estão denominadas com nomes fictícios de Antonia e Joana, ambas licenciadas em Matemática. Já os pesquisadores serão indicados por PO e PA.

A opção metodológica para o desenvolvimento deste trabalho tem como base o pensamento de Vygotsky (2001, 2007, 2008), cuja unidade de análise verifica-se na dinâmica interativa das relações sociais para o desenvolvimento do indivíduo humano, concebe o estudo do homem como um ser que se constitui, se apropria e elabora conhecimentos em processos sempre mediados pelo outro, pelas práticas sociais e pela linguagem, nas condições sociais reais de produção de interações. Como a característica desses processos é a transformação das concepções do fazer docente, tanto em reflexões coletivas, quanto no trabalho educativo, Vygotsky (1995, 2000) apresenta alguns princípios para sua análise, sugerindo o estudo da história de sua constituição. Segundo ele, “numa pesquisa, abranger o processo de sua natureza, sua essência”. Nesse aspecto, ele defende um estudo de processos e não de produtos e objetos, “uma vez que é somente em movimento que um corpo mostra o que é”. Defende também, que numa análise objetiva dos fenômenos, mais do que a enumeração de características externas de um processo, deve-se procurar relevar as relações

dinâmico-causais reais. Neste processo privilegiar a explicação das interações e movimentos sociais, para que através disto possa construir conhecimento, e que não seja um processo descritivo.

Com a permissão tanto dos pesquisadores quanto das professoras observadas, eram registradas em caderno de campo e em vídeo as discussões realizadas entre os mesmos. Tais instrumentos permitiram o registro das ações e interações verbais (falas, discussões coletivas) desenvolvidas entre os sujeitos.

Nos encontros específicos percebemos que as professoras de matemática ficavam mais à vontade para questionar e discutir conteúdos problemáticos. Assim na formação de 13 de agosto de 2012, foi sugerida pela professora Antonia explicações sobre o porquê, como surgiram e como ensinar as “regras de sinais” com números inteiros. Então, conforme acordado por todos, no dia 10 de setembro de 2012 realizamos uma formação discutir os aspectos conceituais dos números inteiros.

EPISÓDIO E ANÁLISE

A partir da leitura dos registros das observações, dos vídeos e das transcrições das interações verbais procuramos focalizar as falas que enunciam limites conceituais acerca dos números inteiros de duas professoras de matemática e sujeitos da pesquisa. Para melhor visibilidade e análise dos dados no episódio selecionado enumeramos os turnos das falas dos sujeitos.

O momento selecionado ocorre quando o pesquisador faz algumas questões desencadeadoras para iniciar a discussão acerca dos números inteiros.

Episódio A

n	Autor	Discurso
1	PA	[...] eu estou no campo dos naturais e vou para os inteiros, além dos positivos temos os negativos, então que situações vocês pensam?
2	Antonia	Sempre para ilustrar a gente usa a ideia de ter e dever, que é quase que tradicional, para o aluno compreender melhor sempre a gente utiliza essa maneira.
3	Josefa	Este ano inclusive, eu tentei mudar um pouquinho, eu tentei caminhar na reta com eles, e confundiu mais, tipo assim, para a direita e para a esquerda, então vamos combinar assim quando a gente anda para a direita é positivo, quando a gente anda para a esquerda é negativo, só que ai confundi mais.
4	Antonia	Sempre temos que voltar no dever e no ter para eles poderem entender.

- 5 PA [...] Por que vocês solicitaram este tema? Por que é difícil trabalhar com ele? Onde está o problema da aprendizagem? O que vocês acham, dos números inteiros?
- 6 Antonia Eu acho que o problema está na interpretação do aluno no conceito mesmo, porque eles têm todas essas dúvidas, porque na verdade eles têm dificuldade para entender o que é o número inteiro, aí eles não entendem a fundo o que é.
- 7 PA [...] quais os problemas mais comuns?
- 8 Antonia Às vezes eles até sabem fazer a operação, mas eles sabem só a regra, sinais iguais é mais, na soma conserva o sinal do maior, mas eles não sabem o que estão fazendo, eles sabem a regra, mas não sabem porque tem que conservar, a gente vê muito que eles sabem a regra mas eles não sabem o que eles estão fazendo, eles estão automáticos.
- 9 PA Eles decoram?
- 10 Antonia Eu acho que sim, eles acham mais fácil decorar do que aprender.
- 11 Josefa Porque aí a gente pergunta, você não somou? Você não multiplicou e nem dividiu, então porque você vai pensar em sinais iguais positivo, só que ele não percebe isso.
- 12 Antonia Eles ficam até bravos, “professora a senhora falou sinais iguais é mais”.
- 13 PA [...] Por que eles decoram que menos com menos é mais? Porque acho que intriga, intriga e é uma das primeiras regras que ele decora, porque se a gente for analisar a lógica, não tem o menor sentido, porque se eu olhar pelo aspecto de que esse menos que eu aprendi o que é esse menos, a primeira coisa que eu aprendi com esse menos é a subtração, é o tirar, eu tiro depois eu tiro de novo como que eu fico com positivo?
- 14 Antonia Até aquele encontro que pediram as sugestões, eu até coloquei a regra de sinais, porque é bem complicado mesmo assim da gente explicar porque menos com menos é mais, às vezes a gente passa a regra porque é bem complicado, até pedi como sugestão para trazer, porque aquela regra de sinais.
- 15 Josefa Adição é mais fácil de passar.
- 16 Antonia É, e a gente acaba dando a regra, mas e aí? É uma coisa que me inquieta bastante.
- 17 PA Por que se ensina números inteiros?
- 18 Antonia Acho que para o dia a dia.
- 19 Josefa Perceber que é diferente ganhar dois mil e perder dois mil, como que eu vou representar matematicamente, que símbolo, como representar essa perda, não é o mesmo são diferentes. Eu penso que é para o dia-a-dia mesmo.
- 20 Antonia Temperatura também, abaixo de zero.

A análise desses dados evidencia que a problemática com os números inteiros é enunciada pelas professoras a partir das dificuldades manifestadas por seus alunos. No turno 8 Antonia relata que os alunos sabem as “regras”, mas as utilizam de modo “automático”, não sabem quando e para quê utilizá-las. O problema evidenciado mostra a priorização na memorização mecânica de operações rotineiras com os números inteiros.

A formalização das regras de sinais possui um papel decisivo na estruturação do conceito números inteiros, porém sua obtenção pelas vias da lógica formal, tende a valorizar apenas a manipulação simbólica esvaziada de sentido. Segundo os apontamentos de Davydov (1982) a apreensão do conteúdo do conhecimento é feita pelas vias do pensamento empírico, isto é, priorizam-se os nexos externos do conceito, considerando-se apenas as propriedades extrínsecas dos objetos e fenômenos.

As formas de representação identificadas em outros contextos culturais e históricos não são consideradas. No caso dos números inteiros, referem-se aos aspectos, relações e expressões exteriores presentes nos livros texto de matemática, os sinais “+ e -“, por exemplo, ou, ainda, a própria reta numérica em Z. A descrição do objeto é tomada isoladamente, classificando-se seus traços singulares e exemplificando-os em situações práticas. (RODRIGUES, 2009)

Nos turnos 2, 4, 19 e 20 as falas das professoras que dizem respeito às situações cotidianas para explicar os números inteiros abarcaram a contradição “ter e dever” e a temperatura. A partir de uma análise referente à abordagem das “ideias iniciais”⁶ do conceito números inteiros em documentos oficiais de orientações curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental de 1975 a 1998; e em vinte livros didáticos de 7º anos, indicados no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD/2006/SP, Prado e Moura (2007a/2007b) identificaram o uso recorrente ao extrato bancário e ao termômetro como recursos para introdução do ensino dos números inteiros. Contudo, apoiadas em Bohm e Peat (1989), as autoras salientam que tais situações, familiares aos alunos, podem acarretar perícias e destrezas que utilizamos sem pensar. Nesse contexto, a imaginação do aluno não é mobilizada, mas sim a perícia e a destreza de seu pensamento para identificar ou não os números positivos e negativos e fazer a imediata relação entre estas situações e suas representações pelos sinais (+) e (-).

⁶ De acordo com Prado e Moura (2007b), trata-se das ideias formadoras do conceito números inteiros que antecedem a sua sistematização.

Para concluir a análise, percebemos inicialmente, no turno 6, em seu dizer Antonia expressa que a dificuldade de aprendizagem dos números inteiros, no que se refere a compreensão conceitual, está no próprio aluno. Em outros termos, o aluno é o único responsável por suas dificuldades, explicitando uma ideia de que o problema é comportamental, ou seja, de que eles “acham fácil decorar do que aprender”. Todavia, nos turnos 14 e 16 Antonia revela que as dificuldades para explicar as regras de sinais são suas e que isso a deixa inquieta.

A partir dos pressupostos teóricos tomados como base para análise compreendemos que as dificuldades levantadas estão relacionadas às noções cotidianas, simbólicas e operacionais dos números inteiros, assim como ao não conhecimento de seus nexos conceituais que, por sua vez limitam o processo de reconceptualização desse conteúdo.

REFERÊNCIAS

- BOAVIDA, A M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI, (Org), **Refletir e investigar sobre a prática profissional** (pp. 43-55). Lisboa: APM, 2002.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução á teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática/ Secretaria da Educação Fundamental**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.
- CID, E. **Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos**, Actas de las XV Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Boletín del SI-IDM, 10. 2000. Disponível em <<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/boletin10.htm>> Acesso em 05 de ago. 2012
- CRISTOVÃO, E. M. ; COELHO, J. C. B. G. ; CARVALHO, R. F. Formação continuada de professores: curso de capacitação ou grupo colaborativo?. **Práxis Educacional**, v. 5, p. 33-58, 2009.
- DAVÍDOV, V.V. **Tipos de generalización en La enseñanza**. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Havana, 2ª Reimpresión, 1982.
- FONTANA, R. A. C. **Mediação pedagógica na sala de aula**. Campinas: Autores Associados, 2005.
- JESUS, W. P.; SOUSA, M. C. Reflexões sobre os nexos conceituais do número e de seu ensino na Educação Básica. **Boletim GEPEN**, v.58, p. 115-127, 2011.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 123 v. (Coleção Perspectivas do homem), 1978.

LIZCANO, E. **Imaginário Coletivo y Creación Matemática** (La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y Grecia), Barcelona: Gedisa, 1993.

LIZCANO, E. **Metáforas que nos piensan, Sobre ciencia, democracia y otras Poderosas ficciones**, 2006. Disponível em <http://www.bajo-cero.org/ediciones/pdf/lizcano_web.pdf> Acesso em 25 out. 2012.

PRADO, E. P. de A. ; MOURA, A. R. L. de. **O conceito números inteiros nos textos impressos de orientações curriculares de matemática de 1975 a 1998**. In: Anais do II Encontro Iberoamericano de Educação – II EIDE, 18-21 de setembro de 2007, Araraquara-SP, 2007a.

PRADO, E. P. de A. ; MOURA, A. R. L. de. **O conceito números inteiros nos livros didáticos**. In: Simpósio Internacional do Livro Didático: Educação e História, 2007, p. 1406-1422, São Paulo-SP, 2007b.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 219f.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2009.

SILVA, L. H. A. ; SCHNETZLER, R. P. Buscando o caminho do meio: a sala de espelhos na construção de parcerias entre professores e formadores de professores de ciências. **Ciência e Educação** (UNESP), Bauru/SP, v. 6, p. 43-53, 2000.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 2004. 286 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001. 496 p.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

———. **Pensamento e Linguagem**. Tradução: Jeferson Luiz Camargo. 4. ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2008.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 3 ed. São Paulo, Porto Alegre: Artmed Editora S. A., 2003.