



USO DE REGISTRO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E MODELAGEM MATEMÁTICA PARA INICIAR O ESTUDO DE FUNÇÃO: EXPERIÊNCIA E PRIMEIRAS ASSIMILAÇÕES

*João Paulo Fernandes de Souza
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
souza.jpfernandes@gmail.com*

Resumo: O artigo traz uma reflexão sobre a questão: Quais procedimentos os alunos podem desenvolver em atividades pensadas a partir da teoria de Registros de Representação Semiótica e desenvolvidas sob o viés da Modelagem Matemática? Para realizar tal reflexão será apresentado um relato de atividades realizadas em uma escola pública de Campo Grande, capital de Mato Grosso do Sul, com uma turma de primeiro ano do Ensino Médio noturno. Tais atividades vieram como proposta para iniciar o estudo de função, envolvendo a construção de diferentes representações semióticas de uma mesma função como a algébrica, a tabular, por conjuntos e gráfica. Durante e após as confecções, houve debate sobre o conceito estudado e alguns exercícios envolvendo a construção de diferentes representações de funções. A teoria que sustentou tanto a elaboração das atividades quanto a reflexão destas foi Registros de representações semiótica, proposta por Duval, e as leituras bases foram Duval e Moretti (2012) e Freitas e Rezende (2013). O desenvolvimento das atividades se deu sob o viés da Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica; Modelagem Matemática; Função.

Introdução

Este trabalho traz um relato de atividades desenvolvidas em uma turma do 1º ano Ensino Médio em uma escola estadual de Campo Grande. Tais atividades foram pensadas a partir da teoria de Registros de Representação Semiótica, teoria a qual aportei às leituras em Duval e Moretti (2012) e Freitas e Rezende (2013). E foram desenvolvidas sob o viés da Modelagem Matemática (MM)³¹, aqui considerei a concepção de uma alternativa pedagógica, conforme Almeida e Brito (2005).

O objetivo do artigo é refletir os aspectos gerados em atividades pensadas a partir da teoria de Registros de Representação Semiótica e desenvolvidas sob o viés da MM, para tanto, relatar como foram desenvolvidas essas atividades, realizadas durante o estudo de função, como as leituras sobre Registros de Representação Semiótica contribuíram para estas atividades e como foram desenvolvidas na perspectiva da Modelagem Matemática.

³¹ Durante o texto utilizei o termo MM como abreviação de Modelagem Matemática.

A turma a qual foram desenvolvidas as atividades é noturna e possui trinta e dois (32) estudantes em curso. O conteúdo matemático planejado para o período em que se realizaram os trabalhos foi de iniciação a função, estudar a ideia de função, conhecer diferentes formas de representar uma função e realizar o procedimento de conversões entre essas representações.

As atividades foram pensadas a partir da teoria cognitivista de Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval, com expectativa de que ocorresse apreensão conceitual do objeto matemático função, e ainda considerando que só é possível a atividade com objetos matemáticos através de sua representação semiótica, conforme Duval e Moretti (2012, p. 268) colocam ao falar do paradoxo cognitivo,

[...] paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível.

Durante o estudo de função, tomamos uma função específica, tempo-distância, da qual foram confeccionadas em cartolinas cinco diferentes representações semióticas: linguagem natural (escrita em Língua Portuguesa), algébrica, tabular, gráfica (Plano Cartesiano) e por conjuntos. Discutimos nesse momento de confecção sobre as diferenças entre essas representações semiótica, como construir uma representação a partir de outra (conversão).

A confecção das representações foi sobre a função tempo-distância de uma tartaruga-de-couro, onde foram apresentadas informações reais e discutidas também essas informações, de modo que possa ser caracterizada uma atividade de MM de acordo com o primeiro momento tratado por Almeida e Tortola (2013, p. 626),

Em um primeiro momento, o professor propõe aos alunos um tema para estudo. Acerca desse tema, ele aponta um problema, o qual deve ser investigado pelos estudantes. Os dados e informações necessários para solucioná-lo são fornecidos, neste momento, pelo professor, cabendo aos alunos a análise dessas informações, a realização de simplificações, a definição de hipóteses e variáveis, a transição da linguagem natural do fenômeno para uma linguagem matemática e a obtenção e validação de um modelo matemático que representa uma resposta para o problema proposto inicialmente.

Assim pondero que as atividades foram desenvolvidas sob o viés da MM. Em uma segunda abordagem foi apresentado o tema conta de luz e os alunos realizaram a problematização, o levantamento das informações necessárias, definiram hipóteses, realizaram a transição da linguagem natural para linguagem matemática e juntos realizamos as validações, observando, então, o segundo momento colocado por Almeida e Tortola (2013) para desenvolver MM.

Registros de Representação Semiótica

Esta teoria cognitivista proposta por Duval trata da conceitualização em Matemática. Duval aponta que os conceitos que sobre objetos matemáticos são mentais, conforme entrevista realizada por Freitas e Rezende (2013, p. 12) “[...] os “conceitos” que, como tem se repetido até aborrecer, são mentais”, e através de representações semióticas é possível trabalhar sobre esse objeto. Duval e Moretti (2012) dizem que existem dois tipos de representação, as mentais e as semióticas.

As representações mentais são internas e englobam os conceitos que o sujeito pode ter de um objeto, ou situação associada a este objeto. Enquanto as representações semióticas são externas e usam signos pertencentes a um sistema, ou seja,

As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. (Duval e Moretti, 2012, p. 269)

O fato de que as representações semióticas serem externas não implica que servem apenas para comunicação, elas são “igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento” conforme coloca Duval e Moretti (2012). Daí pensar um dos motivos que justificam pensar atividades que envolvam diferentes representações semióticas de um mesmo objeto.

Não é possível separar a cognição humana de diversos registros de representação semiótica aponta Duval, de forma que estabelece que “... é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose.” Duval e Moretti (2012, p. 270), aonde noesis é apreensão conceitual de um objeto, e semiose é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica.

Podem ocorrer casos de que o objeto matemático é confundido com sua representação semiótica, então Duval expõe que o uso de vários registros parece ser uma condição para que não ocorra essa confusão, e também diz a importância de utilizar diversos registros para a apreensão conceitual, pois,

A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. (Duval e Moretti, 2012, p. 270).

Quando tratamos um sistema semiótico como um registro de representação fica imposto que este satisfaça três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose, segundo

Duval e Moretti (2012), ser uma representação identificável, admitir tratamento interno ao registro e for possível realizar conversão entre registros diferentes.

Uma representação semiótica é identificável quando possui uma identificação comum a um grupo de indivíduos, como exemplos desse tipo de representação Duval e Moretti (2012, p.271) trazem, “enunciação de uma frase (compreensível numa língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc.”.

Deve-se verificar também a admissão de tratamento na representação interno ao registro. De forma que possa ocorrer uma transformação dessa representação e ela permaneça no mesmo registro, o texto de Duval e Moretti traz que “o cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...)”, trago eu um exemplo específico, que se configura no exemplo do cálculo, de uma equação, onde saímos da representação algébrica inicial, e vamos realizando os cálculos, tratamentos, até encontramos um valor para incógnita, de modo que permanecemos em uma representação algébrica.

A conversão é realizada entre registros diferentes, ocorre quando é possível transformar a representação de um objeto em um dado registro para outra representação em um registro diferente do primeiro, de modo se mantenha a essência total o parcial do objeto. Segundo Duval e Moretti (2012, p. 272),

A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter).

Assim em nossas atividades é preciso que se verifiquem representações identificáveis de função, tratamento interno ao registro deste objeto e conversão entre registros para que seja considerado um Registro de Representação Semiótica. Por exemplo, vejamos o registro de representação semiótico algébrico de uma função. É possível que ao olhar a expressão algébrica de uma função e identificar esse objeto matemático, bem como realizar tratamento dentro desse registro atribuindo valores para a variável x , e ainda realizar conversão para outros registros como o gráfico.

É necessário ressaltar que um registro possui formas e regras de operar próprias, e que a conversão não deve ser confundida com tratamento, conforme pontua Duval e Moretti (2012, p. 272) “A conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento.”.

Observando os conceitos tratados em Registros de Representação semiótica é válido destacar que uma reflexão sobre essa teoria, por parte do docente, ao planejar e desenvolver atividades a serem desenvolvidas em sala pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

Modelagem Matemática

Os trabalhos realizados em sala foram pensados considerando aspectos tratados pela teoria de Registros de Representação Semiótica, e desenvolvidos através da MM. É possível encontrar diferentes concepções referentes à MM, das quais abordarei algumas.

A MM pode ser concebida como uma metodologia para ensinar Matemática, tomando problemas de outras áreas, essa concepção vem ao encontro com a de Burak (2006, p. 15) que diz a “Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino, capaz de transformar situações do cotidiano em situações matemáticas e nesse sentido estudar relações matemáticas envolvidas.”.

Há também ponto de vista em que a MM propicia um ambiente em que os alunos podem trazer questões abertas, não chegando à modelo matemático necessariamente, essa concepção está acordante com Barbosa (2001, p. 5) onde coloca que “Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade.” Para Barbosa (2001) a MM é um ambiente de aprendizado.

A MM também pode ser concebida como uma possibilidade de estudar Matemática partindo de problemas “extra-matemáticos”, os quais, EM GERAL, interessem os alunos de modo que participem da escolha do tema estudado. Assim observa-se a concepção de Almeida e Brito (2005, p. 487) que ponderam que,

A Modelagem Matemática tem sido apontada por diversos educadores matemáticos como uma alternativa pedagógica que visa relacionar Matemática escolar com questões extra-matemáticas de interesse dos alunos, configurando uma atividade que se desenvolve segundo um esquema - um ciclo de modelagem – na qual a escolha do problema a ser investigado tem a participação direta dos sujeitos envolvidos. Assim, entendemos a Modelagem Matemática, como uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático.

Considerando as concepções abordadas aqui é possível identificar que atividades de MM têm em comum o trabalho de um problema do cotidiano, ou de uma realidade não matemática. Ainda é possível verificar outros consensos entre diferentes concepções conforme traz Rosa (2013, p. 71) que,

Enfim, existem diferentes concepções para Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, mas é consenso, que atividades desse gênero podem levar o aluno a pensar mais, argumentar mais, ter consciência de suas ações, ser inovador, ser criativo em sua própria aprendizagem.

Considerando tais consequências proporcionadas pela MM ao aluno, foi determinante para desenvolver as atividades usando essa alternativa pedagógica. Neste trabalho foi considerada a concepção de Almeida e Brito (2005) a cerca da MM.

As atividades: pensadas a partir da Teoria de Registros de Representação Semiótica e desenvolvidas sob o viés da Modelagem Matemática

Neste trabalho trato de duas atividades propostas aos alunos, nas quais foi planejado o estudo do conceito de função. O desenvolvimento ocorreu utilizando a MM como alternativa pedagógica para realizar os estudos. A teoria de Registros de Representação Semiótica foi utilizada para pensar as atividades, observando a preocupação de que a maior parte dos alunos, que ainda não tinham estudado o conceito de função, abordassem-no de forma que não confundisse a representação semiótica em um dado registro com o objeto matemático função. Também foi considerado que dentre as atividades com função os alunos conseguissem realizar a conversão entre os registros.

Foram confeccionadas as seguintes representações semióticas de função: algébrica, gráfica, por conjunto e por tabela. Quando tratamos da conversão entre registros é necessário verificar se esses sistemas semióticos são registros de representação semiótica, ou seja, se atendem as três atividades cognitivas colocadas por Duval. Vejamos cada caso.

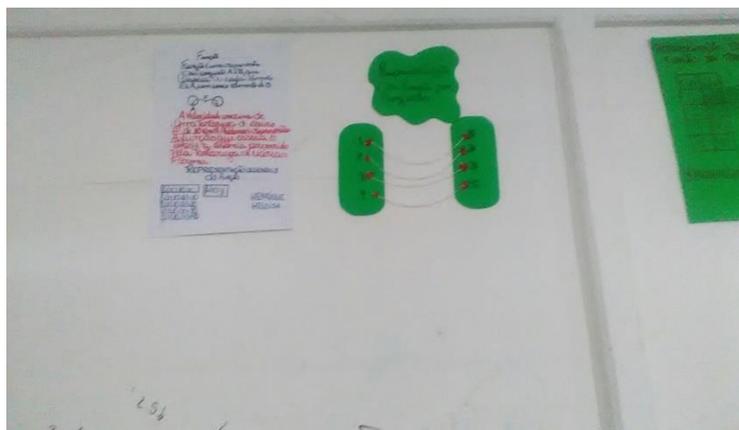
Os sistemas de representações linguagem natural, algébrico, gráfico, por conjuntos e tabular trazem representações identificáveis a um determinado grupo. De fato, ao observar estas representações semióticas conforme nas imagens a seguir é possível que se tenha um significado comum para elas, possa se remeter ao conceito de função através das representações semióticas, conforme traz Duval e Moretti (2012).

Imagem 01 - Representações tabular e gráfica (plano cartesiano)



Fonte: Própria

Imagem 02 - Representações linguagem natural, algébrica e por conjuntos



Fonte: Própria

Imagem 04 - Todas as representações semióticas confeccionadas



Fonte: Própria

Verifica-se também a possibilidade de realizar tratamento interno a esses registros confeccionados, por exemplo, podem-se realizar operações e permanecer interno ao registro.

E também é possível realizar a conversão entre esses registros, conforme a tarefa realizada de confeccionar as representações semióticas de uma função com material concreto, de modo que se representou a mesma função em diferentes registros.

Assim observamos que em cada sistema semiótico em que representamos a função velocidade média da tartaruga-de-couro, existe uma representação identificável, admite tratamento interno ao registro e conversão entre registros, então dizemos que a função foi representada em diferentes registros de representação semiótica.

Metodologia

As atividades relatadas foram desenvolvidas com uma turma de 1º ano noturno do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Campo Grande, durante o segundo bimestre letivo de 2018. A turma contava com 32 alunos em curso.

Serviu como reflexão para elaboração do plano de atividades a teoria de Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval, referenciada pelas leituras de Duval e Moretti

(2012) e Freitas e Rezende (2013). O desenvolvimento das atividades ocorreu no seguimento da MM.

Durante a realização das atividades os alunos formaram quatro grupos, foi abordada então da situação real sobre a velocidade da tartaruga-de-couro, onde o enunciado trazia informações necessárias para solução da seguinte questão. Existe alguma relação entre distância percorrida pela tartaruga e o tempo gasto? Foram exploradas as hipóteses e as soluções encontradas pelos grupos, de maneira que foi possível trabalhar o conceito de conjunto, de operações fundamentais da matemática, velocidade média, e também foi introduzida durante essa atividade a ideia de função.

Para isso foi analisada a “interpretação” que cada aluno fez do texto enunciado, embasado na teoria de Registros de Representação Semiótica, observou-se conversão da linguagem natural para os outros registros (algébrico, gráfico, por conjunto e tabular), e posteriormente entre esses registros “matemáticos”.

Confeccionamos com materiais cartolina, caixa de sapato, canetão, régua, cola e tesoura, conforme na imagem abaixo, as representações da função enunciada em quatro registros diferentes, e colamos na parede da sala. Essa atividade teve intuito de trabalhar o fato de que uma função não deve ser confundida com uma de suas representações semióticas, é possível representa-la de maneiras diferentes.

Imagem 04 - Materiais utilizados na confecção das representações semióticas



Fonte: Própria

A MM se configurou nesta atividade no aspecto da adoção de uma situação problema real, e pelos procedimentos realizados pelos alunos de buscar informações no enunciado, elaboração de hipóteses, levantamento de soluções e validação dessas soluções. Processos os quais assumi um papel mediador do trabalho, fomentando debates em todos os passos. Essa postura possibilita inscrever a atividade no primeiro momento verificado em Almeida e Tortola (2013).

Uma segunda proposta de atividade foi referente o tema conta de luz, onde além dos passos do exercício da tartaruga-de-couro, os alunos também participaram da problematização da temática, observando neste desenvolvimento o segundo momento colocado em Almeida Tortola (2013) para realizar uma atividade de MM.

Considerações finais

Ao executar as atividades planejadas foi perceptível um aceite dos alunos em participar, devido o fato da discussão aberta, primeiramente da leitura do enunciado e da tentativa de buscar soluções, e em seguida na confecção das atividades. Houve interação, surgimento de novas dúvidas, novas discussões, e ao fim dessa primeira atividade convencionou-se que poderiam ocorrer diferentes formas de expressar o conceito de função, mas que naquele momento diríamos que função é uma lei matemática que estabelece relação entre duas variáveis. Foram então estudadas as notações e definições propostas no livro didático disponível para a turma.

Durante a segunda proposta de atividade relatada, a conta de luz, os alunos participaram ativamente do debate sobre o tema até se estabelecer o seguinte problema: Como é calculado o valor de nossa conta de luz?

A maior parte dos estudantes que participaram do debate realizaram as pesquisas e trouxeram as informações que julgaram necessárias para encontrar uma resposta. Para responder o problema dito no parágrafo anterior colocaram problemáticas de como eram calculados os impostos, para que serviam, também houve o debate sobre a taxa fixa da iluminação pública, quantas moradias aproximadamente pagavam essa taxa, quanto era arrecadado, para quem iria essa arrecadação, entre outras.

Durante a simplificação das informações foram montadas, em geral, tabelas para organizar esses dados e levantadas dúvidas que geraram discussões sobre uma possível “fórmula que desse certo para calcular os valores de todas as contas”, assim foram realizadas conversões entre a representação tabular e as demais que tínhamos confeccionado na atividade anterior.

Assim, foi observado que as atividades propostas causaram nos alunos atividade investigativa, levaram eles a tentar encontrar soluções, a realizar conversões e que ocorreu em vários momentos, coordenação entre essas conversões. E que os estudantes conseguiram ter uma resposta quando indagados o que é uma função, ou na resolução de problemas que envolvem função. Tendo visto que ao serem indagados sobre objetos matemáticos, abordados

em séries anteriores, como por exemplo, fração, a maioria dos alunos respondia não sei. Essa resposta “não sei”, já passado cerca de um mês da atividade, ainda não ocorreu com o objeto função, todos os estudantes que participaram das atividades conseguiram expressar uma resposta quando indagados o que é função. E detalhe que foram respostas próprias e que vinham ao encontro com as definições de função, porém não aparentavam serem respostas decoradas, ou engessadas.

Respostas como “função é uma conta que eu coloco o x e encontro o y”, faziam o desenho de uma das representações, ou até mesmo falavam uma situação cotidiana onde é possível determinar uma função, por exemplo, uma aluna que falou sobre a conversão de dólar em real. A partir dessa fala construímos as representações na linguagem natural (escrita), tabular e algébrica $f(x) = 4x$.

Portanto é pertinente concluir que os alunos desenvolveram nas atividades pensadas a partir da teoria de Registros de Representação Semiótica e desenvolvidas sob o viés da MM, os procedimentos de conversões entre diferentes registros, investigações no enunciado e em outras fontes, debates sobre os temas abordados, entre outros.

Ainda é possível concluir que ocorreu aprendizagem, apoiando-se no fato de que conseguiram coordenar conversões entre os diferentes registros de representação semiótica, conseguiram levantar hipóteses, realizar simplificações, propor soluções e participaram ativamente das validações.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S.. *Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?* Ciência & Educação, Bauru, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.. *Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental*. Rev. bras. Estud. pedagog. (online), Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013

BARBOSA, J. C.. *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BURAK, D.. *Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios*. In: II EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006. P.

Duval, R.. *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento*. Tradução por: Moretti, M. T.. Revemat: Revista eletrônica de Educação Matemática. eISSN

1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465>

Freitas, J. L. M.; Rezende, V..*Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica*. RPEM: Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, Pr, v.2, n.3, jul-dez. 2013. Disponível em http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/963/pdf_122

ROSA, C. C. *A formação do professor reflexivo no contexto da Modelagem Matemática. 2013*. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá.