



A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Cristiano de Lima Pedra
UNIDERP
cristianopedra1976@gmail.com
<http://orcid.org/0000-0002-2086-9956>

Jaqueline Vitorino Domingos
UNIDERP
jak.vitorino@gmail.com
<http://orcid.org/0000-0003-1704-1952>

Antonio Sales
UEMS e UNIDERP
profesales@hotmail.com
<http://orcid.org/0000-0001-5515-6625>

Resumo: Este trabalho é resultado da análise da introdução ao estudo da equação do primeiro grau por dois livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD-2017) e adotados na Rede Municipal de Ensino de Campo Grande- MS. Foram analisados sob a perspectiva da modelagem matemática, com o objetivo de verificar se o professor do ensino fundamental recebe material que lhe permita usar a modelagem matemática para desenvolver habilidades de generalização e sistematização com seus estudantes. Os resultados apontam que os livros didáticos analisados introduzem o tema com exemplos que possibilitam o uso da modelagem matemática, buscando a generalização e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Dessa forma, o professor pode enriquecer seu trabalho ao utilizar a modelagem matemática como abordagem para a apresentação do conteúdo.

Palavras-chave: Educação Matemática; Livro Didático; Pensamento Algébrico.

Introdução

O ensino da matemática na educação básica se mantém entre os que menos cativam o aluno ou o estimulam ao estudo. Exceto os casos em que se manifesta alguma excepcionalidade pessoal, ou de algum aluno que, mesmo sendo mediano, tem um lampejo de origem não esclarecida, de que há ali uma regularidade e que basta criar um modelo para que o problema

seja resolvido em sua extensão mais ampla, todos os demais alunos permanecem alheios às chamadas “maravilhas da matemática”(HOGBEN,1970; TAHAN, 1973).

Na “era do homem calculante”, que trabalha o tempo todo com “razões, limites, acelerações” (HOGBEN, 1970, p. 22) e outras grandezas, abstratas ou não, é de estranhar que a matemática exerça tão pouco fascínio em nossos alunos e não forneça elementos motivadores aos nossos professores. Talvez a razão para tudo isso esteja além das nossas atuais possibilidades de escrutinar e precisar, mas não nos dispensa de um grande esforço nesse sentido. E, mais do que isso, contribuir com o que for possível para que essa distância entre a beleza da regularidade matemática e o desencanto da memorização enfadonha dessa mesma regularidade seja diminuída. Contribuir para essa superação através de um trabalho sistemático e colaborativo é a proposta subjacente deste trabalho, na medida em que destaca como o pensamento algébrico se faz presente em livros didáticos.

Sawyer (s.d., p. 7-8) questiona se esse desencanto com a matemática estaria na “própria natureza” do objeto ou “se reside nos métodos de ensino”. Sua questão básica é: “são os grandes matemáticos essencialmente diferentes das outras pessoas?”. Embora essa seja uma questão que requeira um debate mais amplo, o autor citado parte do pressuposto de que é possível atenuar essa distância entre a suposta genialidade e o homem comum. Não entraremos nesse debate. Apenas debateremos se é possível levar esse encanto para a sala de aula e como fazer.

Vale e Pimentel (2015, p. 167) destacam que “Os padrões fazem parte da nossa vida. Sempre que olhamos em volta, encontramos padrões”. Destacam, em seguida, diversos tipos de padrões, desde os visuais aos numéricos cuja observação contribui para que se tenha a alegria da descoberta. Além de permitir que se faça uma análise da estrutura subjacente, contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Os pitagóricos, por exemplo, se deleitavam com essas regularidades dando início ao que chamamos de Teoria dos Números. Domingues (1991) fala dos números figurados (triangulares, quadrados, pentagonais, hexagonais e ternos pitagóricos).

Essa observação de padrões numéricos, da Teoria dos Números, em busca de expressar essa regularidade algebricamente, leva-nos a propor que se considere como uma perspectiva de modelagem matemática.

Há uma vertente encabeçada por Brandt, Burak e Klüber (2016) que defende como modelagem matemática uma abordagem que não seja a da matemática aplicada e nem mesmo a da teoria dos números. Trata-se de um movimento que “teve como marco a dissertação de

XIII SESEMAT- Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

08 e 09 de agosto de 2019

mestrado defendida por Dionísio Burak em 1987, na pós-graduação *stricto sensu*, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Campus de Rio Claro, São Paulo”. Apresentava “uma visão mais prescritiva, o mérito do trabalho consistiu em partir de um tema real” (BURAK, 2016, p. 19-21), como por exemplo, construir uma casa. Evidentemente que nessa perspectiva o que se propõe é levar a matemática para vivência social.

O presente trabalho parte de outro local, procura caminhar na perspectiva de conduzir um ensino de matemática pautado pela observação de regularidades intramatemáticas ou extramatemáticas, com ênfase na primeira.

As regularidades extramatemáticas são aquelas provenientes do contexto natural, social, econômico, tecnológico, cultural etc., que podem ser modelados matematicamente. Nessa perspectiva a matemática é uma ferramenta para a interpretação e modelação de fenômenos como procriação, crescimento populacional, rendimento monetário, programação de máquinas etc., um trabalho nem sempre fácil de realizar em nível de educação básica (exceto em casos de simplificação excessiva do problema e aproximações) por faltar ao estudante conceitos matemáticos mais elaborados. Mesmo assim, essas aproximações e simplificações, podem ser fatores de despertar para a construção de uma atitude de observador, sem levar em conta o potencial de evidenciar o caráter social da matemática. Zabala (1998), por exemplo, fala de conteúdos atitudinais e defende o seu valor educativo. É nessa perspectiva que Brandt, Burak e Klüber, trabalham.

As regularidades intramatemáticas são aquelas provenientes do contexto interno, da própria matemática. E aqui não distinguiremos a matemática enquanto ciência, produto direto da academia, da matemática escolar, aquela que deve ser ensinada na escola. Nesta última, por exemplo, o estudo das áreas, os produtos notáveis, a dedução de fórmulas, como a usada para resolver equações, fornecem bons exemplos de modelagem intramatemática que podem ser explorados numa perspectiva de descoberta e generalização. Um caminho para a algebrização.

Chevallard, tratando da modelagem matemática, e após apresentar vários exemplos de aplicação social, afirma que:

Os referidos até agora permanecem trabalhos intramatemáticos, no que se referem ao estudo desses objetos matemáticos, os sistemas numéricos. Outros trabalhos dizem respeito ao estudo matemático de objetos extramatemáticos: sistemas físicos, biológicos, sociais, etc. E geralmente é o estudo matemático de tais sistemas não-matemáticos que reservamos o nome de modelagem matemática (CHEVALLARD, 1989, p. 5).

No entanto, páginas adiante ele indica discordar dessa redução em relação ao significado da palavra modelagem. Ele fala de modelagem dos números naturais e dos números pares e ímpares. Afirma que: “modelagem, no sentido em que usamos essa palavra, pode relacionar tanto a um sistema não-matemático (que responde ao uso usual da palavra) como em um sistema matemático” (CHEVALLARD, 1989-1990, p. 5).

Sobre a importância de se trabalhar a modelagem intramatemática pode-se destacar que Roxo (1937, p. 101), a propor uma reforma no ensino da matemática, evidencia que essa ciência como disciplina escolar tem “valor científico, filosófico e estético” e nós acrescentaríamos que, em virtude disso, possui valor educativo no sentido mais amplo da palavra. Fator esse destacado por D`Ambrósio (2008) quando fala das necessidades transcendentais que motivaram os seres humanos a estudar matemática.

Diante do exposto, é possível perceber que a perspectiva que norteia este trabalho é aquela que busca a transcendência ao levar em conta os fatores estéticos da matemática (DAVIS; HERSH, 1986).

Uma ação de modelagem matemática normalmente resulta em um registro algébrico embora, no contexto escolar, às vezes possa resultar em um registro puramente aritmético. O nível de escolaridade em que se está trabalhando determina o tipo de registro do resultado. Portanto, é possível pensar em uma modelagem matemática com registros aritméticos e para um problema em particular. Uma generalização pode ocorrer no nível da ideia, sem um registro ou com registro verbal. Essa generalização, quando ocorre, torna-se perceptível em falas dos estudantes.

Quando se considera os anos finais do ensino fundamental espera-se que o estudante já comece a ter recursos para expressar a modelagem matemática de forma algébrica. O programa escolar inclui a notação simbólica a partir do sexto ano. Nesse nível já devem começar aparecer as variáveis e as incógnitas no currículo. Nesse caso, pode-se pensar na modelagem matemática de duas formas: uma partindo do pensamento puramente algébrico em que sendo dado o contexto geral (de ordem social, econômica, física, biológica etc.) se pede para analisar ou quantificar um fato em particular. Essa abordagem parte do raciocínio inverso. Isto é, denomina aquele fato de x (ou outra incógnita) como se já o conhecesse e a partir daí monta-se a equação para obter o valor desconhecido. Outra forma de abordar dá-se pela generalização da aritmética ou da observação de regularidades conforme já discutido em parágrafos anteriores. Observando regularidades vai-se colecionando informações até que, por fim, expresse essa regularidade por

meio de uma lei algébrica (GASCÓN, 1994). Os exemplos serão dados a seguir durante a análise dos livros didáticos.

De qualquer forma, a perspectiva é de modelar a partir da observação de regularidades. A matemática, não apenas como ferramenta para a resolução de problemas, mas, primeiramente, como um modo de olhar o mundo e a própria matemática.

A Modelagem Matemática na Educação Básica

Conforme a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) certas habilidades matemáticas como, por exemplo, "resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem" são "formas privilegiadas da atividade matemática" que devem ser utilizadas como potencializadoras do desenvolvimento de competências consideradas fundamentais para o letramento e "pensamento computacional" (Brasil, 2017, p. 266). O texto deixa em aberto a concepção de modelagem matemática. Embora aparentemente vincule-a a atividade "de desenvolvimento de projetos", não exclui a possibilidade de que esses projetos possam ter a sua origem na própria matemática. Um projeto de investigação interna, como procede um matemático.

Biembengut e Hein (2000) veem na modelagem matemática uma proposta didática com potencial para despertar nos estudantes interesse pela matemática, especialmente por aqueles tópicos que ainda não conhecem, mas que veem surgir no contexto da modelagem matemática. Isto é, enquanto discutem formas de resolver um problema, outros temas da matemática surgem, provocando neles a curiosidade de conhecê-los melhor. Esses mesmos autores defendem que a prática da modelagem matemática coloca o estudante numa posição de interação entre conteúdo matemático e situação a ser modelada, tornando o resultado mais gratificante, pois ele se torna corresponsável pelo seu aprendizado.

O Livro Didático e sua contribuição para a prática docente

O livro didático é um importante recurso para o professor. Serve como base para nortear seu trabalho, pois o que se espera é que contenha a gama de conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular que referenda o discutido até o presente momento.

Conforme os avaliadores do PNLD-2017 "Outra função que tem sido muitas vezes realizada pelo livro didático é a de levar para a sala de aula as modificações didáticas e pedagógicas propostas em documentos oficiais, assim como resultados de pesquisas sobre a

XIII SESEMAT- Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
08 e 09 de agosto de 2019

aprendizagem da matemática.” (BRASIL, 2016, p. 14).

Nos livros didáticos recomendados, embora os conteúdos sejam basicamente os mesmos, cada autor tem sua maneira de abordá-los. Alguns se utilizam do contexto histórico ao iniciar cada novo conteúdo; outros são mais técnicos, partindo diretamente para o assunto a ser tratado. Ainda têm aqueles que utilizam de exemplos ilustrativos e proposições de jogos.

Esses diferentes tipos de abordagens acabam por influenciar o professor em sua prática, pois a tendência é que se siga aquele modelo que lhe é disponibilizado. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais:

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o estudante ter uma visão ampla do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 97).

Este trabalho, visando alcançar o objetivo, fez uma análise de um tema matemático presente no currículo da educação básica a partir da sua abordagem em dois livros didáticos. Em um primeiro momento pretende-se discutir se o livro didático oferece indicativos que possibilitem ao professor trabalhar a modelagem matemática, considerando que o docente tem um conteúdo programático a ser cumprido e se pauta pelo livro didático. Utilizou-se, para este estudo, os livros didáticos “Praticando Matemática” (ANDRINI; VASCONCELOS, 2015) e “Projeto Teláris” (DANTE, 2015), ambos para o sétimo ano do ensino fundamental.

A razão da escolha desses livros didáticos recaiu sobre os seguintes fatores: a) os livros didáticos foram recomendados pelo PNL D; b) foram adotados na Rede Municipal de Ensino de Campo Grande, MS, c) o acesso a eles foi fácil e d) apresentam formas diferentes de abordar o mesmo conteúdo.

O tema escolhido foi a equação do primeiro grau que é a porta de entrada para o registro algébrico. É por meio dele que o estudante entra em contato com o uso de variáveis e incógnitas.

Os autores desses livros didáticos, ao proporem a atividade introdutória, não fazem nenhuma referência à modelagem matemática. Demonstam apenas a preocupação em atribuir um significado social ao conteúdo daquele capítulo, cujo tema é: equação do primeiro grau.

O olhar em busca de indícios de modelagem matemática é uma iniciativa dos autores deste trabalho que consideram a equação como um modelo para resolver problemas de origem externa à matemática ou como a expressão algébrica que sintetiza um comportamento regular, oriundo da própria matemática, de observações empíricas do universo que nos circunda ou

originado da criatividade humana.

Essas sínteses de comportamentos regulares, normalmente, são expressas primeiramente em forma de função, e depois de fixado um valor final desejado, adquire a forma de equação.

Análise da Abordagem da Equação do Primeiro Grau

Andrini e Vasconcelos (2015, p. 203), no livro didático "Praticando Matemática" iniciam o conteúdo incitando a observação de padrões e regularidades. Mostram, como ponto de partida, a figura 1:

Pedem que o estudante "descubra o padrão que relaciona a quantidade de bolinhas e o número da figura". Em seguida sugere que, mantendo o padrão observado, indique a quantidade de bolinhas que teria a figura cinco e a figura oito. Mostra também que usando a letra p para a posição da figura e a letra n para a quantidade de bolinhas, podemos usar como modelo: $n=2p$ ".

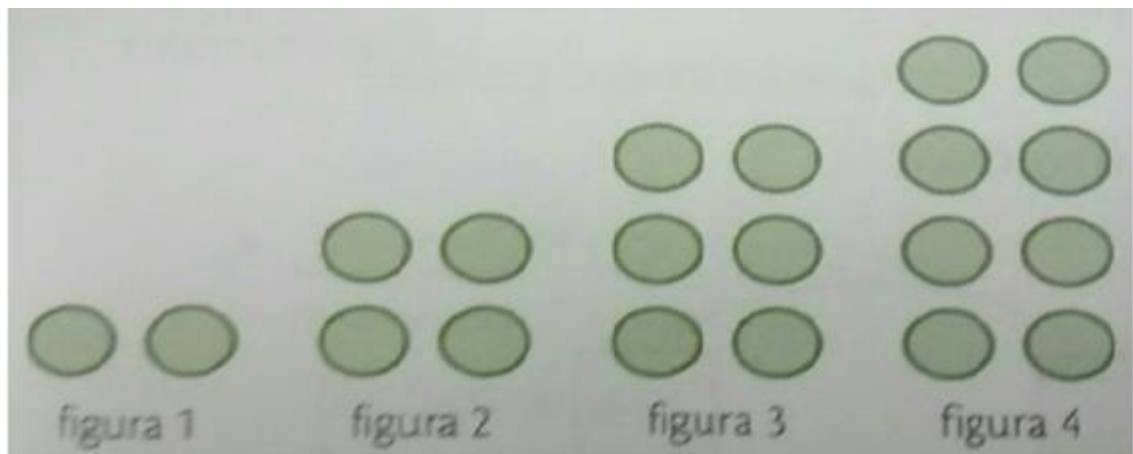


Figura 1-Sequência de bolinhas. Fonte: Andrini e Vasconcelos (2015, p. 203)

A ideia inicial é de função e para se transformar em equação é necessário que se fixe o valor de n , em $n=2p$. Gascón dirá que segue o princípio de introduzir a álgebra, ou definir o modelo, a partir da generalização da aritmética.

Essa visão de observar regularidades pode ser ampliada pelo professor recorrendo aos números figurados (DOMINGUES, 1991), (BIANCHINI; PACCOLA, 1998); (CARVALHO, 1998), (BARBOSA, 2009).

Na figura 2, percebe-se o direcionamento para a observação de regularidades, estabelecimento de um padrão, formulação de hipóteses e criação de um modelo.

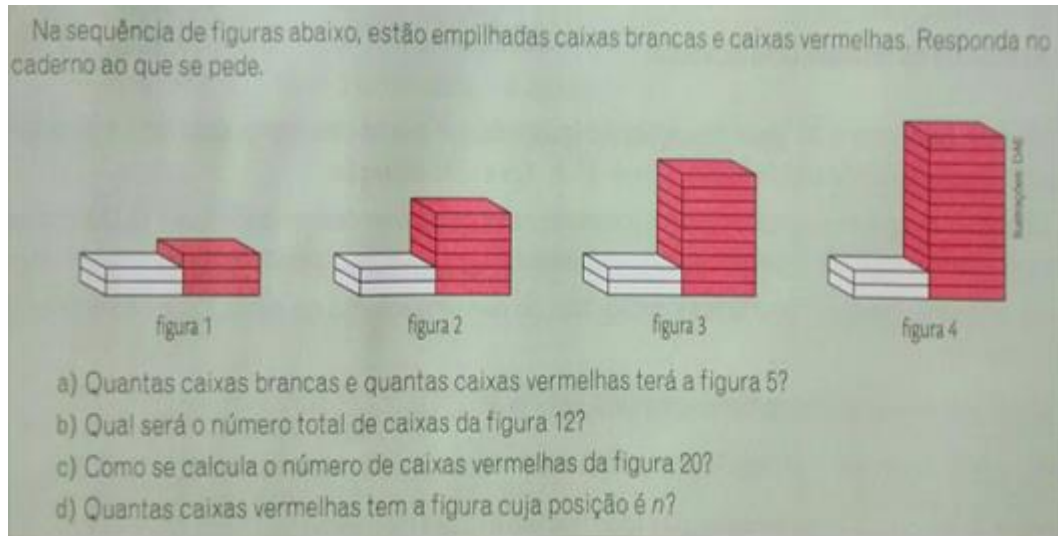


Figura 2- Sequência de caixas. Fonte: Andrini e Vasconcelos (2015, p. 203)

Quando lhe é perguntado: "Quantas caixas vermelhas tem a figura cuja posição é n ?", está presente a ideia de generalização, que aponta para a criação de um modelo.

O importante é que o professor tenha em mente alguns fatores: a) o livro didático é um roteiro e disparador; b) seguir os passos propostos por Biembengut e Hein (2000), que consiste em, o estudante reconhecer e se familiarizar com o problema, formular hipóteses, criar o modelo, interpretar e validar a solução; c) essa forma de abordar o tema contribui para que o estudante se torne um observador criterioso.

Sobre esse livro didático os avaliadores do PNLD-2017 (BRASIL 2016, p. 57) já consideravam que "no campo algébrico, encontram-se boas atividades que contribuem para a modelagem de situações cotidianas".

O segundo livro didático analisado (DANTE, 2015) pertence ao "Projeto Teláris", e inicia o conteúdo apresentando situações que resultam em um modelo matemático, utilizando equações de primeiro grau. O autor propõe uma máquina de produzir números, onde a ideia de generalização da aritmética se faz presente (figura 3).

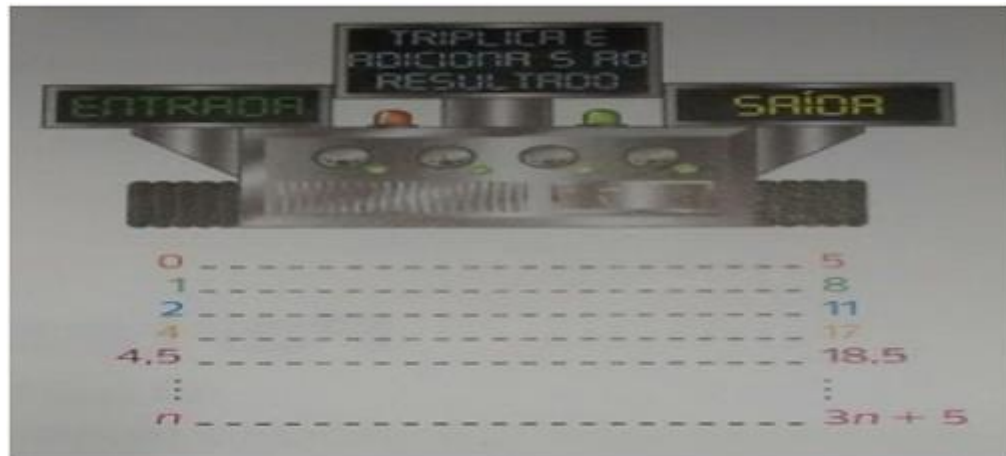


Figura 3- Máquina dos números. Fonte: Dante (2015, p. 117)

Como se pode observar, o autor sugere o modelo através do qual o número que entra na máquina será ‘transformado’. Sugere também uma sequência de números para entrada, finalizando com o número ‘n’, induzindo o estudante a chegar a um modelo.

No entanto, os avaliadores do PNLD-2017 (BRASIL, 2016, p. 85), já indicaram haver certo apressamento da sistematização, considerando que “são frequentes as atividades em que se privilegia a aplicação direta de procedimentos ensinados, em detrimento da capacidade de argumentação”.

De qualquer forma os autores desses livros didáticos, mesmo que de forma não intencional, apresentam algumas atividades que podem dar ao professor um indicativo de como se processa uma modelagem matemática tanto na perspectiva intramatemática como extramatemática.

Considerações Finais

A análise dos dois livros revela que o tema modelagem matemática se faz presente, de forma implícita, na educação básica e há autores que procuram orientar o professor no processo de generalização. Os exemplos apresentados na introdução do capítulo sobre equações do primeiro grau são suficientes e elucidativos sobre essa visão de modelagem matemática, embora esse termo não apareça. Com relação aos dois livros didáticos analisados, é dito, pelos avaliadores do PNLD, que as atividades “contribuem para o desenvolvimento de competências matemáticas mais elaboradas”. Cabe ao professor dar-se conta dessa tendência em Educação Matemática e incorporá-la em sua prática.

Necessitará, evidentemente, se inteirar de que existem outras perspectivas de

modelagem matemática, mas no decorrer do texto, procuramos mostrar que nestes livros didáticos existe um ponto de partida que permite ao professor utilizar essa abordagem no desenvolvimento de suas atividades.

Referências

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M.J. **Praticando a Matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BARBOSA, R.M. **Conexões e Educação Matemática**: brincadeiras, explorações e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

BIANCHINI, E.; PACCOLA, H. **A matemática tem razão**. São Paulo: Moderna, 1998.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Thiago Emanuel (orgs.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. Disponível em : <http://books.scielo.org/id/b4zpq/epub/brandt-9788577982325.epub>. > Acesso em: 01 jun. 2019.

BRASIL Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2017)**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2016. Disponível em: < <http://www.fnede.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/guia-do-livro-didatico/item/8813-guia-pnld-2017> > Acesso em : 16 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**: educação é a base. Brasília: MEC, 2017.

BURAK, Dionísio. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Thiago Emanuel (orgs.). Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/b4zpq/epub/brandt-9788577982325.epub>. > Acesso em: 01 jun.

XIII SESEMAT- Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
08 e 09 de agosto de 2019

2019.

CARVALHO, M.C.C.S. **Padrões numéricos e funções**. São Paulo: Moderna, 1998.

CHEVALLARD, Yves. Le Passage e L'arithmetique L'algebre dans L'enseignement des Mathematiques au College, Deuxieme Partie. Perspectives Curriculaires: La Notion de Modelisation. «**Petit x**» n° 19, 1989, p. 43 - 72.

CHEVALLARD, Yves. Le Passage de L'arithmetique a L'algebrique dans L'enseignement des Mathematiques au College, *Troisième Parti*, Voies Diattaque et Problemes Didactiques. «**Petit x**» n° 23, 1989-1990, p. 5 – 38.

DAVIS, Philip; HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**. 3.ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris-Matemática**. São Paulo: Ática, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma história Concisa da Matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2008.

DOMINGUES, Hygino H. **Fundamentos da Aritmética**. São Paulo: Atual, 1991.

GASCÓN, J. **Un nouveau modele de l'algèbre elementaire comme alternative à l'«arithmétique généralisée»**. Barcelona: Universitat Autonoma de Barcelona, 1994. Disponível em: <http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/37/37x4.pdf> Acesso em: 21 set. 2018.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos. Porto Alegre: Globo, 1970.

ROXO, Euclides. **A Matemática na Educação Secundária**. Rio de Janeiro: Companhia Editora Nacional, 1937.

SAWYER, W.W. O Encanto da **Matemática**. Lisboa: Editora Ulisseia, s.d.

TAHAN, Malba. **As Maravilhas da Matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: Bloch Editores, 1973.

XIII SESEMAT- Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
08 e 09 de agosto de 2019

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. Padrões Visuais, Generalização e Raciocínio. In. MACHADO, Sílvia Dias Alcântara; BIANCHINI, Bárbara Lutaif; MARANHÃO, M., Cristina S.S. **Teoria Elementar dos Números**: da educação básica à formação dos professores que ensinam matemática. São Paulo: Iglu, 2015.

ZABALA, Antoni. **A Prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.