



LOGARITMOS: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA

Lucimar Lima da Silva
Secretaria de Educação do Estado de MS
E-mail: lucimar-lima07@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-6552-3388>

Resumo: Os logaritmos são aplicados no primeiro ano do ensino médio, o ensino deste tema baseia-se em longas e complexas equações. Para os alunos compreenderem definitivamente os logaritmos, não necessariamente precisam dominar a ferramenta de cálculo que ele é considerado, mas sim entender algumas definições básicas. As funções logarítmicas têm por seu objetivo modelar os fenômenos onde processo da variável dependente ocorre lentamente. O presente artigo teve como objetivo principal estudar o contexto de ensino e aprendizagem dos logaritmos. Especificamente, o estudo se propôs: compreender o desenvolvimento conceitual e histórico dos logaritmos, bem como suas aplicações; discutir problemas e dificuldades no ensino e aprendizagem dos logaritmos e apresentar as estratégias didáticas sugeridas em educação matemática para o ensino de logaritmos. Para tanto, adotou como metodologia a modalidade revisão de literatura, por conseguinte, procurou explorar os pontos de vistas de autores renomados nessa temática, qual seja o ensino de logaritmo na educação básica, e de como se pode ensinar esse conteúdo de forma a torná-lo mais compreensível pelos alunos dos primeiros anos do ensino médio. Como resultados, apurou-se que, a ferramenta matemática de modelagem se mostra eficiente para o ensino desse conteúdo, de modo a torná-lo mais atrativo aos alunos, por conseguinte, despertar nos estudantes interesse pela aprendizagem desse conteúdo.

Palavras-chave: Logaritmos; Ensino; Matemática; Modelagem.

Introdução

O logaritmo, com o passar dos anos, se revelou uma ferramenta muito poderosa que tem como principal finalidade simplificar as operações aritméticas, com isso facilita a vida das pessoas que dependiam de longos cálculos. Uma classe que foi prontamente atendida pelos logaritmos foram os astrônomos que tinham muitas dificuldades e passavam até dias para resolverem alguns cálculos.

Nesse contexto, o problema que se buscou solucionar foi identificar porque o conteúdo de logaritmo não é visto com bons olhos pelos alunos, visto que o julgam como um conteúdo

bem complexo, assim os levando a não ter o aprendizado necessário. Por que os alunos têm dificuldades no aprendizado dos logaritmos?

Partindo desse pressuposto, o artigo elencou como objetivo geral estudar o contexto de ensino e aprendizagem dos logaritmos. Especificamente, o estudo se propôs: compreender o desenvolvimento conceitual e histórico dos logaritmos, bem como suas aplicações; discutir problemas e dificuldades no ensino e aprendizagem dos logaritmos e apresentar as estratégias didáticas sugeridas em Educação Matemática para o ensino de logaritmos.

Para tanto, a metodologia utilizada seguiu os moldes da pesquisa qualitativa e descritiva, que se valeu do método dedutivo, já que houve a produção de um tema que tende a mostrar a importância do desenvolvimento da base matemática. Para a realização deste artigo, foram utilizadas diversas pesquisas bibliográficas em livros e artigos publicados em sites que tratam do assunto. Por conseguinte, foram realizadas várias buscas com as palavras-chaves: Logaritmos; Ensino; Matemática; Modelagem, e selecionados os conteúdos para leitura e seleção dos conteúdos, tanto foram consultados sites e livros que versavam sobre essa temática, para posteriormente haver a realização da produção escrita do trabalho. As plataformas mais utilizadas foram: google acadêmico e portal scielo.

CONTEXTUALIZANDO O ENSINO DE LOGARITMOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O nascimento do logaritmo surgiu de uma necessidade de simplificar cálculos numéricos muito complexos, principalmente no ramo da astronomia, mas também pela expansão do comércio causada por grandes navegações. De acordo com Zuffi (2001), o projeto de logaritmos passou por vários anos de estudos, mas realmente engajou nos séculos XVI e XVII, onde foram surgindo os meios de cálculos através dos logaritmos, utilizando operações matemáticas envolvendo potências muito complexas e as transformando em operações mais simples.

a)

ORIGEM

b)

A invenção do logaritmo foi realizada por John Napier. Durante seus estudos apareceram outros matemáticos com propostas praticamente idênticas a sua e, segundo Zuffi (2001), na sua época, Zuffi (2001) foi o único a trazer desenvolvimentos no campo de logaritmo.

A proposta inicial de Napier foi baseada em uma propriedade que já era conhecida na época, que utilizava a multiplicação de potências de mesma base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ isso evidenciava que através da multiplicação das potências de mesma base, trazia resultados de outra potência.

Vidigal (2014) assegura que Napier não chegou a exercer a matemática profissionalmente, ele era dono de algumas empresas, administrando seus bens enquanto aplicava as pesquisas no âmbito da matemática. Napier não se interessava diretamente por todos os temas da matemática, Napier foi um matemático que focava em assuntos ligados à computação e à trigonometria.

Na concepção de Vidigal (2014), o próprio Napier trouxe alguns depoimentos, que traziam a revelação que muitos dos resultados alcançados em suas pesquisas foram publicados depois de vinte anos de estudos. Esses estudos foram movidos por observações das sequencias de potencias sucessivas, publicadas cinquenta anos antes.

CONCEITOS BÁSICOS

De acordo com Soares (2001), o logaritmo surgiu para simplificar os cálculos e, a partir daí, passou a ser utilizado como um instrumento de operacionalização, eles tem como função de transformar operações complexas como multiplicação e divisão, em operações simples como adição e subtração. O matemático que impulsionou grandemente o desenvolvimento dos logaritmos, foi Napier, que iniciou no século XVII, ele foi considerado o inventor dos logaritmo, mas não foi o único da época e publicar estudos sobre o tema.

Soares (2001) explica que, quando ainda não existia os logaritmos, as operações eram realizadas através das relações trigonométricas. O método dos logaritmos foram baseados no fato de que associando aos termos de uma progressão geométrica.

A fórmula $\cos x \cdot \cos y = \cos (x + y) / 2 + \cos (x - y) / 2$ (*) antes dos logaritmos era usada para transformar produtos em soma, como pode ser visto da seguinte forma: Seja o produto $0,8988 \times 0,9455$. Em uma tabela trigonométrica, com precisão de 4 casas decimais, obtemos, $0,8988 = \cos 26^\circ$, $\cos 45^\circ = 0,7071$, $0,9455 = \cos 19^\circ$, $\cos 7^\circ = 0,9925$. Substituindo na fórmula (*) $\cos 26^\circ \times \cos 19^\circ = \cos (26^\circ + 19^\circ) / 2 + \cos (26^\circ - 19^\circ) / 2 = \cos 45^\circ / 2 + \cos 7^\circ / 2 = 0,7071 / 2 + 0,9925 / 2 = 1,6996 / 2 = 0,8498$

Ferreira (2006) destaca uma desvantagem do método acima, era que o trabalho aumentava consideravelmente em produtos de mais de três fatores, ainda teríamos os problemas das potências e das raízes.

PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DOS LOGARITMOS

A Matemática ainda é vista com grande temor por partes dos alunos, sendo que a maioria dos alunos sente uma grande dificuldade de interpretar os exercícios desenvolvidos. O logaritmo foi considerado entre os conteúdos de matemática que integram currículo do primeiro ano do Ensino Médio, como o conteúdo que os alunos mais apresentam dificuldades (FERREIRA 2006).

De acordo com Zuffi (2001) os professores do Ensino Médio apresentam visões diferentes sobre o conceito de função quando expressadas formalmente ou informalmente. Esta visão diferenciada pode trazer alguns intraves para o ensino de Função Exponencial e Logarítmica.

Assim, é importante que o docente venha a desenvolver estratégias para que o estudante tenha interesse em aprender, apresentando para o aluno uma aula atraente e interessantes, assim tornando a aula mais até mais produtiva. Para Zuffi (2001), quando utilizamos atividades que buscam desenvolver o interesse do aluno pela matemática, estamos buscando estratégias para melhorar o ensino e a aprendizagem. Um exemplo de atividades a serem usadas é a inserção de jogos, assim podendo trazer o gosto de se estudar matemática para dentro da sala de aula.

Os alunos apresentam uma grande dificuldade quando confrontados com o conteúdo de logaritmos, apresentam dificuldades em compreender e assimilar o conteúdo (SOARES 2010). Foi constatado ainda que um dos principais motivos que causam essa dificuldade é a falta de aprofundamento dos professores no ensino da matéria. Assim, na concepção de Soares (2010), quando os alunos começam a estudar logaritmos acabam enfrentando um campo de conteúdos complexos e fórmulas um pouco extensas, ocasionando assim que o aluno não crie nenhum interesse pela matéria.

Para Vidigal (2014) os estudantes apresentam dificuldades no estudo de logaritmos pois existe uma falha no conceito de potenciações e também pelo fato de não possuírem conhecimentos mais aprofundados em álgebra.

Conceitos da matemática são conteúdos abstratos, mas podem ser representadas por meios de ilustrações, representações, entre outros. Sendo assim, materiais didáticos facilitam a construção e a apresentação de conceitos para os alunos, permitindo que eles possam ter uma melhor observação e interpretação dos conteúdos (PONTE e SERRAZINA 2000).

Ampliando essa reflexão, quando pensamos no ensino da matemática enquanto disciplina da Educação Básica, torna-se relevante pensar no porquê do aprendizado dessa disciplina, ou seja, pensar nas razões que tornam o ensino e a aprendizagem dessa ciência importante. Nesse contexto, Toledo (2009, p. 6) pontua que

A matemática é necessária em atividades práticas que envolve, aspectos quantitativos da realidade, como as que lidam com grandezas, contagens, medidas, técnicas de cálculo, etc. A matemática desenvolve o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível.

Segundo as considerações de Toledo (2009, p. 6), é possível destacar pelo menos duas importantes razões para a construção dos conhecimentos matemáticos: o primeiro deles diz respeito a quantificar situações do cotidiano, ou seja, precisamos da matemática para mensurar o que possuímos e o que devemos, medir comprimentos, calcular áreas, etc. Mas Toledo (2009, p. 6) assegura ainda, que a matemática oportuniza o desenvolvimento da capacidade de raciocinar.

Reforçando o pensamento de Toledo (2009), Bittar (2005), salienta que o ensino da matemática no âmbito da Educação Básica, mais especificamente, os anos da etapa fundamental deveriam enfocar os conteúdos a partir de situações-problema voltadas para a contagem e para a medição. Já na segunda etapa, qual seja o Ensino Médio, o estudo das funções, dentre essas a função logarítmica, se enquadra os conteúdos que merecem destaque.

Para justificar essa linha de pensamento, Bittar (2005, p. 18) acrescenta:

Contar e medir se caracterizam tanto como necessidade individual quanto social, desde a antiguidade até os tempos atuais. As atividades de contar deram origem às operações fundamentais, aos números, aos sistemas de numeração, à aritmética, à álgebra. As medidas, em particular das terras, deram origem à geometria e ao estudo comparativo de grandezas diversas, em particular de distâncias, áreas, volume, massa, tempo, temperatura, velocidade, densidade.

Para Bittar (2005), a partir da citação acima, está explícito a importância do conhecimento matemático, conseqüentemente, da aprendizagem dos conceitos dessa ciência. Partindo desse pressuposto, qual seja, de que o ensino da matemática é altamente significativo para a sociedade, uma questão surge em meio a essa discussão: a apropriação dos conceitos matemáticos pelos alunos, e nesse contexto, estão inseridos os logaritmos.

Vale destacar que existem muitos indivíduos já adultos que asseguram ter verdadeira “aversão” a disciplina de matemática. Segundo Toledo (2009, p. 6), essa resistência à matemática talvez possa ser explicada da seguinte forma:

Alguns professores consideram que a matemática, sendo uma ciência hipotético-dedutiva, deve ser apresentada dessa maneira ao aluno, desde as fases iniciais. Assim, exigem dele um nível de abstração e formalização que pode estar acima de sua capacidade, pois os quadros lógicos de seu pensamento podem não estar desenvolvidos o suficiente.

Com isso, é possível compreender a dificuldade que muitas pessoas afirmam ter na construção dos conceitos matemáticos, inclusive, criando verdadeiros “bloqueios” para sua aprendizagem.

Nesse contexto, o questionamento que emerge seria: como ensinar função logarítmica de modo a tornar tal assunto significativo para os alunos?

Na tentativa de responder a essas indagações, Bittar (2005, p. 18) apresenta algumas alternativas para um aprendizado com significado, ela sugere:

Dentre os vários elementos norteadores da aprendizagem significativa que estão sendo propostos, podemos entre outros, destacar os seguintes: problematização contextualizada; articulação dos conteúdos; valorização de conhecimentos prévios dos alunos; abordagem dos conteúdos em forma de espiral; pesquisa e elaboração própria; incorporação de avanços científicos e tecnológicos; avaliação processual e permanente; estímulo ao raciocínio e a socialização de conhecimentos.

Vale destacar que para a autora citada acima, todos esses mecanismos devem ser utilizados de maneira interligada, ou seja, deve acontecer uma articulação dos conteúdos em consonância com a valorização dos conhecimentos prévios que alunos possuem. Por outro lado, os educandos devem ser estimulados a pesquisa e elaboração própria, e assim por diante. Na concepção de Bittar (2005, p. 19), será a partir da “mesclagem” desses elementos, que o aluno desenvolverá simpatia e curiosidade pela aprendizagem da matemática.

APLICAÇÕES DO LOGARÍTMO: EM CENA A MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática, de forma geral de acordo com Almeida (2012) pode ser definida como sendo a elucidação de um problema por meio de esquemas que se obtém para essa situação. Para tanto, essa elucidação ocorre a partir de situações reais que possam estar acontecendo e que demanda uma solução.

De acordo com Almeida (2012), a Modelagem Matemática segue algumas etapas que devem ser observadas desde a identificação da situação do problema, até a sua elucidação. Para tanto, a referida autora sugere que no primeiro momento, ocorra identificação do problema, em seguida a matematização da situação que ora foi posta, em seguida vem a resolução

propriamente dita, para só então, já nas duas etapas finais, ocorrer a interpretação de resultados e a validação dos resultados.

Partindo desse pressuposto, Biembengut e Hein (2003, p.12), uma pesquisadora voltada para esse viés matemático, esclarece que a modelagem matemática, possibilita, dentre algumas possibilidades, tornar o ensino dessa disciplina “[...] um meio de interagir a matemática com a realidade”.

Assim, quando se pensa no ensino da matemática adotando como metodologia a Modelagem Matemática, um dos objetivos que se pretende alcançar, e que de acordo com Biembengut e Hein (2003), seria possível atingir é a interação dos conteúdos matemáticos com a realidade do mundo real.

Sendo assim, sempre que um professor busca oportunizar a resolução de situações do mundo real, e para tanto, se valer das ferramentas que a matemática disponibiliza, inclusive criando modelos que podem generalizar algumas ideias, ou situações, na concepção de Almeida (2012), em situações assim tem-se a aplicação da metodologia modelagem matemática.

Há de se considerar ainda que, nesse processo de aplicação da metodologia matemática existem alguns procedimentos, que estão distribuídos em pelo menos três etapas. Na concepção de Biembengut e Hein (2003, p.13,14), essas etapas seriam:

1º Etapa: Interação Reconhecimento da situação: problema; familiarização com o assunto a ser modelado; referencial teórico. **2º Etapa:** Matematização Formulação do problema: hipótese; Resolução do problema em termos do modelo que implica na aplicação. **3º Etapa:** Modelagem matemática Interpretação da solução; Validação do modelo que implica na avaliação.

Assim, na visão de Biembengut e Hein (2003), não é toda metodologia empregada no ensino da matemática que procura estabelecer um viés com a realidade na busca por solução de terminado problema, que pode ser considerada metodologia de modelagem matemática, mas aquelas que perseguem as três etapas acima descritas.

Nesse sentido, cabe uma breve reflexão sobre cada uma dessas etapas. A primeira refere-se à interação do aluno com a situação proposta feita pelo professor. É o momento em que seguramente o professor também dispensará a sua contribuição, uma vez que, por meio de questionamentos pode levar o estudante a compreender a situação problema que está sendo posta, e que se pretende resolver.

Almeida (2012), ao discorrer sobre essa etapa, assegura que, é nesse momento, qual seja da interação do estudante com a situação problema que é esperado que esses alunos estabeleçam

links com os conteúdos já estudados anteriormente. Por outro lado, o autor descrito esclarece que essa não é a única maneira de cumprir a primeira etapa. Esse autor acrescenta que alguns conceitos matemáticos podem ser apresentados de forma concomitante, desde que esses alunos possuam os conhecimentos prévios da matemática básica e maturidade suficiente para estabelecer as devidas generalizações e conexões.

Cabe destacar que é apenas na etapa seguinte, qual seja o momento em que de fato se aplica a matemática, uma vez que é nesse instante em que elaboradas tais hipóteses, para só então, se chegar à resolução do problema em termos do modelo que direciona para aplicação. Burak (1992), um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil defende o ponto de vista que toda metodologia que se denomina Modelagem Matemática, deve se propor a construir um modelo a partir das ferramentas existentes na ciência matemática.

Por fim, cabe ressaltar a terceira etapa, também bastante pontuada por Burak (1992), que trata-se dos testes que são realizados para verificação do modelo, se esse atende ou não a problematização inicial. Biembengut e Hein (2003) acrescenta que se trata do momento da validação do modelo, e esse funcionar, pode-se generalizar para situações problemas semelhantes.

Assim, diante das considerações apresentadas ao longo desse artigo fica evidenciado que os logaritmos têm uma aplicação direta a situações do cotidiano, e essas por sua vez, de acordo com Gonçalves (2010), são expressas por meio da modelagem matemática.

Considerações

Os logaritmos são aplicados no primeiro ano do ensino médio. O ensino deste tema baseia-se em longas e complexas equações. Para os alunos compreenderem com significado os logaritmos, não necessariamente precisam dominar a ferramenta de cálculo que ele é considerado, mas entender algumas definições básicas. Uma das funções do logaritmo tem por seu objetivo modelar os fenômenos onde processo da variável dependente ocorre lentamente.

O presente artigo teve como objetivo principal estudar o contexto de ensino e de aprendizagem dos logaritmos. Especificamente, o estudo se propôs a compreender o desenvolvimento conceitual e histórico dos logaritmos, bem como suas aplicações; discutir problemas e dificuldades no ensino e na aprendizagem dos logaritmos e apresentar as estratégias didáticas sugeridas em educação matemática para o ensino de logaritmos.

Dentre os resultados apurados, evidenciou-se que a Modelagem Matemática funciona como uma possibilidade pedagógica para tornar o assunto sobre logaritmo mais dinâmico e mais próximo da realidade dos estudantes, por conseguinte, com tal método pode-se obter resultados melhores em relação à aquisição da aprendizagem, por conseguinte despertar o interesse dos alunos por esse assunto.

Por fim, fica o desafio para os docentes do Ensino Médio, sempre que possível, contextualizarem o assunto de logaritmo de modo a torná-lo mais atrativo e a Modelagem Matemática pode funcionar como uma excelente metodologia de ensino nesse contexto.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W. **Modelagem matemática na educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- BITTAR, M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Campo Grande-MS: ed. UFMS, 2005.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de Ensino–aprendizagem**. Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp, 1992.
- FERREIRA, R.L. **Uma sequência de ensino para o estudo de Logaritmos usando a Engenharia Didática**. 2006. 149f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2006.
- GONÇALVES, André Luiz. **Um estudo sobre a importância da modelagem matemática como metodologia de ensino**. Aparecida de Goiânia – GO, 2010.
- SOARES, F. dos S. **Ensino da Matemática no Século XX da Reforma Campos à Matemática Moderna**. In: DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. da; São Paulo: Horizontes, 2004.
- SOARES, E. C. **Uma investigação histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para a sala de aula**. 2011. 142f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.
- TOLEDO, M. B. A. **Teoria e Prática de Matemática: como dois e dois**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2009.
- VIDIGAL, C. E. L. **(RE)Significando o conceito de Logaritmo**. 2014. 133f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

ZUFFI, Edna Maura. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do Conceito de Função Educação Matemática.** em Revista (São Paulo), 2001.