FUNDAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL
DE MATO GROSSO DO SUL
UFMS

ANAIS DO III SESEMAT

SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

5 e 6 março de 2009

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFMS

Coordenadora do Programa: Profª. Drª. Marilena Bittar

Comissão Científica do III SESEMAT

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais –Presidente

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

Profª. Drª. Marilena Bittar

Profª. Ms. Sheila Denize Guimarães

Profª. Ms. Mônica Vasconcellos de Oliveira Farias

Prof. Ms. Dejahyr Lopes Junior

ÍNDICE

PRÁTICA PEDAGÓGICA E CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS: UM ESTUDO PRAXEOLÓGICO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM INÍCIO DE DOCÊNCIA

Adriana Barbosa de Oliveira - UFMS

Marilena Bittar - UFMS

RESUMO: Neste artigo relatamos alguns resultados parciais de uma pesquisa em andamento sobre a prática pedagógica de professores de Matemática em início de carreira, cujo objetivo principal é investigar a relação entre os conhecimentos adquiridos por esses professores durante sua formação inicial sobre o tema função e sua prática pedagógica desenvolvida em sala de aula. A Teoria da Base do Conhecimento (SHULMAN, 1986) fundamenta nossa pesquisa nos apontando as vertentes do conhecimento sobre função que estamos investigando: conhecimento de conteúdo do objeto de estudo; conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular. Como referencial teórico-metodológico adotamos a Teoria Antropológica do Didático – TAD (CHEVALLARD, 1999) que permite, por meio da análise das organizações didática e matemática desenvolvidas pelos professores, identificar quais conhecimentos são mobilizados e colocados em prática durante suas aulas. Para essa investigação, realizada com dois professores em início de carreira que atuam no nono ano do Ensino Fundamental, realizaremos entrevistas semi-estruturadas, observações em sala de aula e análise dos planos de aula elaborados por esses professores, como também do capítulo referente ao estudo de Funções do livro didático utilizado pelos mesmos. Dessa forma, apresentamos agora parte da análise do livro didático utilizado pelo professor Pedro participante da pesquisa. Os autores optam por apresentar o conteúdo de funções como a interdependência entre grandezas. Na análise praxeológica observamos certo equilíbrio em relação aos blocos saber-fazer [T, τ] e saber [θ , Θ]. No entanto, em alguns momentos a retomada de conteúdos poderia/deveria ter sido realizada pelos autores para que houvesse uma melhor compreensão.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimentos dos Professores. Professores Iniciantes. Funções.

1. Introdução

O início da carreira docente tem sido apontado por algumas pesquisas (Ponte (2001), Galvão (2000), Rocha (2005)) como um período marcado por angústias, desafios, incertezas e descobertas. O recém licenciado se vê diante de questões do tipo: Como vou ensinar esse conteúdo? Como preparar o planejamento mensal das atividades? Como lidar com alunos indisciplinados? E nesse momento se dá conta que a formação inicial pode não ter sido suficiente para dar respostas às todas essas questões.

Diante dessa realidade, nos dispusemos a investigar como os professores novatos de Matemática relacionam os conhecimentos adquiridos na licenciatura com sua prática pedagógica. Em um trabalho anterior (OLIVEIRA, 2007), identificamos a presença de lacunas deixadas pela formação inicial quanto aos conhecimentos pedagógicos de professores novatos de Matemática; os mesmos afirmaram que muito do que sabiam no momento haviam aprendido durante a prática docente. Entretanto, não obtínhamos no momento, ferramentas teóricas suficientes para realizar um estudo aprofundado da prática pedagógica desenvolvida por esses professores. Dessa forma, iniciamos uma nova pesquisa buscando na literatura, instrumentos capazes de nos propiciar resultados convincentes acerca desse assunto.

Nesse artigo, apresentamos apenas um recorte de tal pesquisa, que se encontra em andamento. Um dos meios utilizados por nós para investigar a prática docente dos professores foi realizar uma análise do livro didático utilizado pelos mesmos em suas aulas. Dessa forma, apresentamos agora parte da análise do livro didático utilizado pelo professor Pedro[1] participante da pesquisa.

No entanto, antes dessa apresentação situaremos o leitor quanto aos aportes teóricos utilizados nesse estudo, bem como sobre os objetivos e procedimentos adotados nessa pesquisa.

2. Aportes Teóricos

Nessa pesquisa, levantamos a discussão de duas questões: a prática pedagógica desenvolvida pelos professores em início de docência e os conhecimentos adquiridos por eles na formação inicial. Para realizar um estudo amplo e aprofundado de cada uma dessas questões sentimos a necessidade de nos apoiar em dois referenciais teóricos, ou melhor, um referencial teórico de fundamentação e um referencial teórico-metodológico.

Para discutir as questões relativas aos conhecimentos advindos da licenciatura nos embasamos na Teoria da Base do Conhecimento (SHULMAN, 1986), que consideramos como uma teoria de fundamentação de nossa pesquisa, pois a mesma nos permite dizer quais deveriam ser os conhecimentos proporcionados pelo curso de formação inicial aos futuros professores.

Entretanto, para investigar a maneira como os professores colocam em prática tais conhecimentos, sentimos a necessidade de um aporte teórico que nos indicasse como esquadrinhar a prática pedagógica desenvolvida por esses professores. Dessa forma, recorremos a Teoria Antropológica do Didático – TAD (CHEVALLARD, 1999), considerando que o modelo praxeológico oferecido pela mesma nos permitirá compreender e apresentar a prática pedagógica do professor.

2.1 Teoria da Base do Conhecimento (SHULMAN, 1986)

Os estudos desenvolvidos por Shulman (1986, 1987) buscam chamar a atenção para um problema designado por ele como sendo o “paradigma perdido”, ou seja, a falta de foco no conteúdo específico, algo considerado por ele como fundamental em uma pesquisa com professores. O autor relata que, por muito tempo, as pesquisas educacionais voltaram sua

[1] nome fictício

atenção para os métodos de ensino, os procedimentos adotados pelos professores em suas aulas, considerando que essas abordagens seriam as soluções dos problemas de aprendizagens dos alunos. Nesse sentido, o conhecimento específico do professor sobre a sua disciplina foi esquecido, ou melhor, não era considerado como algo a ser investigado nessas pesquisas.

Dessa forma, Shulman (1986) ressalta a importância de se estudar questões relativas aos conhecimentos específicos do professor, não abandonando os aspectos dos conhecimentos pedagógicos. Nessa perspectiva, a base do conhecimento proposta por ele, considera o conhecimento necessário a um professor, independente de sua disciplina, como sendo a união de três vertentes: o conhecimento de conteúdo do objeto de estudo; o conhecimento pedagógico do objeto de estudo e o conhecimento curricular, que seriam respectivamente, o conhecimento sobre a matéria que ensina, no nosso caso, os conhecimentos matemáticos; as diversas maneiras de explicar o conteúdo e o conhecimento sobre os recursos didáticos disponíveis, como livros didáticos, materiais concretos e softwares educacionais, como também das diretrizes que regem o ensino como os Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.2 Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999)

A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) considera a atividade matemática como sendo parte integrante das atividades humanas e das instituições sociais. A organização praxeológica ou praxeologia é composta pelos seguintes elementos: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Um conjunto de tipos de tarefas (T) para serem cumpridas necessitam de técnicas (τ) de resolução, isto é, de maneiras de realizá-las. No entanto, uma determinada técnica para ser aceita como verdadeira, necessita de uma justificativa de seu funcionamento, ou seja, de uma tecnologia (θ). A tecnologia, por sua vez, também precisa apresentar sua legitimidade e para isso ela deve ser fundamentada em uma teoria (Θ).

A noção de Organização Matemática proposta por essa teoria pode ser entendida como um estudo praxeológico das atividades matemáticas desenvolvidas pelo professor em sala de aula, ou então das atividades matemáticas que são propostas nos documentos oficiais como o livro didático. O estudo da Organização Didática emerge da necessidade de explicar como resolver determinadas tarefas propostas em uma Organização Matemática.

Chevallard (1999) considera a existência de seis momentos didáticos, os quais não existem em uma ordem cronológica, eles podem acontecer, em determinadas situações, em ordem diferente da que ele apresenta. Resumidamente, poderíamos descrever tais momentos como: O primeiro momento: primeiro encontro com a organização matemática em estudo; o segundo momento: destinado à exploração de tipos de tarefas e de elaboração de uma técnica;

o terceiro momento: elaboração de um bloco tecnológico-teórico relativo à técnica; o quarto momento: reservado para o trabalho como a técnica; o quinto momento: institucionalização dos objetos que farão parte da organização matemática e o sexto momento: avaliação.

3. Funções: o tema matemático

Para realizar essa pesquisa consideramos pertinente a escolha de um conteúdo matemático para que pudéssemos investigar os conhecimentos dos professores sobre esse conteúdo, pois dificilmente conseguiríamos realizar um estudo que abrangesse todos os conteúdos que foram tratados durante a formação inicial, por se tratar de uma investigação muito ampla.

A escolha pelo tópico de funções está ligada ao caráter central que ele possui dentro da Matemática. Este foi um dos principais critérios que encontramos para escolher o conteúdo com o qual iremos desenvolver a pesquisa. Além das diversas aplicações desse conteúdo dentro da Matemática, temos também sua utilização por outras áreas do conhecimento, como a Física e a Química, por exemplo.

Outro fator que contribuiu para essa escolha diz respeito ao fato de que este assunto é comumente abordado nos cursos de Licenciatura em Matemática, na maioria dos casos em mais de uma disciplina. Como buscamos investigar os conhecimentos adquiridos na formação inicial, não poderíamos optar por um conteúdo que não tivéssemos a certeza de que os professores o estudaram na graduação.

4. Objetivos e Metodologia

Nossa pesquisa apresenta como objeto de estudo a prática pedagógica de professores de Matemática em início de carreira, nesse sentido delineamos como **principal objetivo** de nossa pesquisa *investigar a relação entre os conhecimentos adquiridos pelos professores de Matemática sobre o tema função durante sua formação inicial e sua prática pedagógica desenvolvida em sala de aula*.

Para tanto consideramos como os objetivos específicos desse estudo:

- *Identificar os conhecimentos dos professores sobre o conteúdo de funções;*
- *Investigar as diferentes representações utilizadas pelos professores durante suas aulas de função;*
- *Identificar os conhecimentos dos professores sobre recursos didáticos que podem ser utilizados nas aulas de função;*

- *Estabelecer relações entre a prática pedagógica dos professores e os conhecimentos adquiridos na formação inicial, sobre o tema função.*

Como pretendemos identificar na prática pedagógica dos professores as três vertentes da base do conhecimento proposta por Shulman (1986), traçamos os três primeiros objetivos principais nessa direção. O primeiro objetivo está relacionado ao conhecimento sobre o conteúdo de função, o segundo diz respeito aos conhecimentos pedagógicos do professor e o terceiro objetiva investigar o conhecimento curricular que os professores apresentam sobre o tema função. Nosso último objetivo nos permitirá elucidar nosso objeto de pesquisa, pois ao estabelecer relações entre a prática pedagógica dos professores e seus conhecimentos poderemos perceber como os professores estão colocando em prática o que foi aprendido durante a graduação.

Convidamos dois professores em início de carreira, licenciados em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, que atuam no nono ano do Ensino Fundamental para participar de nossa pesquisa. Até o momento coletamos os dados com um dos participantes, ou seja, realizamos uma entrevista semi-estruturada, assistimos suas aulas sobre esse conteúdo e analisamos o capítulo do livro didático utilizado em suas aulas referente ao tópico de Funções. No primeiro semestre de 2009 coletaremos os dados com o outro professor participante. Optamos por essa metodologia por acreditar que dessa forma estaríamos mais preparados teoricamente para realizar a análise desse material.

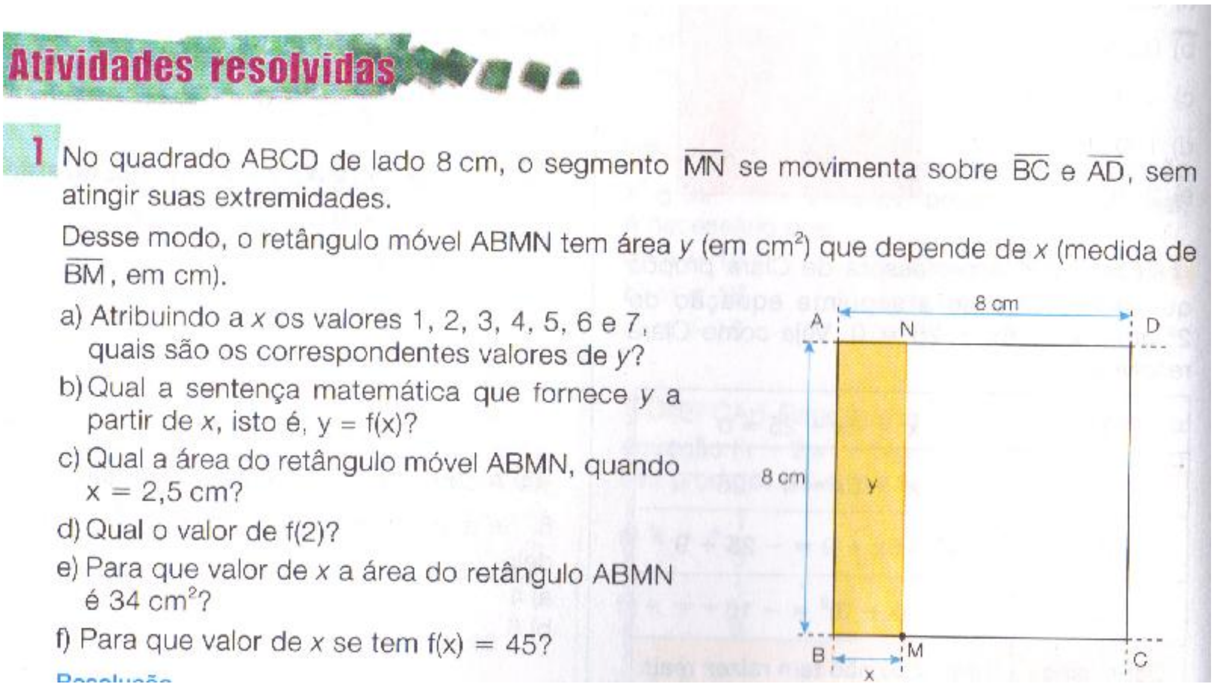
5. Análise do Livro Didático: Matemática Fazendo a Diferença.

O livro de Matemática utilizado pelo professor Pedro faz parte da coleção Fazendo a Diferença dos autores Bonjorno & Ayrton, aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD 2008. O volume em questão é referente ao nono ano do Ensino Fundamental. O livro destina a unidade 3 ao estudo de Funções, englobando função polinomial do 1º grau e função polinomial do 2º grau. A unidade é dividida em seções e nossa análise se deu até a seção 5. Cada uma dessas seções é abordada da seguinte maneira: inicialmente o autor faz uma apresentação do tópico a ser estudado, juntamente com exemplos e a teoria a ser desenvolvida. Em seguida são exibidos três grupos de atividades intituladas: A*tividades resolvidas*, *Atividades* e *Faça mais*!.Pelo limite de espaço, optamos por apresentar nesse artigo apenas a análise da primeira atividade da seção 1 do capítulo de Funções.

A seção 1 intitulada *O que é uma função* apresenta inicialmente uma abordagem superficial da importância do estudo de função tanto na Matemática, como em outras ciências. Dizemos isso, pois os autores apenas comentam que tal conteúdo é utilizado em outras áreas e não expõem com maiores detalhes a sua aplicabilidade na Física ou na Biologia, por exemplo. Dessa forma, o trabalho com a interdisciplinaridade se dá de maneira artificial, diferente da proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais que sugerem uma abordagem interdisciplinar que integre os conteúdos das diferentes áreas, inclusive por meio da sugestão de projetos que despertem o interesse dos alunos por esse tema. Percebemos também a ausência de conexão entre os próprios conteúdos da Matemática e esse tipo de tratamento é percebido ao longo do volume, conforme relata a resenha apresentada pelo PNLD (2008) a respeito da presente coleção "As conexões entre diferentes campos da matemática são realizadas em algumas atividades, mas, por vez, são feitas de forma artificial. (p. 99)".

A noção de função é apresentada como uma interdependência entre grandezas. Para isso são apresentadas três atividades resolvidas que abordam as seguintes relações: área de um retângulo e seu lado; tempo e distância percorrida; e valor a ser pago por quilômetro rodado. Podemos considerar essas atividades como sendo o primeiro momento proposto pela Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), ou seja, o primeiro contato com a Organização Matemática que está em jogo, nesse caso o conceito de funções.

Na primeira atividade resolvida, conforme figura a seguir, observamos a presença de alguns tipos de tarefas e técnicas que vão predominar em praticamente todo o capítulo destinado ao estudo de funções.



Atividades resolvidas

1 No quadrado ABCD de lado 8 cm, o segmento $\overline{MN}$ se movimenta sobre $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$, sem atingir suas extremidades.
Desse modo, o retângulo móvel ABMN tem área *y* (em cm^2) que depende de *x* (medida de $\overline{BM}$, em cm).

a) Atribuindo a *x* os valores 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, quais são os correspondentes valores de *y*?
b) Qual a sentença matemática que fornece *y* a partir de *x*, isto é, y = f(x)?
c) Qual a área do retângulo móvel ABMN, quando x = 2,5 cm?
d) Qual o valor de f(2)?
e) Para que valor de *x* a área do retângulo ABMN é 34 cm^2?
f) Para que valor de *x* se tem f(x) = 45?

figura 1

Nessa atividade, o item a determina o primeiro tipo de tarefa que identificamos:

- ✓ T_1: Encontrar o valor da variável dependente (y), dado um valor da variável independente (x).

Apesar do autor ainda não utilizar os termos variável dependente e variável independente em sua resolução, colocamos tal nomenclatura no enunciado do tipo de tarefa T_1 para uma melhor compreensão do leitor. A apresentação formal desses termos se dá na resolução do item b da mesma atividade.

A atividade é resolvida a partir da fórmula da área do retângulo. São atribuídos diversos valores para x e encontrados os valores correspondentes para y, em seguida esses dados são organizados em uma tabela identificada com as grandezas x e y. De acordo com o raciocínio utilizado, enunciamos a técnica τ_1 aplicada na resolução de T_1 da seguinte maneira:

- ✓ τ_1: substituir valores numéricos na variável independente.

A impressão que tivemos ao analisar esse exemplo é que aparentemente os autores desenvolvem esse raciocínio com o intuito de fazer com que o aluno perceba que a partir da fórmula da área do retângulo é possível chegar à sentença matemática que relaciona as grandezas em questão, o lado e a área do retângulo, já que o item b pede para que tal sentença seja determinada. No entanto, a maneira como a resolução foi apresentada dificilmente permitirá que os alunos cheguem a tal conclusão, pois não houve uma generalização dos valores de x e y que pudesse fazer com que o aluno estabelecesse tal relação. Além disso, a mesma fórmula utilizada para o cálculo da área também será a sentença matemática que representa a função. Poderíamos afirmar que da forma como foi apresentado, o item a não contribuiu com a apresentação da noção de função, tornando-se apenas um exercício de passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica, ou seja, o aluno retira os dados presentes no enunciado do problema e os escreve na forma matemática.

O terceiro momento de estudo proposto pela TAD se dá na resolução deste item, pois nesse momento os autores apresentam a tecnologia que justifica o uso dessa técnica, a fórmula da área do retângulo. Chevallard (1999) afirma que esse momento de estudo está diretamente relacionado com cada um dos outros momentos de estudo de forma que a partir do primeiro encontro com um tipo de tarefa, já se é possível estabelecer uma relação com um ambiente tecnológico-teórico anteriormente elaborado, ou em indícios de ser criado.

A tecnologia apresentada se apóia sobre a definição da fórmula da área do retângulo. Antes de iniciar a resolução é enunciada a frase: “A área do retângulo é dada pelo produto da medida de comprimento (8) pela da largura (x)” (p. 82). Nessa frase percebemos claramente que os autores a utilizam para justificar a resolução que é apresentada na seqüência, pois logo após se inicia a aplicação da técnica τ_1 para resolver o tipo de tarefa proposto. Assim, temos:

- ✓ θ_1: fórmula da área do retângulo

A teoria que justifica a tecnologia não é discutida nesse momento, acreditamos que isso ocorra porque o estudo de áreas de figuras geométricas planas se dá em um capítulo posterior ao de funções. Entretanto, alguns tópicos desse conteúdo são apresentados ainda no 6º ano do Ensino Fundamental, dentre eles está o cálculo da área do retângulo. Dessa forma supomos que os autores consideraram esse conceito como sendo um conhecimento prévio dos alunos. Sendo assim, podemos dizer que houve um reencontro com um conteúdo estudado anteriormente, caracterizando assim o primeiro momento didático, pois este pode se dar como sendo o primeiro encontro com um conteúdo a ser estudado ou então como um reencontro com determinada organização matemática.

O uso de ostensivos gráficos também se fez presente nessa primeira atividade; os autores utilizam uma figura geométrica para ilustrar e complementar o enunciado da atividade. Esse caso exemplifica a importância do uso de diversos tipos de ostensivos em uma mesma atividade, pois nesse caso apenas o uso da língua materna e de ostensivos algébricos elevaria o nível de dificuldade do exercício.

Na resolução do item b os autores formalizam a idéia de uma grandeza estar em função de outra e apresentam um modelo de ostensivo bastante utilizado no estudo de funções, a notação y = f(x), além de usar os termos variável dependente e variável independente, para indicar y e x, respectivamente. A institucionalização realizada pelos autores é característica do quinto momento de estudo proposto por Chevallard (1999), ou seja, nesse momento os autores definiram os elementos que permanecerão definitivamente na Organização Matemática proposta.

A pesquisa realizada por Rossini (2006) aponta que a manipulação do ostensivo y = f(x) pelos professores participantes de sua pesquisa foi realizada de maneira equivocada, podendo assim a mesma inferir que "as dificuldades conceituais a respeito do conceito de função caminham juntas com as dificuldades na manipulação dos ostensivos" (p. 186). Com isso, percebemos a importância de tal notação ser apresentada pelos livros didáticos, pois tanto os alunos, como os professores exercitam o trabalho com esse ostensivo. O tipo de tarefa proposto nessa atividade é:

- ✓ T_2: identificar a fórmula matemática que relaciona as grandezas

Entretanto, não conseguimos identificar uma técnica utilizada pelos autores na resolução desse tipo de tarefa, pois a sentença matemática considerada pelos mesmos é exatamente a fórmula da área do retângulo utilizada no item anterior. Dessa forma, consideramos que os autores novamente admitem a fórmula da área do retângulo como sendo algo já conhecido pelos alunos. Assim, supomos que a técnica utilizada neste momento consiste apenas na reapresentação da fórmula e com isso a denominamos como:

- ✓ τ_2: aplicar a fórmula da área do retângulo

Nessa resolução os autores afirmam que nessa fórmula as grandezas x e y são variáveis e que a área y depende do comprimento x, concluindo assim que y é função de x e pode ser indicado como y = f(x). Conforme argumentamos anteriormente, acreditamos que os autores consideraram a resolução do item a como uma construção da sentença matemática, no entanto, não conseguimos estabelecer essa relação. A tecnologia que justifica a técnica τ_2 continua sendo θ_1, da mesma forma que a teoria, não explicitada, continua sendo o conceito de área de figuras planas.

O item c apresenta o mesmo tipo de tarefa T_1: é atribuído um valor para x e solicitado o valor correspondente de y, sendo assim aplicada na resolução a mesma técnica τ_1. O mesmo ocorre no item d, no entanto, o autor utiliza o ostensivo f(2) ao invés de apenas indicar um valor para x. Logo temos τ_1 sendo utilizada novamente. Nessas resoluções percebemos a presença do quarto momento de estudo: os autores apenas exercitam o trabalho com a técnica τ_1, não havendo ainda uma necessidade de aprimoramento da técnica, a mesma é suficiente para resolver o tipo de tarefa proposto.

Os próximos itens apresentam um novo tipo de tarefa que necessita de uma nova técnica para sua resolução. O tipo de tarefa presente é:

- ✓ T_3: encontrar o valor de x, dado um valor de y.

Aparentemente, esse tipo de tarefa se aproxima em muito do tipo de tarefa T_1, afinal há apenas uma troca de variável, ao invés de ser fornecido o valor da variável x o autor fornece o valor da variável y. Num primeiro momento não estabelecemos distinção entre os tipos de tarefa T_1 e T_2. Entretanto quando analisamos a técnica utilizada na resolução percebemos a diferença existente. Para resolver T_2 o aluno precisa realizar alguns procedimentos inerentes à resolução de equação do primeiro grau, o que não ocorre em T_1, onde o aluno apenas substitui o valor da variável e encontra imediatamente o valor procurado. Dessa maneira é necessária a utilização de uma nova técnica:

- ✓ τ_3 : resolver equação do primeiro grau

Embora a técnica utilizada para a resolução do tipo de tarefa T_3 esteja relacionada a um conteúdo estudado em séries anteriores, equação do primeiro grau, o autor não estabelece nenhum tipo de articulação entre os conteúdos. Nossa observação foi confirmada durante a leitura da análise realizada pelo PNLD (2008) "[...] a articulação entre os conhecimentos anteriores e os novos não é explicitada para o aluno. (p. 99)". O bloco tecnológico-teórico não é explicitado, no entanto inferimos que o mesmo refere-se ao conteúdo de Equações do primeiro grau.

Ressaltamos que dedicamos maior atenção à análise das atividades resolvidas pelo fato de que nelas poderíamos observar as técnicas e possíveis tecnologias e teorias utilizadas pelos autores. Lembrando que nossa análise do livro didático se justifica, por ser esta uma das principais fontes utilizadas pelo professor no preparo de suas atividades, logo a análise desse material possivelmente nos servirá de parâmetro durante a análise da praxeologia didática desenvolvida pelo professor. Conforme Nogueira (2008) "acreditamos que ao optar pela adoção de determinada coleção, o educador o faça **escolhendo aquela que mais se aproxime** de suas crenças ou **de sua prática pedagógica**" (grifo nosso, p. 47).

Com base na análise dessa atividade, podemos concluir que os autores deram maior ênfase à noção de relação entre grandezas, apresentando alguns dos principais elementos presentes no estudo de funções, como a noção de variável dependente e independente, lei de formação e a notação y = f(x), bastante utilizada nesse conteúdo. Quanto ao estudo praxeológico realizado, observamos certo equilíbrio em relação aos blocos saber-fazer [T, τ] e saber [θ, Θ]. Embora em nenhum momento haja menção as teorias que justificam as tecnologias utilizadas, percebemos a presença de elementos tecnológicos, mesmo que timidamente apresentados.

A nosso ver, essa atividade não propicia ao aluno a oportunidade de visualizar a construção da fórmula matemática que determina a relação entre as grandezas lado e área do retângulo. Dizemos isso, pois, a mesma foi apresentada diretamente pelos autores, inclusive com a determinação das variáveis, dependente e independente, sem ao menos haver alguma explicação sobre seu significado.

Com relação às técnicas utilizadas, podemos inferir que os autores poderiam/deveriam ter feito algum tipo de retomada com o conteúdo de equações do primeiro, sendo que foram utilizadas técnicas decorrentes desse conteúdo.

Na seqüência apresentamos um quadro resumo com os tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias presentes nessa atividade.

Tipos de Tarefas	Técnicas	Tecnologia	Teoria
T_1: Encontrar o valor da variável dependente (y), dado um valor da variável independente (x).	τ_1: substituir valores numéricos na variável independente.	θ_1: fórmula da área do retângulo	não explicitada
T_2: identificar a fórmula matemática que relaciona as grandezas	τ_2: aplicar a fórmula da área do retângulo θ_1: fórmula da área do retângulo	θ_2: conceito de velocidade constante	não explicitada
T_3: Encontrar o valor de x, dado um valor de y.	τ_3 : resolver equação do primeiro grau	não explicitada	não explicitada

Quadro 1: Organização Praxeológica

6. Referências Bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** ensino médio. Brasília: MEC/SEF, 2002.360p.

_____. Programa Nacional do Livro Didático. 2008

CHEVALLARD, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Tradução: Ricardo Barroso Campos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, RDM, v. 19, n. 2, pp. 221-266.

GALVÃO, C. (2000). **Da Formação à Prática Profissional**. *Inovação, 13*(2-3) 57-82

NOGUEIRA, R. C. S. **A álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental: uma análise praxeológica**. 2008. Dissertação (Mestrado) – UFMS, Campo Grande.

OLIVEIRA, A.B. **Uma Análise dos Conhecimentos de Professores Egressos de um Curso de Licenciatura em Matemática sobre o tema Função.** 2007. Trabalho de Conclusão de Curso – UFMS, Campo Grande.

PONTE, J. P., GALVÃO, C., TRIGO-SANTOS, F., & OLIVEIRA, H. (2001). **O início da carreira profissional de professores de Matemática e Ciências**. *Revista de Educação, 10*(1), 31-45

ROCHA, L. P. **(Re) constituição dos saberes de professores de Matemática nos primeiros anos de docência**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Unicamp**,** Campinas.

ROSSINI, R. **SABERES DOCENTES SOBRE O TEMA FUNÇÃO:** uma investigação das praxeologias. 2006. Tese (Doutorado) – PUC, São Paulo.

SHULMAN, L. **Those Who Understand:** Knowledge Growth in Teaching, Educational Researcher, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

WILSON, S.; SHULMAN, L. S.; RICHERT, A. E. **150 ways of knowing:** Representations of knowledge in teaching. In: CALDERHEAD, J. (Ed.). Exploring teachers' thinking. Grã-Bretanha: Cassell Educational Limited, 1987, pp. 104-124

UM ESTUDO DE INTERAÇÃO ENTRE DOMÍNIOS NA VALIDAÇÃO DE IGUALDADES ENTRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Adriano da Fonseca Melo - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas – UFMS

RESUMO: O presente trabalho tem por objetivo investigar aprendizagens no trabalho com expressões algébricas, por meio dos procedimentos que fazem uso de validações utilizando o domínio aritmético e geométrico com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Será utilizado como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, para estudar as relações aluno-saber nas fases de ação, formulação e validação de estratégias utilizadas diante das atividades a eles propostas. Também serão investigadas as validações feitas pelos alunos por meio de mudanças de domínios, no sentido de Douady, em particular as interações de domínios e possíveis aprendizagens que delas poderão resultar. A análise das fases de validação será feita com base nos estudos feitos por Margolinas. Para coleta de dados será utilizada a engenharia didática, proposta por Artigue, a qual será constituída da elaboração e aplicação de uma seqüência didática, que pressupõe estudos prévios com o intuito de aprofundar o conhecimento sobre o tema, bem como de aspectos prescritivos e descritivos de ocorrências durante o desenvolvimento da pesquisa. Os resultados de estudos preliminares e da pré-experimentação apontam a existência de uma certa dificuldade dos alunos a realizarem esta interação entre o domínio aritmético – geométrico, algébrico – geométrico e aritmético – algébrico, sendo que nesta última interação os alunos encontram mais dificuldades por não perceberem algumas propriedades numéricas necessárias para resolverem as expressões algébricas. Além disso, alguns alunos tiveram dificuldade para diferenciar área de perímetro, o que dificultou para eles iniciar a atividade, e outros a dificuldade foi por não terem provavelmente lido o enunciado da atividade com atenção o que se resolveu após breve diálogo com os colegas.

PALAVRAS-CHAVE: Expressões Algébricas. Interação de Domínio. Validação. Ensino Fundamental.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No PNLD (2007) há sugestões de que nos livros didáticos haja a articulação entre o campo algébrico com o aritmético e o algébrico com o geométrico, resultando em uma melhor aprendizagem dos conteúdos pelos alunos. Entretanto, a análise feita para o PNLD apontou que o uso de atividades explorando mais de um domínio matemático é um recurso pouco explorado por alguns livros didáticos.

Ainda, no PCN (1998) há a defesa de que o ensino da matemática parta de situações didáticas, nas quais o aluno seja levado a assumir como sua, a situação proposta e também que a formulação destas situações deva levar em consideração as interações entre os diferentes domínios. Segundo o PCN (1998, p. 37) *O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano.*

Segundo Brousseau (2008) ao assumir a responsabilidade pela situação proposta, o faz buscar uma solução satisfatória para a situação. A busca pela solução requer que ele recorra a conhecimentos necessários para elaborar estratégias que permitam alcançar seus objetivos.

Para este autor, a aprendizagem de um novo conhecimento deverá ocorrer se os conhecimentos apresentados pelo aluno não forem suficientes para resolver a situação, pois isso impulsionará o aluno a buscar novos conhecimentos para resolver a situação proposta pelo professor. Ainda, de acordo com Brousseau (1986) o professor para propor um problema na forma de situação didática precisa estar certo de que o aluno possui um conhecimento de base que lhe permita iniciar a resolução, entretanto este conhecimento precisa ser insuficiente para o aluno encontrar a solução da situação proposta.

Com o intuito de compreender *como o trabalho com mudança de domínio pode favorecer a aprendizagem das igualdades algébricas utilizando os conceitos aritméticos e geométricos para a validação dos resultados* é que realizamos a presente pesquisa com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da rede de ensino de Campo Grande-MS. O objetivo desta pesquisa é investigar aprendizagens no trabalho com expressões algébricas por meio dos procedimentos que fazem uso de validações utilizando o domínio aritmético e geométrico, com os esses alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Para tanto, será utilizado como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau), complementada pela análise de validações (Margolinas) nas produções de alunos, por meio da interação de domínios (Douady) e da Engenharia Didática (Artigue) como referencial metodológico. Apresentamos a seguir um resumo dessas teorias.

TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Entendemos situação didática como sendo um modelo de interação de um sujeito com um meio específico, o qual determina um dado conhecimento, bem como o recurso que o sujeito dispõe para restabelecer o equilíbrio entre ele e o meio no qual está inserido. Algumas situações requerem a utilização de conhecimentos e esquemas anteriores, porém há outras que, segundo Brousseau (2008) possibilitam a construção de novos conhecimentos, dentro de um processo de gênese artificial.

Brousseau, nas décadas de 70 e 80, desenvolveu pesquisas que o levaram a elaborar uma teoria sobre as situações didáticas, na qual propõe uma forma de trabalhar o ensino da matemática, diferente da prática formalista desenvolvida no ensino fundamental. A proposta de Brousseau leva em consideração o meio em torno do aluno, e sua retroação à ação do aluno, como um protagonista no processo de aprendizagem. Brousseau classificou o agir do aluno, no processo de aprendizagem, em três dialéticas que ocorrem simultaneamente, como reescritas a seguir.

A primeira dialética é a de ***ação***, em que o aluno elabora estratégias a partir da observação do "jogo"[2] ao qual está inserido. A situação de ação deve possibilitar ao aluno julgar o resultado de sua ação e caso seja necessário ajustá-lo, sem a participação do professor, ela provoca uma aprendizagem por adaptação.

A segunda dialética é a de ***formulação***, em que o aluno procurará, progressivamente, desenvolver uma linguagem que seja compreensível por todos e para tanto utilizará de sinais e regras comuns, conhecidas ou novas. Assim, para Brousseau (2008):

> [...] a formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema lingüístico). O meio que exigirá do sujeito o uso de uma formulação deve, então envolver um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação. (BROUSSEAU, 2008, p. 29).

A terceira dialética é a de ***validação***, na qual o aluno explicita a validade do modelo criado por ele. O aluno deixa de ser um informante para ser um proponente de sua idéia a um oponente, que poderá solicitar que demonstre ou detalhe melhor sua estratégia. Conforme Brousseau (2008):

> [...] o emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar com uma questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em confronto quando há dúvidas. [...] Cada qual pode posicionar-se em relação a um enunciado e, havendo desacordo, pedir uma demonstração ou exigir que o outro aplique suas declarações na interação com o meio. (BROUSSEAU, 2008, p. 30).

Na situação didática cabe ao professor, ao final dos debates nas duplas ou nos grupos, chamar a turma para a socialização e assim institucionalizar o conhecimento produzido pelos alunos, ou aproximando do saber já institucionalizado pela academia. Vale ressaltar que, inicialmente, Brousseau não tinha pensado no papel do professor para o fechamento dos trabalhos de sala de aula. Porém, as experiências desenvolvidas demonstraram que faltava esta fala do professor para aproximar as produções da sala dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizados.

INTERAÇÃO DE DOMÍNIO

O outro referencial a ser utilizado nesta pesquisa é o das interações de domínios da Matemática. Douady (1986) propõe que o professor ao elaborar uma situação problema pode criar situações, as quais os alunos são conduzidos a trabalharem com diferentes domínios

---

[2] Jogo nesse contexto é entendido como sendo uma situação didática a qual o aluno assumiu a responsabilidade de resolver.

matemáticos. Douady (1986, p. 389) caracteriza um domínio como: *um domínio é constituído de ferramentas de uma parte da matemática, de relações entre os objetos, suas formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais associadas a essas ferramentas e relações.*

Mudança de domínio é um meio dos alunos obterem diferentes formulações de um problema sem que sejam necessariamente equivalentes, permitindo um novo acesso às dificuldades encontradas e o desenvolvimento de ferramentas e técnicas que não surgem nas primeiras formulações.

A interação entre domínios conduz freqüentemente a resultados não conhecidos, à técnicas novas, à criação de objetos matemáticos novos. O uso desta concepção na pesquisa está relacionado com o intuito dos alunos, ao realizarem as interações de domínios, que eles possam validar as suas resoluções no campo algébrico e aritmético.

Acreditamos que mudança de domínio pode levá-lo a estabelecer correspondências entre os diferentes domínios e de seus objetos e a validar identidades. A situação é fonte de desequilíbrio e permite a estruturação dos conhecimentos. A comunicação entre domínios e em especial a comunicação com um domínio auxiliar de representação é um fator de reequilibração. As interações entre domínios permitem fazer progredir o conhecimento em cada um deles.

Para Brousseau (2008) o objetivo principal dos desequilíbrios é de construir um meio favorável a aprendizagem de objetos matemáticos, utilizando as situações didáticas como meio de construção de conhecimentos. Sendo assim, é necessária a participação do aluno de forma atuante na sua aprendizagem e que o professor permita, incentive e promova situações em que o aluno atue nos jogos ou na resolução de problemas, utilizando para tanto seus conhecimentos anteriores do aluno.

A PESQUISA

Há uma defesa nos PCN de Matemática de que o trabalho com os conceitos algébricos deveria ser desenvolvido a partir da observação de regularidades relações, ao invés de desenvolver o estudo dos conceitos algébricos apenas enfatizando as manipulações de expressões e equações de forma mecânica. Eles consideram ainda, que o estudo da álgebra é um campo fértil para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

Booth (1988) no artigo “dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra” parte do estudo desenvolvido na década de 80 para o NCTM, aponta a álgebra como fonte de confusão e atitudes negativas e uma das razões pode estar no fato de os alunos acharem provavelmente o conteúdo de álgebra difícil. Todavia Booth percebeu que o tempo de estudo não representa maior aprendizagem, ao comparar os erros cometidos pelos alunos, independente de anos de estudo do conteúdo algébrico, ficou evidente algumas semelhanças, as quais podem estar ligadas as idéias dos alunos sobre aspectos como: o foco da atividade algébrica e a natureza das "respostas"; o uso da notação e da convenção em álgebra; o significado das letras e das variáveis; os tipos de relações e métodos usados em aritmética.

Se considerarmos o aspecto uso de letras, perceberemos que há uma tendência de evitar a distinção "nome-objeto" e pensar numa variável simplesmente como um símbolo pelo qual se podem substituir coisas, para Usiskin (1988) essa concepção de variável como "símbolo que representa indistintamente os elementos de um conjunto" é tão natural hoje que não é questionado. Contudo, não é o único ponto de vista a ser considerado em relação a variáveis. No início do século XX, a matemática formalista considerava as variáveis e todos os outros símbolos matemáticos como meros sinais no papel, relacionados entre si por propriedades assumidas ou deduzidas, que por sua vez não passam de sinais no papel.

Assim, neste artigo apresentamos uma sessão da pré-experimentação contendo uma atividade com sua respectiva análise a priori. No item I, o objetivo é verificar o domínio dos alunos ao

FICHA DE ATIVIDADE – 1ª SESSÃO

1- Leia as questões abaixo e responda:

I. Determine o valor de cada expressão e a seguir represente as mesmas utilizando retângulos e quadrados e suas respectivas expressões perímetro:

1) $10+4+5+4+10+5 =$

2) $x + y + 5 + y + x + 5=$

3) $8 + 3 + 7 + 3 \ + 8 + 7 =$

4) $2x + y + 7 + y + 2y + 7=$

5) Sendo $x = 10$ e $y = 5$ qual seria o valor numérico de cada expressão?

trabalhar com o conceito de perímetro e sua respectiva representação geométrica, como veremos a seguir:

Para esta atividade espera-se como resposta dos alunos:

1) 10 + 4 = 14 5 + 4 = 9 10 + 5 = 15 14 + 9 + 15= 38 Ou 10 + 4 + 5 + 4=23 10 + 5 = 15 23 + 15 = 38	2) x + y 5 + y x + 5 x+y+ 5+y + x+5= 2x + 2y + 10 2x + 2 y + 5 + 5 = 2x + 2y + 10
3) 8 + 3 = 11 7 + 3 = 10 8 + 7 = 15 11 + 10 + 15= 36 Ou 8 + 3 + 7 + 3 =21 8 + 7 = 15 21 + 15 = 36	4) 2x + y 7 + y 2x + 7 2x + y + 7 + y + 2x + 7= 4x + 2y + 14 4x + 2y + 7 + 7 = 4x + 2y + 14
II. 2) x + y + 5 + y + x + 5= 10 + 5 + 5 + 5 + 10 + 5= 10 + 5 = 15 5 + 5 = 10 10 + 5 = 15 15 + 10 + 15= 36	II. 4) 2x + y + 7 + y + 2x + 7= 2*10 + 5 + 7 + 5 + 2* 10 + 7= 2*10 + 5 = 25 7 + 5 = 12 2*10 + 7 = 27 25 + 12 + 27= 64

Os alunos poderão confundir o processo para calcular área com o de perímetro. Teles (2007) alerta para esta dificuldade dos alunos em atividades que precisam determinar o cálculo do perímetro e da área, isto é, em vez de realizar a soma dos lados para determinar o perímetro multiplicam as medidas e apresentam a resposta.

Outro aspecto foi apontado por Cárdia (2007) que se trata da dificuldade dos alunos associarem a expressão aritmética ou algébrica com a representação geométrica. O item 4 poderá configurar o de maior dificuldade para os alunos representarem, considerando que “2y” corresponde a dois segmentos de medida y.

Outro aspecto a ser considerado é com relação à leitura e interpretação do enunciado, segundo Cárdia (2007) os alunos podem errar por falta de atenção à leitura e no uso do vocabulário matemático.

Para Bonadiman (2007) os alunos poderão apresentar como resposta no subitem 2 (x + y + 10) e no subitem 4 (2x + y +12), segundo Bonadiman o aluno apresentará esta resposta porque ao somar "coisas" as quais não sabe o valor resulta em algo que não sabe o valor. Com relação ao item 5, poderá o aluno substituir as letras e realizar a soma somente dos valores substituídos, segundo Bonadiman, o aluno realizará este procedimento por acreditar que bastava substituir a letra e realizar as respectivas operações que ficaram determinadas.

O item II, cujo objetivo é verificar o domínio que os alunos têm ao trabalhar com o conceito de área e sua respectiva representação geométrica, a qual passaremos a descrever:

II. Em cada item abaixo, encontre uma expressão e a seguir represente as mesmas utilizando retângulos e quadrados e suas respectivas expressões para área:

1) (x + 4).5=

2) (10 + 4) . 5=

3) (2x + 3) . 7=

4) (8 + 3) .7=

5) Sendo x = 10 e y = 5 qual seria o valor numérico de cada expressão?

Para esta segunda atividade espera-se como resposta dos alunos:

Os alunos poderão utilizar a soma dos termos dentro dos parênteses. A decisão de escrever as expressões utilizando os parênteses para indicar as operações têm o intuito de reduzir às variáveis as quais poderão significar dificuldades para os alunos. Booth (1998) apontou que os alunos não utilizam os parênteses para evidenciar prioridade de operações no momento que é necessário resolverem determina expressão dada e no caso deverão indicar o modo de resolver e o resultado.

Booth (1998) apontou um entrave em relação ao uso do sinal de "=" e do sinal de "+" na aritmética os alunos associam o "=" ao verbo dar com sentido de resultado, ou seja, 3 +6 = 9

1) (x + 4).5= 5.x + 4. 5 = 5x + 20	2) (10 + 4) . 5= 14x5 = 70 ou 10x5 +4x5 = 70
3) x.(x+4) = x. x + x . 4 = x^2 + 4x	4) 10.(10+4) = 10 x 14 = 140 ou 10 x 10 + 10x4 = 140
5) (x + 4).5= (10 +4) * 5= 10* 5 + 4 *5 = 50 + 20 = 70 ou 14 *5 = 70	x.(x+4) = 10 * (10 + 4)= 10*10 + 10 * 4= 100+ 40 = 140 ou 14 *10 = 140

(três mais 6 dá 9), ainda se está ocorrendo uma soma deverá ter um resultado único, não percebendo que a escrita algébrica $x^2 + 4x$, por exemplo, representa um resultado da operação algébrica.

Análise da Atividade 1

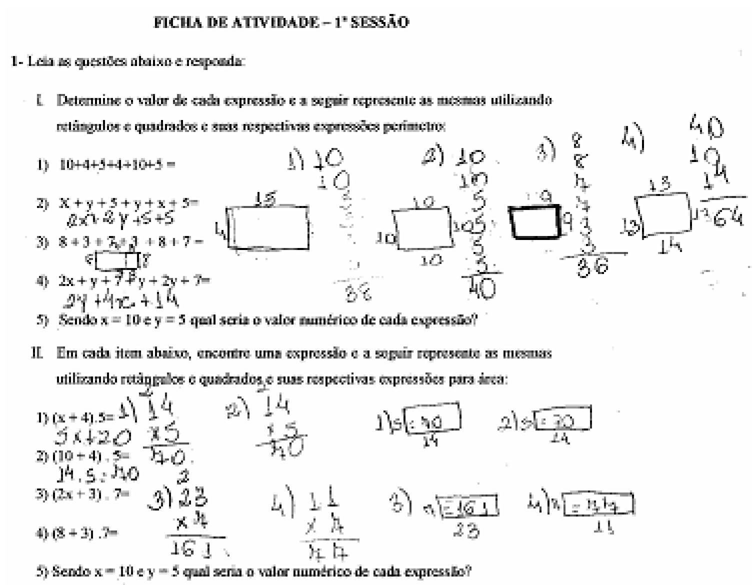
Os alunos individualmente receberam a ficha correspondente a atividade 1 e tiveram um tempo de 30 minutos para se familiarizarem com a atividade e esboçarem as primeiras resoluções. Durante este período de tempo observou que os mesmos tinham certa dúvida entre perímetro e área, conforme pode ser observado nesta fala de dois alunos, reescritas a seguir:

- *(aluno A): Qual é a diferença de área e perímetro?*
- *(aluno B): Perímetro é soma e área é produto*
- *(aluno A): Tudo bem mais o que fazemos?*
- *(Aluno B): Não sei, não entendi o que ele quer.*

Como esta dúvida era recorrente na turma foi aberto um debate, no qual cada aluno falou um pouco sobre o que é perímetro e o que é área. Este debate possibilitou que todos falassem até que ocorreu o consenso sobre a melhor definição para perímetro e área.

Outra dificuldade dos alunos foi lerem e compreenderem o enunciado da atividade, tanto é que alguns alunos não resolveram o item I por completo, isto é, não perceberam que solicitava para representar as expressões dadas na forma de retângulos, provavelmente, os alunos não estavam acostumados com enunciados longos, nos quais se solicitam várias informações.

Conforme Bonadiman, em sua pesquisa, aponta que muitos alunos tiveram dificuldade para fazer cálculo envolvendo letras, tanto que alguns preferiram substituir o valor da letra pelo valor atribuído no item 5 (figura 1).



FICHA DE ATIVIDADE – 1ª SESSÃO

1- Leia as questões abaixo e responda:

I. Determine o valor de cada expressão e a seguir represente as mesmas utilizando retângulos e quadrados e suas respectivas expressões perímetro:

1) 10+4+5+4+10+5 =

2) X + y + 5 + y + x + 5=

3) 8 + 3 + 3 + 3 + 8 + 7 =

4) 2x + y + 7 + y + 2y + 7=

5) Sendo x = 10 e y = 5 qual seria o valor numérico de cada expressão?

II. Em cada item abaixo, encontre uma expressão e a seguir represente as mesmas utilizando retângulos e quadrados e suas respectivas expressões para área:

1) (x + 4).5=

2) (10 + 4) . 5=

3) (2x + 3) . 7=

4) (8 + 3) .7=

5) Sendo x = 10 e y = 5 qual seria o valor numérico de cada expressão?

Figura 2

Os alunos que tentaram resolver utilizando letra, cometeram o erro de somar a letra com o número, como no caso do item (x + 4) * 5 em que alguns alunos fizeram 4x*5 igual a 20x ou no caso do item x + y + 5 + y + x + 5 em que alguns alunos fizeram a soma total 14 (figura 2)

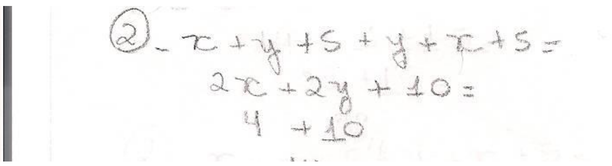


Figura 3

Os alunos, ao serem questionados sobre o procedimento de cálculo adotado, informaram que era necessário somar tudo para encontrar o valor de x e y. O diálogo abaixo representa este pensamento.

- *(Aluno C): Porque você somou x com y?*
- *(Aluno D): Como vou calcular o valor de x e y se não somar?*
- *(Aluno C): x e y podem ser dois números diferentes?*
- *(Aluno D: não sei.*

Após os 30 minutos iniciais foi solicitado aos alunos que sentassem em dupla para compararem suas resoluções e caso houvesse divergência de resultado argumentassem entre seus pares para validarem ou não suas resoluções. Neste momento ocorreu uma grande movimentação na sala de aula em virtude das análises dos resultados, o que inicialmente deixou a professora da turma um pouco preocupada, mas como tinha solicitado que ficasse como uma observadora ajudando a registrar os diálogos, ela não interveio nas discussões.

A professora também fora orientada, caso os alunos solicitassem que ela dissesse se estava certo ou errado que deveria abster-se da resposta, mas sim devolver a pergunta ao colega do aluno que perguntou.

No trabalho em dupla, muitas questões foram levantadas como podemos ver no diálogo que se segue:

- (Aluno E); Porque o seu retângulo é diferente do seu quadrado se x e y é igual para todo mundo?
- (Aluno F): Porque o quadrado tem todos os lados iguais e o retângulo não.
- (Aluno E): Há ..., mas e daí??

Neste momento esta dupla ficou em silêncio pensando um pouco sobre a resolução de cada um e como prosseguir no trabalho.

Como muitas questões tinham surgido durante o trabalho em dupla foram utilizados os 30 minutos finais da sessão para sistematização das atividades no quadro. O pesquisador iniciou escrevendo a primeira expressão no quadro e solicitou que alguns alunos falassem como representá-la utilizando retângulo. Conforme podemos observar na figura 3[3], a maioria dos alunos não percebeu que poderiam representar as expressões como o perímetro de uma figura que é a justaposição de dois retângulos.

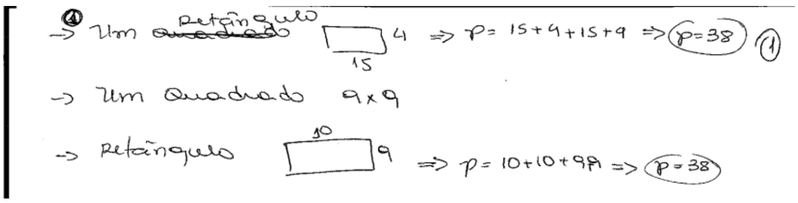


Figura 4

Este tipo de resolução foi um consenso entre os alunos sem que, em momento algum, ocorresse a interferência da professora ou do pesquisador nas respostas e neste momento toda a turma concordou com a resolução.

Nota-se que uma das soluções possíveis foi o quadrado 9 por 9 como representação geométrica da expressão 10 + 4 + 5 + 4 + 10 + 5. Obtiveram estas representações dividindo o resultado por 4. Entretanto, quando questionados pelo pesquisador se todas as figuras tinham o mesmo perímetro, a turma percebeu que o quadrado 9 por 9 não possuía o mesmo perímetro e então pediram que o apagasse.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pré-experimentação, por representar a primeira atividade em que os alunos eram incentivados a resolver exercícios no domínio aritmético ou algébrico e utilizar a representação geométrica para representarem suas resoluções, e, também por ser um tipo de atividade pouco explorada pelos livros didáticos, mostrou que os alunos apresentam dificuldades, tanto para compreendê-las como para solucioná-las.

Os trabalhos já realizados em outras pesquisas sobre esse tema, utilizando a teoria das situações didáticas e interação de domínio, nortearam a elaboração das atividades, bem como as análises preliminares e a priori. A análise preliminar possibilitou identificar algumas das possíveis concepções dos alunos e professores com relação ao tema expressões algébricas e suas representações.

A análise a priori permitiu levantar algumas dificuldades que os alunos podem encontrar em relação a esse tipo de atividade. Esta atividade permitiu elaborar algumas

[3] Os registros foram realizados pela professora da turma que observou tudo a pedido do pesquisador.

indagações que poderiam ajudar os alunos a superarem as dificuldades. Segundo Brousseau, o professor como mediador da aprendizagem precisa utilizar uma postura maiêutica para responder as perguntas dos alunos. A pré-experimentação nos mostrou que essa postura cria um certo desconforto para o aluno. Entretanto, acreditamos que isso faça com que ele pense mais sobre suas respostas e assim caminhe para a superação das dificuldades.

Percebeu-se, durante a pré-experimentação, que alguns alunos ainda confundem os conceitos de área e perímetro, o que pode ter dificultado no momento de representar geometricamente as figuras cujas áreas ou perímetros correspondessem às expressões dadas.

Outro ponto a ser melhor estudado é em relação à propriedade distributiva, pois nas falas dos alunos não aparece indicação de terem aplicado essa propriedade. Isso somente ocorreu quando das indagações do pesquisador, o que levou alguns a pensar no retângulo como a representação de dois retângulos justapostos e aí, calculando a área de cada retângulo e realizando a soma, chegaram à expressão de que representa a área de uma figura retangular com lados medindo x + 4 e 5.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, M et al, **Ingeniería didáctica en educación matemática,** México: Grupo editorial Iberoamérica, 1995.

BOOTH, L. R., **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In.** COXFORD, A. e SHULTE, A. O (Org.), **As idéias da álgebra,** trad. DOMINGUES, H. H., São Paulo: Atual, 1995.

BROUSSEAU,G.. **Fondaments et methodes de la didactique des Mathematiques.** Recherches de Didactique de Mathématiques. Vol. 7, Nº 2. pp 33-115. Grenoble : La Pensée Sauvage, 1986.

BROUSSEAU, G., **Os diferentes papéis do professor**, **in.** PARRA, C. & SAIZ, I (Org.)., **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**, trad. LLORNS, J.A., Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**, trad. BOGÉA, C., São Paulo: Ática, 2008.

CARDIA, L. S. F., **Integrando a geometria com a álgebra na construção de expressões algébricas,** São Paulo: dissertação de mestrado defendida na PUC, 2007.

DOUADY, R.. **La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento.**, **in.** GÓMEZ, P., **Ingenierie didáctica en educación matemática.** Bogotá: Iberoamérica, 1995.

____________. **Jeux Cadre et dialectiques outil-objet. Recherche en Didáctique des Mathématiques.** Grenoble: La Penseé Sauvage-Éditions, v. 7.2, p. 5-31. Ano 1986.

FREITAS, J. L. M. de. **Teoria das situações didáticas. In.** MACHADO, S. D. A.(Org.), **Educação Matemática: uma (nova) introdução.** São Paulo: Educ. 2008.

MARGOLINAS, C.. **De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques**. Grenoble-França: La Pensée Sauvage, 1993.

TELES, R. A. de M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas plans.** Recife: Tese de doutorado defendida na Universidade Federal de Pernambuco no programa de pós – graduação em Educação, 2007.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In.** COXFORD, A. e SHULTE, A. O. (Org.), **As idéias da algebra,** trad. DOMINGUES, H. H., São Paulo: Atual, 1995.

UMA ANÁLISE DA INTRODUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM UMA INCÓGNITA EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Anderson Soares Muniz - UFMS

Luiz Carlos Pais - UFMS

RESUMO: Este artigo procura descrever as praxeologias Didáticas e Matemáticas adotadas pelo autor Luiz Roberto Dante do livro didático de Matemática, intitulado tudo é matemática da editora ática. Temos interesse em analisar as atividades que podem ser resolvidos por meio de uma equação do primeiro com uma incógnita. A partir de uma análise de conteúdo, com tratamento praxeológico buscamos responder a seguinte questão: A introdução do conteúdo equações do primeiro grau favorece o surgimento da atividade matemática? Na primeira parte do texto apresentamos algumas noções da teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard, que subsidiou nossas análises referentes às Organizações Didáticas e Matemáticas. Na segunda parte dedicamos aos procedimentos metodológicos adotados na introdução deste conteúdo matemático que é o cerne de nossas reflexões. Também discutiremos a ocorrência ou não dos momentos de estudo presente nas atividades selecionadas do referido livro. Finalmente apresentamos nossas análises através das noções de praxeologia, envolvidas no extrato do livro didático que analisamos. A partir dessas discussões, estamos atentos aos aspectos o qual professor e aluno se envolvem nas atividades que são proposta. Foi possível identificar que as práticas implementadas por este autor podem ser conjuntamente instituídas por professor e alunos, na atividade matemática, ou compartilhadas nos momentos de estudo, existe uma valorização pela institucionalização do saber matemático. Uma das características que determinará as praxeologias didáticas ou matemáticas está subordinada as escolhas do professor, no seu fazer docente. Acreditamos ser necessário entender essa dialética entre os atores, envolvidos, suas relações e responsabilidades frente aos desafios de ensinar e aprender matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Praxeologia; Resolução de Problemas; Momentos de Estudo e Educação Matemática.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Toda atividade matemática que tenha por objetivo a aprendizagem ou o ensino de um determinado conceito matemático, pode ser avaliada por diversos ângulos, indicando a complexidade de tal empreitada. Buscamos ao longo deste trabalho colocar em evidência alguns dos elementos que compõem essa complexidade, sobretudo, as praxeologias adotados por um autor do livro didático.

Nosso objetivo é: **Analisar as organizações Didáticas e Matemáticas contidas nas atividades do livro didático**, Tudo é Matemática, do autor Luiz Roberto Dante, da editora àtica. Referente ao estudo de equações do primeiro grau com uma incógnita. E para atingir este objetivo pretendemos descrever as praxeologias implementadas, no extrato que dedicamos nossas reflexões, com base nas noções que abordaremos a seguir.

2. ELEMENTOS DO REFERENCIAL TEÓRICO

Com o desenvolvimento da área Educação Matemática, surgem questionamentos como: Qual é o papel da resolução de problemas no ensino da Matemática? Antes de levantar alguns elementos de resposta, buscaremos mostrar que a valorização da resolução de problemas no ensino dessa ciência é, uma importante componente do processo de ensino e aprendizagem e sobre ela iniciaremos uma reflexão.

2.1. ATIVIDADE MATEMÁTICA

Para buscar essa reflexão, destacaremos a noção de Atividade Matemática (ATM) proposta por Chevallard (2001.p.54) quando afirma que [...] *a atividade matemática consiste em resolver problemas a partir de ferramentas matemáticas que já conhecemos e sabemos utilizar.* Temos consciência que para o estudo desta temática tão presente na sociedade, seja ela moderna ou não, o homem enquanto ser pensante e criativo buscou na Matemática, estratégias para solucionar situações-problema, desde medições de terras, estimativas de colheitas entre outras.

No que se refere a esta pesquisa, gostaríamos de ressaltar que, toda atividade matemática exige uma atividade de estudo, assim ao analisar a introdução do conteúdo matemático equações do primeiro grau, buscamos avaliar como o autor do livro propõe aos alunos atividades matemáticas, que podem favorecer tais momentos, ou não, considerando que a existência de um professor pode mudar ou não a organização didática proposta.

> Sua singularidade original consiste em tomar como objeto primário de estudo (consiste em questionar, modelar e problematizar de acordo com as regras da atividade científica), não o sujeito que aprende ou que ensina, mas o saber matemático que eles são levados a estudar em conjunto, assim como a atividade matemática que o projeto comum de estudo empreendido por esse aluno e por esse professor. (Bosch, Chevallard 2001 p.02) [Tradução nossa]

Assim, somos levados a observar que o livro didático apresenta dentro de suas atividades, problemas matemáticos que podem ser trabalhados individualmente ou em equipe. Na direção indicada pelo autor, o objeto da didática não pode estar restrito ao espaço das instituições de ensino. Por este motivo, devemos ficar atentos para ver se as atividades apresentadas no livro tem alguma relação com a realidade social ou, pelo contrário, dizem respeito aos assuntos próprios da matemática escolar. Podemos citar como exemplos de assuntos próprios da Matemática escolar: encontrar a quantidade de divisores de um número ou a pertinência de um número a um determinado conjunto numérico.

Conforme destacam Bosch e Chevallard (2001), existe uma inovação na didática da matemática que consiste em valorizar a construção de modelos. De acordo com esses autores, podemos considerar tal ação como “um princípio metodológico” a ser desenvolvido para a prática de resolução de problemas. Essa modelagem a qual se referem os autores, está ligada à necessidade humana em desenvolver uma linguagem universal para a comunicação do conhecimento matemático.

Quando esse processo de interação ocorre de uma maneira mais efetiva, surgem práticas implementadas pelo professor, pelo autor do livro didático e, conseqüentemente, àquelas desenvolvidas pelos alunos. Consideraremos esse processo de interação como praxeologia ou praxeologias desenvolvidas que, segundo Bosch e Chevallard (1999), são elementos essenciais de uma organização praxeológica dos quais passaremos a descrever.

2.2. ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA

Chevallard (1992) propõe que uma organização praxeológica para o estudo do conteúdo matemático pode ser subdividida em Organização Matemática (OM) ou praxeologia matemática e Organização Didática (OD) ou praxeologia didática. A primeira está relacionada à atividade matemática que pode ser construída em uma classe de matemática, onde o tema estudado é de natureza matemática, ou seja, os sujeitos envolvidos dedicam-se somente as características do conteúdo matemático. Esclarecer os conceitos abordados na atividade matemática e justificar sua utilidade relacionada com as tecnologias que vão surgindo e/ou sendo produzidas nessa dialética, é uma das características desta organização.

Em segundo lugar, a Organização Didática (OD) ou praxeologia didática que se refere à maneira como pode ser construída essa realidade matemática, ou seja, a maneira que pode ser realizado o estudo do tema. A preocupação de como um determinado saber será ensinado efetivamente, é a atividade matemática própria à construção do conhecimento tomando forma e se estruturando em saber matemático.

Nosso interesse neste artigo consiste em entender como esse saber aparece e quais as transformações envolvidas ao longo desse processo. Dessa maneira, pretendemos analisar os seguintes termos destacados por Chevallard (1992): *tipos de tarefas*, *tipos de técnicas*, *tecnologia* e *teoria*. Entendemos que tanto o professor quanto o aluno, cada um dentro de sua área de atuação, confrontam-se diariamente com tarefas (T) ou desafios que para nós iremos considerar problemas e para a resolução destes utilizam-se de técnicas (τ) de estudo ou técnicas (τ) didáticas, que por sua vez são justificadas por uma tecnologia (θ) que remetem a uma reflexão sobre uma teoria (Θ) que de tal forma justifica a referida tecnologia.

A noção de tarefa que iremos defender será a dedicada à resolução de problemas, pois no cotidiano escolar o aluno se envolve com inúmeros, sejam eles direcionados ao ensino da matemática ou de qualquer disciplina escolar.

No ensino da matemática não existe uma técnica única para se resolver um determinado tipo de problema, ou seja, podemos pensar diferentes técnicas que possibilitam ao aluno resolver tipos de tarefas, podemos assim entender que existem algumas técnicas com maior alcance e outras com menor. A escolha de uma técnica que pode resolver vários tipos de problemas (e não todos), ou a escolha da melhor técnica, ou de maior abrangência, ou até mesmo, a manipulação de diversas técnicas, permitem uma exploração mais eficaz da atividade matemática que é fundamental para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Todo discurso interpretativo que subsidia uma técnica independentemente do seu alcance está vinculado a uma tecnologia que permite validá-la, e esta validação por sua vez permite o desenvolvimento ou evolução de novas tecnologias para a adequação de diferentes técnicas para diversos tipos de tarefas. O discurso matemático que permite interpretar uma tecnologia é considerado como uma teoria, ou seja, é ela que justifica ou explica a tecnologia empregada em uma atividade matemática. A interação de todos estes elementos (tarefas, técnicas, tecnologias, teorias) forma uma praxeologia matemática.

2.3. MOMENTOS DE ESTUDO

As situações que estão presentes no processo de estudo, são denominados por Chevallard (1999) por momentos de estudo ou momentos didáticos, é proposto então seis: O primeiro é o encontro com a OM, este pode ocorrer diversas vezes, e não necessariamente na primeira parte da aula. O segundo é a exploração do tipo de tarefa e em conseqüência a elaboração de uma técnica que permita resolvê-la. O terceiro é a construção do entorno tecnológico-teórico referente a técnica adotada, ou o conjunto de todas as técnicas ligadas a tarefa proposta. O quarto é o trabalho com a técnica, que a partir daí tal técnica pode ser melhorada ou torna-se confiável. O quinto é o momento de institucionalização, que tem por objetivo descrever a OM O sexto é o da avaliação, fazer um balanço da validade do que foi aprendido e coloca-se a prova a OM.

2.4. REGISTROS DE LINGUAGENS

Toda prática institucional está delimitada em registros de linguagens especificas, sejam elas de natureza matemática ou não, os objetos matemáticos e a sua *função* na atividade matemática são reconhecidos por Chevallard (2001 p.09) como objetos: ostensivos e os não-ostensivos.

> [...] Falamos de ostensivo, lembrando que este termo tem origem no latim *ostendere* que significa mostrar, apresentar com insistência, para nos referir a todo objeto que tem uma natureza sensível, certa materialidade e devido a este fato tal objeto pode ser apreendido pelo sujeito por ser uma realidade perceptível. Assim, um objeto ostensivo é um objeto material qualquer tal como os sons (entre os quais as palavras de uma língua) os grafismos (entre os quais os *grafemas* que permitem a escrita das línguas naturais ou construídas das línguas formais) e os gestos. Os objetos não ostensivos são então todos os objetos como as idéias, as intuições ou os conceitos, existentes institucionalmente, no sentido onde lhes são atribuídas existências, sem poder ser vistos, ditos, mostrados, percebidos por si mesmo.[...] [Tradução nossa]

Os dois tipos de objetos tratados a cima servem sempre a uma instituição, livro didático, professor, saber matemático, ou seja, o surgimento deles não depende de uma única pessoa. Outro fator importante é que existe uma dialética entre ambos, pois ao manipular um ostensivo trás um, ou diversos, não-ostensivos, que não são manipuláveis pelo ser humano. Essa especificidade da manipulação dos objetos ostensivos é própria da prática matemática. Portanto a abordagem antropológica que estamos usando descreve um modelo de atividade matemática que interliga os objetos, em uma, ou várias organizações praxeológicas.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Concebemos a resolução de problemas como uma atividade matemática para o ensino da própria Matemática. Neste contexto, a noção de problema deve ser assumida como um dispositivo didático utilizado para se trabalhar um determinado conceito matemático.

Se considerarmos os procedimentos utilizados para ensinar Matemática como uma ação ordenada e consciente, e não como ato isolado, a resolução de problemas pode se tornar significativa desde que seja proposta de maneira articulada com o cotidiano do aluno.

Partindo deste pressuposto adotaremos as praxeologias matemáticas presentes no livro didático para classificar as atividades e significados que dizem respeito a um recurso em que o aluno possa analisar, formular hipóteses, discutir possibilidades, comparar resultados de forma reflexiva, desenvolvendo competências a partir das tarefas propostas.

A metodologia adotada para a coleta de dados nesta pesquisa, foi desenvolvida a partir da análise de documentos, portanto de cunho documental. Como fonte de registros temos o livro didático, e informações e disponibilizadas no manual pedagógico dos livros didáticos.

4. ANÁLISES PRAXEOLÓGICAS

As discussões que faremos serão referente ao livro analisado refere-se à introdução do conteúdo matemático *equações do 1º grau com uma incógnita*, nosso objetivo será perceber e entender como a abordagem é feita por meio de situações-problema, que possuem uma intencionalidade, em transformá-las em linguagem algébrica.

Tipo de Tarefa T – Linguagem Algébrica

Partimos do tipo de tarefa que denotamos pelo símbolo T, e nomeamos por Linguagem Algébrica, para incorporar todas as tarefas cujo enunciado propõem *representar por meio de uma expressão algébrica, de uma fórmula ou de uma equação uma situação a partir do fornecimento de alguns dados, ou da indicação de algumas operações a serem realizadas.*

4.1. Organização Matemática

Nossa análise da OM do tipo de tarefa T, iniciaremos por meio do exemplo acima, afim de ilustrar por meio dele uma tabela que contenha a técnica empregada bem como os elementos tecnológicos presentes na organização praxeológica proposta pelo autor do livro didático.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Técnica τ	Elementos tecnológicos
1) Identificar no enunciado a unidade de grandeza desconhecida.	• Conceito de incógnita. • Conceito de equação do 1º grau, expressão e fórmula. • . Princípio de equivalência (Aditiva e Multiplicativa). • Propriedade distributiva de equações algébricas • Resolução de uma equação do 1º grau.
2) Representar a unidade desconhecida por x.	
3) Identificar as operações algébricas com a incógnita a partir das informações indicadas no enunciado.	
4) Montar a equação, expressão ou fórmula com os dados fornecidos.	
5) Se for equação reduzir a equação à forma ax + b = c ou ax = c.	
6) Resolver a equação, isolando o valor de x.	

Para visualizar os aspectos teóricos da OM que estão descritos no quadro acima, uma parte relacionada à Aritmética e outra à Álgebra, que se associa ao estudo de equações do primeiro grau com uma incógnita. Ao analisar como foi conduzida essa OM na resolução da tarefa t que está descrita da seguinte maneira: -Em um reservatório havia 58 litros de água quando foi aberta uma torneira que despeja 25 litros de água por minuto. Quantos minutos o reservatório conterá 433 ℓ de água? O autor do livro revela os procedimentos cujo destaque faremos em reproduzir a situação numa equação do primeiro grau que satisfaça as informações. Em primeiro lugar é indicada à quantidade de minutos, por **x** em seguida é escrita à equação completa por **58 + 25.x = 433**, e ao descobrir o valor de **x** desta maneira foi satisfeito o tipo de tarefa que descrevemos. Ao aplicar o primeiro passo da técnica o autor indica a unidade de grandeza minutos por **x** e nesta ação ele satisfaz o 1º e 2º passo, ao escrever a equação é satisfeito o 3º e 4º passo, os passos seguintes não são satisfeitos, mais fica a cargo do professor encontrar o valor de **x** com os alunos.

4.2. Organização Didática

Em nossa análise no que se refere à OD, identificamos várias noções que foram discutidas anteriormente por nós, e o conjunto das tecnologias e teorias mobilizadas pelo autor do livro, que não estão tão evidentes, mas foram destacadas em nossa análise. Ao introduzir o conteúdo, equações do primeiro grau com uma incógnita, o autor propõe uma estrutura que lhe peculiar, e a dividimos em 4 etapas as quais iremos considerar que as três primeiras associamos aos momentos de estudo propostos por Chevallard (1999), como momento de institucionalização, e a última sendo o momento de trabalho com a técnica, e as descrevo da seguinte maneira:

Na primeira etapa o autor inicia o capítulo 5 propondo duas situações problemas, a primeira descreve um *reservatório* que já foi descrita anteriormente. De imediato mostra um menino em forma de personagem falando em um balão como seria a maneira correta de escrever uma equação matemática que permitisse resolver tal problema. Na segunda situação *(sitiante)* é proposta uma situação hipotética onde um sitiante pretende cercar um canteiro retangular, e para isso utilizará tijolos, é fornecido o perímetro e algumas informações que permitem saber as dimensões comprimento e largura. Também utiliza o mesmo ostensivo da primeira situação porem desta vez o personagem é uma menina.

Percebemos então a intenção do autor em interagir com o leitor, mas isso pode ou não ocorrer, dependendo da abordagem adotada pelo professor, ou também devido à forma precipitada em institucionalizar, isto é, escrever as equações que permitam resolver tais situações problemas.

Ao fornecer as equações entendemos como uma forma precipitada de mostrar, ou modelar uma situação hipotética. É bom lembrar que este problema das torneiras faz parte da cultura escolar, e já alguns séculos eles estão sendo utilizados como um tipo de tarefa para a introdução ou o trabalho com a técnica, em vários livros aprecem situações que envolvem torneiras.

Na segunda etapa é proposto para o leitor imaginar uma situação hipotética onde o preço de um caderno é representado pela letra x e o preço de outros materiais escolares são representados em função do preço do caderno, isto é, em função de x. Para melhor esclarecer a idéia contida nessa atividade, o autor apresenta quatro exemplos. No primeiro deles, supõe que o preço de um compasso custaria o dobro do preço do referido caderno, ou seja, em termos algébricos $x + x$ ou $2.x$ ou $2x$. Entendemos que nesse momento ao trabalhar com os exemplos está institucionalizando a linguagem algébrica, ou a conversão da língua materna para o registro algébrico.

Desta maneira o autor está procurando generalizar propriedades das operações aritméticas; traduzindo situações-problema na linguagem matemática; conduzindo assim a introdução para a interpretação de expressões algébricas.

Em seguida na terceira etapa fica evidente o momento de institucionalização da linguagem algébrica, pois após desenvolver os exemplos com a seguinte frase: "*Expressões que contêm números e letras são chamadas de expressões algébricas.* De imediato, são retomados exemplos desenvolvidos anteriormente, formalizando assim a linguagem algébrica".

Na quarta etapa é proposto para o aluno que continue a representar outros preços usando as expressões que já foram escritas. Identificamos então o momento de trabalho com a técnica, existe uma particularidade neste momento, pois, para o aluno responder as atividades terá que recorrer aos exemplos propostos anteriormente. Quando solicita ao aluno que encontre o preço da caneta que custa o triplo do lápis. Pois já foi demonstrado que o preço hipotético do lápis seria o preço do caderno menos R$ 3,00, esperando assim que o aluno escreva a expressão 3(x-3) que é a representação da expressão algébrica.

Reforçamos nossas considerações com um trecho extraído do manual do professor, *"Neste capítulo, introduz-se o estudo da álgebra propriamente dito, iniciando um trabalho de generalização e abstração"*. Percebemos que realmente há uma preocupação em generalizar, ou até mesmo institucionalizar a linguagem algébrica para o aluno. O seu foco principal é que o aluno se familiarize com essa nova linguagem, que lhe será ensinada e posteriormente utilizada nas soluções dos problemas que serão enunciados. Em outro trecho do manual destacamos a preocupação do autor com o cálculo algébrico quando ele diz: - *Evita-se o cálculo algébrico mecânico e trabalha-se o uso das letras de forma significativa.* Ou seja, ele está preocupado com a maneira de introduzir o conteúdo matemático bem como dar subsídios para que o aluno consiga atribuir significados para realizar as operações com letras, e que tais operações se tornarão em resolução do tipo de tarefa que propomos.

4.3. Aspectos da Linguagem

Quanto às OD e OM propostas por Chevellard (1999), nossa intenção em analisar este extrato segundo é proposto na TAD, na escrita deste capítulo existe uma preocupação em introduzir o conceito de expressões algébricas, ou seja, existe um encadeamento lógico proposto por ele na abordagem do tema.

Na introdução foram utilizadas, duas situações hipotéticas, sendo que há uma intencionalidade de estabelecer um diálogo com o leitor, pois a utilização dos personagens demonstram, o uso da linguagem de forma ostensiva, representando as situações em linguagem algébrica, dentro de balões, outro aspecto que é importante lembramos na utilização dos ostensivos seria como os personagens estão apresentados, em forma de desenho, semelhante os personagens de gibis. Quanto aos objetos não-ostensivos associados ao menino ressaltamos a utilização de um negro, acreditamos que isso demonstra essa briga contra o preconceito, que está tão presente nos dias atuais. Entremeando as duas situações ilustradas e os diálogos dos personagens surge uma sentença matemática, ou seja, uma expressão do primeiro grau.

Após essa introdução é utilizado varias representações de objetos ostensivos tais como: compasso, caneta, caderno, lápis, mochila e vários outros objetos, tais representações são meramente ilustrações, por que o aluno poderia perfeitamente resolver as atividades sem o auxilio das representações. A conversão da linguagem materna para a linguagem algébrica presente nas atividades exemplificadas pelo autor, nos permite inferir que se dá com o intuito de subsidiar o aluno na conversão que ele deverá fazer nas atividades solicitadas. E no que se refere aos ostensivos matemáticos destacamos, os conceitos de: expressões algébricas, dobro, triplo, menos, a mais, metade.

4.4. Momentos de Estudo

Em nossas análises anteriores, já identificamos a praxeologia didática do autor, sendo que nas três primeiras etapas da introdução que nós dividimos referem-se ao momento de institucionalização, ou seja, mesmo que exista uma articulação e uma contextualização tal qual é sugerida nos PCN de Matemática, o que prevalece é o ensino tradicional, ou conservador. Quando propõe duas situações *Reservatório e Sitiante,* e associado a cada uma delas aparece uma sentença matemática escrita pelo autor fica claro a institucionalização da linguagem algébrica. Podemos conjecturar que dependendo da maneira como o professor, desenvolver o seu trabalho em sala de aula, isto é, conduzir a introdução, poderá permitir que aconteça o momento de estudo chamado de “primeiro encontro” ou reencontro, ao propor a discussão e propiciar aos alunos que juntamente com ele escrevam as sentenças matemáticas, e não simplesmente tente explicá-las ou traduzi-las para os alunos.

Na quarta etapa, ao propor ao aluno as atividades, o autor está querendo que o aluno coloque a prova o que aprendeu anteriormente, se trata então do momento de estudo exploração da técnica, ou melhor, trabalho com a técnica, se realmente houver o engajamento dos sujeitos, alunos e professor, com o objeto matemático expressão algébrica, podemos concluir que ambos estavam fazendo matemática tal qual é proposto por Chevallard (1999) ou que ele viveram alguns momentos de estudo e na condução ocorreu a matemática ao vivo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que o ensino da matemática através da resolução de problemas, tem a função de promover a inserção do aluno na cultura escolar e, num sentido amplo, para que ele possa viver de forma consciente seus momentos de estudo. O tema de estudo Resolução de Problemas pode contribuir, para essa inserção, quando o aluno é desafiado a resolver um problema através da leitura e interpretação dos dados, seja este encontrado no livro ou em qualquer situação cotidiana. Podemos concluir assim, que ele está realizando a atividade matemática no sentido real, ou como Chevallard (1992) afirma a matemática “ao vivo”, eles estão, fazendo matemática.

Portanto, a resolução de problemas pode permitir o desenvolvimento dos momentos de estudo por parte dos alunos através da descoberta de propriedades, abstração, do exercício do poder de generalização e promoção da compreensão na busca de soluções para os problemas.

Neste contexto, os alunos conjuntamente com o professor podem se envolver com as práticas instituídas no livro didático, vivenciando os momentos de estudo quando o professor institucionaliza e compartilha com a comunidade de estudo o saber matemático. Sob o enfoque que damos no corpo de nosso texto, referente às Organizações Didática e Matemática, percebemos que a autonomia do professor que determinará as praxeologias no seu fazer docente. No entanto, julgamos necessário entender essa dialética entre os atores, envolvidos, suas relações e responsabilidades frente aos desafios de ensinar e aprender matemática. Entendemos que a discussão aqui iniciada abre espaço para uma outra questão não menos importante. Como conceber propostas de ensino e aprendizagem que permitam aos alunos praticarem a matemática ao vivo, de maneira que os mesmos possam refletir sobre as especificidades desse saber?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. *La sensibilité de l’ativité mathématique aux ostensifs Objet d’etude et problematique*. Recherches en Didactique des Mathématiques. v.19, no 1, p.77-124, 1999.

CHEVALLARD, Y. ; BOSCH, M. e GASCÓN, J. *Estudar matemáticas. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.* Trad. Daisy Vaz de Moraes -Porto Alegre, Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Y. *Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique*. Recherche en Didactique des Mathématiques, v.12 n.1, p.73 - 112, 1992.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Porto Alegre: *Teoria e Educação, n. 2,* p. 177-229, 1990.

GASCÓN, J. *La necesidade de utilizar modelos en didática de las matemáticas.* In Educação Matemática Pesquisa. V.5 n.3. São Paulo. EDUC, pp 11-37, 2003.

GIANFALDONI, Mônica e MOROS, Melania. Livro Processos de Pesquisa Iniciação. Editora Líber. Brasília 2007.

Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais. 2. Matemática: Ensino de quinta a oitava séries.* . Brasília : MEC /SEF, 1998.

SEVERINO, Antônio Jaquim. Metodologia do trabalho científico. 23.ed. ver. Atual. – São Paulo: Cortez, 2007.

Livro analisado:

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática: ensino fundamental 6ª série. Livro do Professor – São Paulo: Ática, 2005

OS CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DE UM GRUPO DE PROFESSORES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE NÚMEROS DECIMAIS

Anelisa Kisielewski Esteves - UFMS

Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

RESUMO: Este artigo apresenta dados parciais de uma pesquisa de mestrado desenvolvida através de investigação qualitativa junto a sete professores de uma escola municipal de Campo Grande/MS, que tem como objetivo investigar os conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental sobre números decimais e a relação com sua prática pedagógica. Para coleta de dados foram realizadas: observação de algumas aulas de Matemática; cinco sessões de atividades, com os professores, sobre números decimais, nas quais foram propostas atividades que envolveram o conceito de números racionais, as operações com números decimais e as relações estabelecidas entre os números decimais e os sistemas de medidas e monetário; análise de documentos (cadernos de alguns alunos e caderno de plano dos professores) e entrevistas semi-estruturadas. Os dados foram analisados e categorizados, tendo como referência os estudos de Shulman sobre a base de conhecimentos dos professores, focando três vertentes: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. São apresentados neste texto os conhecimentos do conteúdo específico – números decimais – dos professores em questão. Os dados analisados revelam que existem lacunas no conhecimento específico sobre números decimais desses professores, tanto nas estruturas substantivas, como nas estruturas sintáticas, as quais interferem em seu conhecimento pedagógico do conteúdo e também em seu conhecimento curricular, influenciando diretamente sua prática pedagógica. Os resultados encontrados apontam para a necessidade de, nos cursos de formação inicial e continuada, ser revista a atenção dada aos conhecimentos matemáticos, principalmente no caso dos professores que atuam na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de Professores. Conhecimento do Conteúdo Específico. Números Decimais.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente a formação de professores é pauta frequente de discussão no campo educacional. O jargão *"Para melhorar a educação precisamos melhorar a qualidade da formação dos professores"* é constantemente ouvido por todos. Os resultados das diversas avaliações – Prova Brasil, SAEB[4], entre outras – reforçam essa preocupação, também refletida no campo da Educação Matemática. Muitas são as investigações realizadas (CURI, 2004; FIORENTINI *et al*, 2003; LOPES, 2003; SERRAZINA, 1999, 2003, entre outras) – com especial atenção à formação de professores que ensinam Matemática – que discutem questões ligadas à prática dos professores, sua formação inicial e continuada e os conhecimentos necessários para o exercício da docência.

Contudo, apesar do aumento crescente do número de pesquisas nessa área, Fiorentini *et al* (2003) conclui que pouco sabemos sobre os conhecimentos matemáticos necessários aos docentes que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

[4] Sistema de Avaliação do Ensino Básico.

Quais são os conhecimentos que os professores polivalentes[5] possuem? Como se estabelece a relação entre seus conhecimentos matemáticos e a prática pedagógica que realizam? É partindo dessas questões que investigamos os conhecimentos de sete professores do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal de Campo Grande/MS, relativos a números decimais e a relação com sua prática pedagógica.

Mas por que números decimais? Primeiramente é um conteúdo matemático muito presente no cotidiano dos alunos, apresentando relações diretas com o sistema monetário e também com os sistemas de medida, aparecendo, mesmo que de forma menos sistematizada, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. É também um conteúdo que envolve a compreensão e ampliação de conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal. Além de ser considerado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) como foco mais relevante no estudo dos números racionais, no segundo ciclo. E, como já apontaram algumas pesquisas (CUNHA, 2002; SILVA, 2006; ZUNINO, 1995) é um conteúdo que os alunos apresentam grandes dificuldades em sua compreensão.

2 A BASE DE CONHECIMENTO PARA O ENSINO: CONTRIBUIÇÕES DE LEE SHULMAN

O que um professor precisa saber para ensinar um determinado conteúdo? Shulman (1987, p.8), busca responder a esta questão seguindo os caminhos já percorridos por eminentes pesquisadores como “Dewey (1904), Scheffler (1965), Green (1971), Fenstermacher (1978), Smith (1980) e Schwab (1983), entre outros”, propondo a existência de uma base de conhecimento para o ensino que se refere a um repertório profissional composto por categorias de conhecimento que abragem o que um professor precisa saber para promover a aprendizagem dos alunos.

Segundo Shulman (1987) esta base de conhecimento inclui inúmeras categorias: conhecimento do conteúdo específico; conhecimento pedagógico geral; conhecimento curricular; conhecimento pedagógico do conteúdo; conhecimento sobre os alunos e suas características; conhecimento dos contextos educacionais; conhecimentos dos fins, propósitos e valores educacionais e de suas bases filosóficas e históricas.

Entre as categorias que compõem a base de conhecimento para o ensino, interessa-nos particularmente: o conhecimento do conteúdo específico, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular.

[5] Denominação dada aos professores que trabalham com os anos iniciais do Ensino Fundamental.

O *conhecimento do conteúdo específico* refere-se à compreensão do professor em relação à determinada matéria, o que inclui além dos fatos e conceitos, o entendimento de suas estruturas substantivas e sintáticas, que influenciam nas escolhas dos professores sobre como e o que ensinar. As estruturas substantivas incluem as idéias, fatos e conceitos de uma determinada disciplina, assim como, as relações existentes entre eles. Já as estruturas sintáticas envolvem o conhecimento dos padrões pelos quais a disciplina constrói e avalia o novo conhecimento, referem-se, dessa maneira, às normas definidas por uma comunidade disciplinar para orientar as pesquisas na área. (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987).

Para Shulman e seus colaboradores (1989, p.32) "o conhecimento do conteúdo específico ocupa um lugar central na base de conhecimento para o ensino", entretanto apenas ele não é suficiente para o exercício da docência. Além do conhecimento do conteúdo específico, o professor necessita do *conhecimento pedagógico do conteúdo*, que merece ser destacado por se tratar de um novo tipo de conhecimento, que é construído pelo professor ao ensinar determinado conteúdo.

O conhecimento pedagógico do conteúdo, segundo Shulman (1986, p.9)

> [...] incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem estudados. Dentro da categoria de conhecimento pedagógico de conteúdo eu incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais idéias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações.

Ainda estão incluídas neste tipo de conhecimento, a percepção e concepções que professores têm sobre o processo de aprendizagem dos alunos, incorporando os conhecimentos de pesquisas sobre ensino e aprendizagem.

Outra categoria da base de conhecimento para o ensino a ser destacada é o *conhecimento curricular*, que por sua vez envolve o conhecimento dos professores sobre os programas de ensino (no nosso caso, Parâmetros Curriculares Nacionais. Também as diretrizes estaduais e municipais), sobre os materiais que podem ser utilizados para o ensino de uma disciplina específica, além da capacidade de relacionar os conteúdos de uma dada lição aos conteúdos que estejam sendo discutidos em outras disciplinas (interdisciplinaridade). E, ainda, a familiarização com os conteúdos que foram e serão estudados na mesma disciplina durante os anos anteriores e posteriores.

Contudo, é importante ressaltarmos que esses conhecimentos (conteúdo específico, pedagógico do conteúdo e curricular) não são independentes e não podem ser analisados isoladamente. Grossman, Wilson e Shulman (1989) ao reforçarem a importância do conhecimento sobre o conteúdo específico, apontam que ele ou a falta dele interferem no estilo de instrução do professor, nas críticas que faz aos materiais didáticos, na maneira como selecionam o material a ser ensinado, enfim, na forma como estruturam e conduzem o processo de ensino de um determinado conteúdo.

A relação de interdependência existente entre esses três tipos de conhecimento pode ser observada na prática de um professor ao escolher determinado material didático, ao determinar a seqüência das atividades que serão trabalhadas, ao produzir uma atividade de avaliação. Por exemplo, um professor dos anos iniciais ao trabalhar com jogos nas aulas de Matemática só poderá explorar eficazmente este material se além de conhecer o jogo escolhido e suas possibilidades de uso, tiver clareza e domínio dos conhecimentos matemáticos envolvidos, considerar os conhecimentos e habilidades que seus alunos já possuem e realizar boas intervenções junto à turma antes, durante e depois do jogo.

Portanto as escolhas realizadas pelo professor para o uso ou não de determinado material em suas aulas envolvem muito mais que apenas o conhecimento curricular, pois incluem também sua compreensão do conteúdo (conhecimento específico do conteúdo) e a maneira como utilizará esse material na sala de aula para ensinar determinado conteúdo (conhecimento pedagógico do conteúdo).

3 CAMINHOS PERCORRIDOS: O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

A presente investigação realizou-se através de uma pesquisa qualitativa, tomando como base os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994) que a consideram como particularmente útil na investigação educacional. Entendemos que em uma investigação qualitativa devem ser estabelecidos estratégias e procedimentos que permitam considerar as experiências do ponto de vista dos sujeitos pesquisados, refletindo uma espécie de diálogo entre eles e o pesquisador, sem desconsiderar sua não neutralidade (Ibid, p.51).

Essa abordagem oferece vantagens ao estudo que realizamos, pois, como apontado por Denzin e Lincoln (2006, p.17), permite a utilização de uma ampla variedade de práticas interpretativas interligadas que objetivam alcançar a compreensão do assunto pesquisado em seu próprio contexto. Trata-se, assim, de um modo de fazer pesquisa que envolve a escolha consciente dos caminhos a serem trilhados em função do problema que se tem a investigar, dos sujeitos e do contexto envolvido, pois, como afirma Gatti (2007, p.51), “qualitativo, em pesquisa, não é dispensa de rigor e consistência”.

O grupo[6] envolvido nesta investigação foi formado por cinco professores experientes (Isaura, Bianca, Antonio, Laura e Janaína) e duas professoras em início de carreira (Ana e Renata), que atuavam em uma escola municipal de Campo Grande/MS.

Os dados foram coletados no 2º semestre de 2007, de agosto a dezembro, através dos seguintes procedimentos: observações das aulas; realização de cinco sessões de atividades sobre números decimais; análise de documentos (caderno de alguns alunos, caderno de plano dos professores); entrevistas semi-estruturadas.

As sessões de atividades, realizadas de outubro a dezembro de 2007, possibilitaram a observação e discussão dos conhecimentos dos professores, principalmente sobre seu conhecimento do conteúdo específico (números decimais). Nela foram desenvolvidas e discutidas atividades que envolveram o conceito de números racionais, as operações com números decimais e as relações estabelecidas entre os números decimais e os sistemas de medidas e monetário.

A observação de algumas aulas e análise dos documentos anteriormente citados possibilitaram uma visão mais ampla do trabalho realizado pelos professores pesquisados ao ensinar números decimais e também forneceram dados preliminares para organização dos roteiros das entrevistas, que tiveram como foco principal o conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular do conteúdo em questão.

Neste artigo, apresentaremos os conhecimentos específicos do conteúdo (números decimais) explicitados pelos professores durante nossa investigação.

4 OS CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DOS PROFESSORES SOBRE NÚMEROS DECIMAIS: ANÁLISE DOS DADOS

O conhecimento do conteúdo específico, como já abordado anteriormente, envolve a compreensão dos professores a cerca de determinada disciplina incluindo seus principais conceitos, além do entendimento de suas estruturas substantivas – modo de organização e relações entre os princípios fundamentais existentes dentro de uma disciplina – e sintáticas – padrões pelos quais a disciplina constrói e avalia o novo conhecimento. (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987). Segundo Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo específico é fundamental na base de conhecimento para o ensino, pois influi diretamente nas escolhas dos professores sobre como e o que ensinar.

A compreensão que os professores possuem da Matemática em si e, especificamente, dos números decimais, conteúdo que não pode ser reduzido ao conhecimento do nome das

[6] A caracterização detalhada do grupo de professores não será apresentada neste texto. Os nomes apresentados são fictícios.

ordens e algumas regras de cálculo, porque envolve uma complexa cadeia de relações, na própria estrutura do valor posicional, na relação com outros conceitos, como o de fração, além das conexões com o sistema monetário e de medidas (ABRANTES, SERRAZINA, OLIVEIRA, 1999), é condição indispensável para o desenvolvimento de atividades de ensino que possibilitem a aprendizagem dos alunos.

As atividades e discussões realizadas durante as sessões de estudos apontam indícios de que para os professores envolvidos não há muita clareza das relações existentes entre as representações fracionária e decimal do conjunto dos números racionais. A maioria deles não reconhece que as frações e os números decimais são representações de um mesmo número racional, o que fica muito claro na fala de Isaura quando afirma: *"Transforme dois terços em decimal. Não dá!".* Afirmação esta, que em princípio, foi aceita por outros professores, que tinham certeza que apenas as frações decimais poderiam ser transformadas em números decimais.

Ainda a não identificação, pela maioria do grupo, da equivalência entre 0,75 e ¾, 1,500 e 3/2, e as dificuldades apresentadas e explicitadas na comparação e ordenação de frações e números decimais nos levam a conjeturar que esses professores possuem uma visão fragmentada sobre as frações, os números decimais e suas relações, tratando-os como se fossem números diferentes e não representações de um mesmo número racional.

Outro aspecto a ser observado são as dúvidas apresentadas pela maioria do grupo na leitura e comparação de números decimais. Ana, Antonio, Bianca e Isaura em algumas situações utilizaram as regras do conjunto dos naturais para comparar os números decimais chegando a afirmar que 0,103 é maior que 0,7; 0,40 é maior que 0,9; 1,005 é muitas vezes maior que 1,0.

Moreira e David (2007, p. 76-77) ao tratar das características do conjunto dos números racionais apontam que esse transporte – das regras dos naturais para comparação de decimais – é muito comum entre os alunos como mostram pesquisas anteriores (BROWN, 1981; HIEBERT, WEARNE, 1986), o que reforça nossa preocupação com o conhecimento do conteúdo específico dos professores em questão, pois mesmo depois de findado o período de sua escolaridade básica, parece-nos que alguns deles ainda não compreenderam que o conjunto dos números racionais rompe com algumas idéias válidas apenas para os números naturais. O modo como esses professores lêem os números decimais: *"zero vírgula zero, zero, cinco* (0,005)*", "zero vírgula setenta e cinco"* (0,75)*, "zero vírgula cento e três"* (0,103), reforça essa maneira de olhá-los apenas como números inteiros separados por vírgula. Renata chama atenção do grupo para esta situação:

> [...] a minha dificuldade aqui para falar decimais. Por exemplo, um vírgula nove. Nunca trabalharam isto comigo, então, eu falo isto. Eu não sei que é nove décimos. Então, se você souber o que é décimos, centésimos, você vai saber. Eu, na minha cabeça, quando eu fiz a leitura assim eu pude saber qual é o maior. Agora zero vírgula nove, eu não sei. Então, eu pude comparar quando ela [Bianca, durante os jogos envolvendo decimais] falava milésimos, centésimos, eu pude comparar qual era o maior e o menor.

Esta afirmação revela o quanto à forma como são lidos os números decimais interfere nos critérios utilizados para sua comparação e ordenação, e, consequentemente, para o entendimento de seu conceito. A leitura dos números decimais é considerada também por alguns professores como uma das dificuldades dos alunos nesse conteúdo. Na primeira sessão de atividades, em vários momentos foram levantadas questões como: *"Eles [alunos] não sabem falar os decimais"*; *"Lêem o número assim: um vírgula quarenta e oito"*. Contudo, os professores não tinham refletido ainda, que eles próprios também se referiam da mesma maneira aos números decimais. Laura, durante a entrevista, trata dessa questão, ao pontuar as dificuldades que seus alunos possuíam em relação a este conteúdo:

> [...] tiveram dificuldades também de escrever por extenso. Eu tive aluno que escreveu assim, por exemplo, oito vírgula sete. [...] Do jeito que fala. Que mais... A gente tem que se policiar porque também fala assim, né?

Observamos assim que a reflexão sobre sua própria prática e a oportunidade de discussão dos conhecimentos que possuem sobre um dado conteúdo podem contribuir de forma que os professores adquiram mais conhecimento matemático e confiança em suas capacidades. (SERRAZINA, 1999)

A falta de estabelecimento das relações existentes entre os números decimais e o Sistema de Numeração Decimal pelos professores participantes é outro ponto importante a ser discutido. Os professores identificam as ordens da parte decimal dos números – décimos, centésimos, milésimos – porém demonstram desconhecer as regularidades existentes entre elas e o nosso sistema de numeração:

> A gente ensina primeiro centena, dezena e unidade, dizendo que é da direita para a esquerda. Depois ensinamos décimos, centésimos e milésimos, da esquerda para direita. Eles [alunos] não entendem por que é assim. Uma hora fala de um jeito, depois de outro. (Isaura)

Cunha (2002) em sua pesquisa com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, aponta que grande parte das dificuldades encontradas na aprendizagem dos números decimais recai, com freqüência, na falta de conexões estabelecidas com o sistema de numeração decimal, pois seu ensino mostra-se em um sentido único, isolado de outros conteúdos matemáticos. Resultado que tem relação direta com os conhecimentos apresentados pelos professores envolvidos em nossa investigação, pois se eles não conhecem as relações existentes entre os números decimais e nosso sistema de numeração como poderão trabalhá-las com seus alunos?

Quanto às operações com números decimais, o conhecimento dos professores de nossa investigação refere-se unicamente às técnicas algorítmicas, principalmente em relação às operações de multiplicação e divisão. Os professores demonstraram saber realizar os algoritmos das operações e trabalhar com o deslocamento da vírgula nas multiplicações e divisões de números decimais por 10, 100 e 1000, porém não sabiam justificar por que faziam desta maneira. O mesmo também ocorreu ao serem questionados sobre sua compreensão dos algoritmos da multiplicação e divisão envolvendo decimais:

> Aprendeu mecanicamente, regra em cima de regra. (Bianca e Janaina)
> Eu faço do meu jeito, eu aprendi assim. [...] Porque é certo e lá no curso de Matemática eu aprendi assim. (Isaura)

As afirmações dos professores nos revelam que eles possuem apenas um conhecimento tácito sobre as operações envolvendo decimais, isto é, sabem fazer, mas não sabem justificar porque fazem dessa maneira, e também reforçam, como já apontando por Tardif (2002), a influência dos saberes provenientes da formação escolar anterior na prática dos professores, fazendo com que os mesmos, muitas vezes, reproduzam os modelos vivenciados em sua experiência como aluno.

Ainda em relação às operações com decimais, preocupa-nos o uso, pelo grupo de professores, das propriedades das operações com números naturais para multiplicar e dividir decimais. Eles, durante uma atividade em que precisavam estimar os resultados de operações com decimais e depois verificá-los com o uso da calculadora, ficaram bastante surpresos com os resultados obtidos, pois mesmo operando com números decimais, esperavam que na divisão o quociente fosse menor e na multiplicação o produto maior, como ilustram as seguintes afirmações:

> Porque eu achei que ia aumentar e quando fiz na calculadora e vi que diminuiu, eu falei, meu Deus! (Renata)
>
> Na hora que a gente fez 148 dividido por cinco décimos, a gente achava que ia ser menor, e aí foi maior. (Ana e Laura)

Até então essas professoras não tinham tido oportunidade de refletirem sobre os resultados obtidos nas multiplicações e divisões envolvendo números decimais, realizando as operações de maneira puramente mecânica, o que pode ser conseqüência de uma formação matemática baseada no treino e na memorização de fórmulas.

As lacunas existentes nas estruturas substantivas do conhecimento do conteúdo específico dos professores comprometem sua compreensão a cerca dos números decimais, o que pode ser confirmado pela dificuldade dos mesmos na identificação de tópicos relevantes desse conteúdo, apenas uma professora pontuou como fundamental a compreensão do conceito de números decimais. A maioria dos professores julgou fundamental a realização de cálculos escritos com os números decimais, desconsiderando que o conceito e o trabalho com as diferentes representações dos números racionais (fração, decimal, porcentagem) são idéias chaves a serem exploradas, antes mesmo do ensino das técnicas de cálculo. (ABRANTES, SERRAZINA, OLIVEIRA, 1999)

Os problemas com as estruturas substantivas do conhecimento do conteúdo específico são agravados também pela falta de estruturas sintáticas. De modo geral, os professores demonstram possuir uma visão fragmentada do que é Matemática e de como se faz Matemática, definindo-a, ora por sua praticidade e uso no dia-a-dia, ora como um conjunto de regras que precisam ser conhecidas e memorizadas, a Matemática é considerada, desse modo, exata e imutável.

A precariedade do conhecimento do conteúdo específico torna o conhecimento dos professores muito próximo dos conhecimentos dos alunos:

> [...] porque eu realmente, eu acho que eu via também os decimais quase, um pouco, como os alunos. (Janaina)

Essa proximidade limita as ações do professor no processo de ensino e aprendizagem, trazendo implicações importantes em como e o que os professores ensinam sobre determinado conteúdo (GROSSMAN, WILSON, SHULMAN, 1989), pois, como explicitado por Bianca, *"eu ensino aquilo que eu domino".* Desse modo, como defendido por Shulman e seus colaboradores (1986, 1987, 1989), a falta de conhecimento do conteúdo específico incidirá sobre seu conhecimento pedagógico do conteúdo e também sobre o conhecimento curricular, enfim trará implicações no modo como o professor ensina um determinado conteúdo.

5. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O campo dos números racionais é um conteúdo bastante complexo, como posto por Moreira e David (2007), os quais defendem a necessidade do conhecimento sobre o mesmo ser mais explorado durante os cursos de formação inicial. Os autores asseguram que ao trabalhar com o conjunto dos racionais o professor apresenta aos alunos uma novidade, pois até certa altura de sua vida escolar, eles apenas reconhecem os números naturais. Logo, a aquisição deste conceito envolve um longo processo de elaboração e reelaboração, o que exigirá dos professores conhecimentos específicos sobre esse conjunto numérico, por isso os autores propõem a necessidade de um estudo mais aprofundado da Matemática Escolar nos cursos de formação de professores.

Ponte e Santos (1998) também defendem que os programas de formação, além de oferecer oportunidades aos professores de discutir suas concepções sobre a Matemática, a aprendizagem e o currículo, oportunizarem situações em que eles precisem aumentar sua compreensão matemática, relacionar seus conhecimentos, realizar investigações matemáticas e ter atitudes abertas frente à experimentação de idéias novas, melhorando-as de acordo com sua experiência.

Serrazina (1999, p.29) sinaliza ainda que no caso do professor do 1º ciclo[7], esta formação deve ser organizada de maneira a permitir a reflexão sobre suas práticas, possibilitando maior confiança em suas capacidades e vontade de aumentar seu conhecimento de e sobre a Matemática, porque sua capacidade para organizar e conduzir atividades mais instigantes com os seus alunos "depende do desenvolvimento da sua compreensão matemática e da melhoria da sua relação com a Matemática".

Contudo pesquisas no campo da Educação Matemática (CURI, 2004; NACARATO *et al*, 2004) já revelaram que, no Brasil, historicamente, tanto o curso de Magistério, como de Pedagogia, pouco investem na formação matemática dos futuros professores.

As lacunas relacionadas ao conhecimento específico dos professores sobre números decimais apresentadas em nosso estudo, reforçam essa questão, apontando para a necessidade urgente de ser revista a atenção dada aos conhecimentos matemáticos nos cursos de formação, tanto inicial como continuada, principalmente no caso de professores que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Destarte, acreditamos que a compreensão que os professores possuem da Matemática em si, e, especificamente dos números decimais, como tratado em nossa investigação, é condição indispensável para o desenvolvimento de atividades de ensino que possibilitem a aprendizagem dos alunos.

6 REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA I. *A Matemática na Educação Básica.* Ministério da Educação: Departamento da Educação Básica, 1999.

BODGAN, R.C.; BIKLEN, S.K. *Investigação Qualitativa em Educação.* Portugal: Porto, 1994.

BRASIL: Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Vol. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

[7] O 1º ciclo em Portugal corresponde no Brasil aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

CUNHA, M. R. K. *A quebra da unidade e o número decimal:* um estudo diagnóstico nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2002.

CURI, E. *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos.* Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2004.

DENZIN, N.K.; LINCOLN, Y.S. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa:* teorias e abordagens. Trad. Sandra Regina Netz. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FIORENTINI et al. Formação de Professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. *Revista Educação em Revista – Dossiê Educação Matemática,* Belo Horizonte: UFMG, 2003.

GATTI, B. A. *A construção da pesquisa em educação no Brasil.* Brasília, Liber Livro Editora, 2007.

LOPES, C.A.E. *O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na Educação Infantil.* Tese de doutorado em Educação: UNICAMP, 2003.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. *A formação matemática do professor:* licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

NACARATO, A.M.; PASSOS, C.L.B.; CARAVALHO, D.L. de. Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. *Zetetiké,* Cempem, Unicamp, v. 12, n.21, p.9-33, jan./jun. 2004.

PONTE, J. P.; SANTOS, L. Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante,* Lisboa: APM, nº. 7, p. 3-32, 1996. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/curso_rio_claro.htm> Acesso em 5 jan. 2008.

SERRAZINA, Lurdes. Reflexão, conhecimento e práticas letivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º. Ciclo. *Quadrante*, Lisboa: APM, n.8, p.139-168, 1999.

___________. A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras. *Educação Matemática em Revista*. Ano 10, nº. 14, p. 67-73, 2003.

SILVA, V. L. *Números Decimais:* No que os saberes de adultos diferem dos de crianças? Dissertação de Mestrado em Educação, Recife: UFPE, 2006.

SHULMAN, Lee. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*: Washington, v. 15, n.2, February, 1986. p.4-14.

__________. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*. v. 57, n.1 Febuary, 1987. p. 1-22.

__________; WILSON, S. M.; RICHERT, A. E. - 150 different way's of knowing: representations of knowledge in teaching. *Exploring Teachers Thinking*, 1987. p.104-124.

___________; WILSON, S. M.; GROSSMAN, P. L. Teachers of Substance: subject matter knowledge for teaching. In: *Knowledge Base for the Beginning Teacher*. Ed Maynard C. Reynolds. For the American Association of Colleges for Teacher Education. Nova Yorque: Pergamon Press, 1989. p.23-36.

TARDIF, M. *Saberes Docentes e Formação Profissional.* Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

ZUNINO, D. L. *A matemática na escola: aqui e agora.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

INVESTIGAÇÃO E APRENDIZAGEM ENVOLVENDO PRODUÇÕES DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DIANTE DE CONJECTURAS NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Anete Valéria Masson Coimbra de Lima - UFMS

José Luiz Magalhães Freitas - UFMS

RESUMO: Neste artigo fazemos um estudo sobre produção de provas, visando não apenas a identificar tipos e níveis de validações produzidos por alunos, mas também investigar possibilidades de aprendizagem, tanto no que concerne ao uso da linguagem matemática quanto ao de generalidade envolvidas na produção de níveis mais elevados de provas. São estudadas descobertas, formulações e validações, linguagem matemática utilizada, bem como tipos e níveis de provas que os alunos produzem. Para a coleta de dados utilizamos a Engenharia Didática, instituída por Artigue, a qual utilizamos tanto para identificar tipos e níveis de provas que eles produzem, bem como para investigar aprendizagens observadas na resolução problemas envolvendo conjecturas no conjunto dos números inteiros. Nós nos interrogamos sobre as validações ocorridas durante o desenvolvimento das atividades da sequência didática. A partir da análise de produções de alunos, durante as sessões realizadas em sala de aula, foi possível identificar algumas provas da tipologia de proposta por Balacheff, bem como outras encontradas no trabalho de Freitas. Nas produções dos alunos, analisadas até o momento, foram observados indícios de aprendizagem, tanto no que se refere ao domínio da linguagem quanto aos níveis de provas que os alunos produzem.
PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Ensino Médio. Validação Algébrica.

1. Introdução

Tendências atuais em Educação Matemática apontam para a necessidade de ir além do domínio da técnica, ou seja, não basta tomar uma fórmula e aplicá-la, é igualmente importante entender sua origem e por que a mesma é verdadeira.

Em nosso levantamento bibliográfico, percebemos por que a construção de provas pelos alunos é um assunto que causa angústia em alguns pesquisadores brasileiros. Destacamos Pietropaolo (2005), que apresenta em sua tese a existência de muitas pesquisas, envolvendo provas na Educação Básica. Esse pesquisador identificou a presença do senso comum entre os professores de Matemática entrevistados, no qual a prova é vista como "conteúdo" e como recurso pedagógico bastante rico em sala de aula, mas desde que se admita um sentido maior para essa palavra e não a simples reprodução – pelo aluno e professor – das provas presentes nos livros, mas sim o "fazer matemática" em sala de aula, envolvendo assim experimentações, conjecturas e argumentações.

Encontramos também, na dissertação de Leandro (2006), o estudo diagnóstico das validações realizadas por alunos do Ensino Médio de uma escola localizada em São Paulo, no qual ele se apoiou na *Tipologia de Provas de Ballacheff (1988)*, que é resultado de sua tese de doutorado. O pesquisador aponta as dificuldades dos alunos ao construírem e elaborarem provas matemáticas, desde as mais empíricas até as mais formais. Em seu trabalho, ao analisar uma classe particular de problemas, ele identifica a existência de diferentes tipos e níveis de prova em Matemática.

Healy e Hoyles (2000) realizaram um estudo sobre concepção de provas matemáticas produzidas por alunos ingleses com idades entre 14 e 15 anos. Constataram que o empirismo é muito forte e que os alunos possuem muitas dificuldades na elaboração de provas mais formais. Como resultado, chegou-se à conclusão de que tais dificuldades não se devem somente à competência dos alunos, mas também a fatores curriculares, pois as demonstrações matemáticas são pouco trabalhadas em sala de aula. Os questionários elaborados por esses pesquisadores já foram adaptados e utilizados em vários países.

Há vários estudos dedicados à passagem da Aritmética para a Álgebra. Essa passagem tem se mostrado fonte de dificuldades para um grande número de alunos, dentre elas aquelas ligadas à introdução do formalismo algébrico (Chevallard 1985 e 1989, Gallardo 1988, Vergnaud 1988). No entanto, trabalhos sobre o aprendizado da demonstração são frequentes para conteúdos de Geometria, mas poucos são os estudos específicos sobre processos de prova na resolução de problemas de “Aritmética-Álgebra”.

Como o estudo que aqui apresentamos está centrado em conjecturas e provas no conjunto dos inteiros e em problemas na passagem da Aritmética para a Álgebra, priorizamos a análise de trabalhos de alguns autores, cujos objetos de estudo estão mais próximos dessa temática.

No trabalho realizado por Freitas (1993), relativamente ao campo da Aritmética-Álgebra, foram identificados dois tipos de provas intelectuais: a prova por enunciados e a prova algébrica. Essa distinção foi feita levando em conta de um lado, a linguagem empregada (linguagem natural versus linguagem algébrica); de outro, o funcionamento mental inerente. Segundo Freitas (2007), a atividade de validação dos alunos depende tanto do domínio da linguagem quanto do conteúdo:

> Nas duas categorias de provas, “pragmáticas” e “intelectuais”, produzidas pelos alunos observamos tanto tratamentos de registros, quanto conversões entre três tipos de registros de representação: linguagem natural, numérica e algébrica. Observamos que a atividade de validação é indissociável do registro utilizado, ou seja, que a provas produzidas pelo aluno dependem tanto do seu domínio sobre registro de representação quanto do nível de conhecimento sobre o conteúdo representado. (FREITAS, 2007, p.123)

No tipo “prova por enunciados”, a formulação da sequência dedutiva das afirmações é apresentada em linguagem natural, enquanto que no tipo “prova algébrica” a seqüência de afirmações prioriza o emprego de códigos simbólicos da linguagem algébrica para atingir relações gerais. Nesse trabalho, identificou-se que muitos alunos, de início do Ensino Médio, diante de certos problemas que exigem um nível mais elevado de abstração ou de generalização, insistiam em verificar exemplos aritméticos particulares, permanecendo no nível empírico de validação sem atingir o nível adequado.

Ainda no que concerne ao aprendizado da Álgebra, em nível dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, constata-se que um dos principais objetivos é desenvolver a capacidade de utilização de símbolos, que inclui tanto o cálculo algébrico quanto a modelagem e o estudo de variação. Segundo Ponte (2000), o pensamento algébrico deve igualmente incluir a capacidade de lidar com estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios e, em particular, na validação algébrica de conjecturas.

Ponte (2003) desenvolve atividades de investigação com alunos de faixa etária entre 12 e 14 anos, para uma variedade de problemas envolvendo a produção e validação de conjecturas, alguns bastante próximos daqueles por nós trabalhados. Dentre suas conclusões, ele identifica a "partilha de conhecimentos" como um aspecto importante desse trabalho:

> Os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Essa fase deve permitir também uma sistematização das principais idéias e uma reflexão sobre o trabalho realizado. (PONTE, 2003, p. 41)

A partir desses estudos desenvolvemos um trabalho visando não apenas a identificar tipos e níveis de provas produzidos, mas também a investigar possibilidades de aprendizagem, tanto no que concerne ao uso da linguagem matemática quanto ao de generalidade envolvido na produção de níveis mais elevados de provas.

2. Referencial teórico e metodológico

Dois foram os referenciais teóricos básicos sobre os quais nos apoiamos na condução desta pesquisa: a Teoria das Situações Didáticas, proposta por Brousseau (1986) e o modelo de produção de provas de Balacheff (1988). No que concerne à parte metodológica, para coleta e análise de dados sobre provas produzidas e aprendizagens realizadas pelos alunos, nos apoiamos na Engenharia Didática proposta por Artigue (1988). Consideramos que esses referenciais são adequados para as análises das dimensões teórica e experimental de nossa pesquisa, pois além de integrarem um mesmo programa epistemológico, acreditamos que, neste caso, eles se complementam quanto às abordagens que fizemos.

Para a análise das validações produzidas pelos alunos tomamos por base o modelo proposto por Balacheff (1988). A partir de uma grande quantidade de produções de alunos, diante de um problema de Geometria Combinatória, ele identifica e hierarquiza quatro tipos de provas, que são os seguintes:

- Empirismo ingênuo: *A*firma-se a verdade de uma proposição após a verificação de alguns casos particulares. É considerado o primeiro passo no processo de generalização.

- Experimento Crucial: *A*firma-se a verdade de uma proposição após a verificação de casos particulares, seguido da verificação de um caso especial, geralmente não familiar. A diferença principal com relação ao empirismo ingênuo é que o indivíduo, após verificar a validade da proposição para alguns casos particulares ainda não se dá por satisfeito e sente a necessidade de testar mais um caso "especial" para tirar a dúvida.

- Exemplo Genérico: *A*firma-se a verdade de uma proposição após a manipulação de um caso particular, mas de modo a considerá-lo com uma característica que representa uma classe de objetos.

- Experimento mental: *A*firma-se a verdade de uma proposição, de forma genérica, após conceber internamente as ações realizadas sobre as proposições em questão. Neste caso, o texto da prova indica generalidade e advém de uma tentativa de revelar uma classe de objetos.

Segundo Balacheff (1988), são consideradas pragmáticas as provas apresentadas no nível do *empirismo ingênuo* e do *experimento crucial*. As provas apresentadas ao nível do *exemplo genérico* representam um momento de passagem entre as provas pragmáticas e as conceituais. O *experimento mental* já representa, nesse contexto, uma prova conceitual. Ainda nesse trabalho, Ballacheff (1988) propõe um nível superior ao experimento de pensamento denominado por ele "Cálculo nas Afirmações". Nesse nível, as provas conceituais se parecem muito com o que conhecemos por demonstrações.

Além dos tipos acima identificados na Tipologia de Provas de Ballacheff (1988), Freitas (1993), em seu trabalho de doutorado com alunos variando de idade entre 3 a 16 anos, estudando problemas situados da passagem da aritmética para a álgebra, identificou outros tipos de prova, os quais podem ser classificados em nível de experimento mental de Balacheff. Esses tipos de prova não foram analisados por Balacheff, mas podem aparecer quando se exploram outros tipos de problemas fora do conteúdo de Geometria Combinatória.

No campo de problemas envolvendo aritmética e álgebra, foi observado que, diante de algumas situações, para certos alunos, o empirismo e a experiência crucial têm valor de prova (e somente nestes casos nós falamos de provas pragmáticas), enquanto que para outros esse tipo de procedimento constitui somente um meio de descoberta da conjectura. Há casos em que, após uma fase de tentativas empíricas (ensaios numéricos sucessivos), os alunos elaboram uma prova "**por enunciados**".

> **As provas por enunciados**: Nós designamos assim as provas de nível intelectual que consistem em organizar diversas proposições em linguagem natural, cada uma dessas proposições elementares sendo consideradas como verdadeiras pelo sujeito. São construções intelectuais fundamentadas em teorias, em geral não formalizadas e não completamente explicitadas. Na operação que consiste em organizar enunciados em linguagem natural, o raciocínio do aluno apoia-se em proposições que podem ter status e valores epistêmicos diferentes. (FREITAS, 2007, p. 119)

Quando a "prova por enunciados" explicitar todos os enunciados das propriedades utilizadas, ela será chamada de *prova por enunciados completa*. Caso haja propriedades implícitas, chamá-la-emos de *prova por enunciados incompleta.*

Para a análise da evolução das aprendizagens dos alunos nos apoiamos no modelo da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1988). Segundo ele, para que ocorra aprendizagem é necessário que haja interação do aluno com um meio, fonte de desequilíbrios e contradições, ao qual ele deve buscar se adaptar. É nesse processo de adaptação, de busca de novas respostas para os desafios encontrados, que ele produz novos conhecimentos os quais confirmam que ele aprendeu. De maneira sucinta, segundo esta teoria, o professor deve procurar efetuar a devolução de bons problemas aos alunos, que sejam adequados para a aprendizagem de conceitos e conteúdos desejáveis. O professor deve criar situações possibilitem que o aluno entre no jogo, ou seja, que aceite o problema como seu e mergulhe em momentos ou fases adidáticas de ação, formulação e validação. À medida que o aluno consegue agir, falar ou pensar e efetuar descobertas, ele estará construindo ou reconstruindo conhecimentos.

No desenvolvimento experimental de nossa pesquisa, para as atividades integrantes das sessões da sequência didática desenvolvidas com os alunos, buscamos fazer com que elas fossem ricas em fases adidáticas, as quais deveriam aos alunos se comportar de maneira semelhante ao pesquisador. O processo de planejamento, elaboração, aplicação e análise da seqüência é o que constituiu a Engenharia Didática proposta por Artigue (1988), com a qual buscamos investigar o objeto, que é a identificação de tipos de validações ou de refutações de conjecturas com diferentes níveis de dificuldades, por alunos do 3º ano do Ensino Médio. Além de identificar tipos e níveis de provas produzidas pelos alunos, pretende-se investigar possíveis aprendizagens no que concerne ao domínio da linguagem e aos níveis de provas por eles produzidas.

No primeiro momento da Engenharia, referente às *análises prévias,* foi realizada uma revisão de literatura e investigação de tipos de problemas que apresentam conjecturas no campo dos números inteiros, tanto em livros didáticos como em outras publicações. Em seguida coletamos e analisamos várias atividades e construímos um conjunto de situações, constituindo uma sequência didática, para a qual foram previstas dez sessões aplicadas em sala de aula. Nessa fase estruturamos uma *análise a priori* completando a elaboração da sequência didática, composta de uma diversidade de conjecturas que permitem o uso de registros aritméticos, língua natural e algébrica, bem como diferentes níveis de validação. Na fase atual concluímos a aplicação da sequência didática, cuja descrição de alguns aspectos que consideramos importantes, apresentamos a seguir.

3. Desenvolvimento experimental e análise de produções de alunos

A população foi constituída por 10 alunos de 3ª série do Ensino Médio de um Colégio Particular, da cidade de Campo Grande/MS. Esses 10 alunos pertenciam a várias salas e aceitaram o convite para participar da pesquisa de forma voluntária, que acabou formando um grupo de alunos interessados. Cada sessão teve duração de aproximadamente duas horas e foi realizada uma vez por semana, fora do período normal de aulas, ou seja, para os alunos que dela participaram caracterizou-se como atividade extraclasse. Em cada sessão, ao término de cada atividade, num tempo que varia de 5 a 10 minutos, o professor pesquisador realizou com a turma uma breve discussão sobre suas produções e dificuldades encontradas e em seguida promoveu uma fase de institucionalização. Por limitações de espaço e tempo apresentamos com mais detalhes apenas a primeira das 10 sessões já realizadas.

A **SESSÃO 1** foi composta das seguintes atividades:

Atividade 1*. Observe as afirmações abaixo. Verifique se são verdadeiras e justifique suas respostas através de provas matemáticas.*

1. A soma de dois números pares é sempre par.

2. A soma de três números pares é sempre par.

3. A soma de ***n*** *números pares é sempre par.*

Atividade 2*. Resolva os problemas, justificando suas respostas.*

1. A soma de três números consecutivos é sempre múltiplo de três?

2. A soma de quatro números consecutivos é sempre múltiplo de quatro?

3. A soma de 5 números consecutivos é sempre múltiplo de cinco?

***DESAFIOS**: Verifique se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa e apresente uma justificativa matemática para cada resposta.*

A soma de uma quantidade ímpar de números ímpares é sempre um número ímpar.

*A soma de **n** números inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de **n**, se **n** é par.*

*A soma de **n** números inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de **n**, se **n** é ímpar.*

Com relação à atividade 1 prevíamos que a maioria dos alunos apresentaria soluções do tipo empirismo ingênuo, pelo fato de que a representação geral de um número pare qualquer na forma 2k, $k \in Z$ e de um número ímpar na forma 2k+1, $k \in Z$ não havia sido muito trabalhada em sala de aula. Além disso, normalmente os alunos são pouco estimulados, pelos professores e pela escola, a produzirem justificativas matemáticas formais, uma vez que as mesmas quase não são cobradas nos exames vestibulares. De fato, essa previsão se confirmou, pois apenas dois alunos utilizaram letras na tentativa de produzirem provas usando notações simbólicas. Além disso, a letra utilizada no discurso matemático do aluno TR pode ser caracterizada, não como variável funcional, mas como uma vontade de representar uma característica geral.

Como ilustração, apresentamos abaixo a solução produzida por TR para o item 2 da **atividade 1**, a qual pede para verificar e justificar a veracidade da afirmação: “A soma de três números pares é sempre par”. A resposta de TR é a seguinte: *Verdadeiro. Todo número par é múltiplo de 2, logo a soma de três números pares é 2n, onde n é a soma dos quocientes de X, Y e Z por 2.*

BR foi o único aluno que produziu uma prova algébrica, usando a letra com alto nível de generalidade. Como ilustração, apresentamos abaixo a solução produzida por BR para o mesmo item 2 da **atividade 1**. A resposta de BR é a seguinte: *Verdadeiro. Se um número inteiro* <u>*n*</u> *é par, ele pode ser escrito na forma n = 2a, onde* $a = \frac{n}{2}$ *e* $a \in Z$.

$n_1 + n_2 + n_3 = 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = 2\,(a_1 + a_2 + a_3)$ Par

Podemos observar que este aluno BR teve o cuidado de usar índices diferentes, mostrando que percebeu que os números ímpares podem ser distintos. Para as demais atividades da sessão ele manteve o mesmo padrão de respostas, mostrando que possui maior nível de conhecimento matemático sobre esse tipo de conteúdo.

Quase todos demais, para esta **atividade 1**, apresentaram respostas do tipo sim ou não seguidas de exemplos. Há casos em que, apesar de apresentar poucos apenas três exemplos, é possível interpretar que houve não permaneceram no tipo empirismo ingênuo, mas que chegaram ao tipo experiência crucial. É o caso do aluno LN, que para o item 1 da atividade 1, a qual pede para verificar e justificar a veracidade da afirmação: "A soma de dois números pares é sempre par". Resposta de LN: *Sim, ex.* $2 + 2 = 4$, $4 + 32 = 36$, 4.044 + 8.316 = 12.360 .

Neste caso, observamos que ele fez dois cálculos com a soma de dois números relativamente pequenos e em seguida fez o cálculo com dois números muito maiores. Isso pode ser interpretado que ele ficou com dúvida se a propriedade era sempre válida e resolveu fazer mais um teste para a soma dos números 4.044 + 8.316. Esta adição pode ser por nós caracterizada como uma "experiência crucial" no sentido de Balacheff.

Como dissemos anteriormente, ao final da atividade 1 desta SESSÃO 1 foram recolhidas as folhas com as produções de cada aluno e, em seguida, realizamos discussões com os alunos sobre as soluções por eles apresentadas. Ao final houve um pequeno momento de institucionalização, incluindo a análise das soluções produzidas por BR, que certamente foi a mais valorizada por todos.

Em seguida foi distribuída outra folha para cada aluno, a qual continha a **atividade 2**. Era esperado que grande parte dos alunos realizasse tentativas numéricas antes de se empenhar na produção de algum tipo de prova de nível mais elevado, por meio do uso de linguagem algébrica ou de algum outro tipo de teorização ou formalização. No entanto, observamos que, para esta **atividade 2**, a quantidade de alunos que buscou soluções algébricas aumentou significativamente. Desde o início quase todos buscaram encontrar a solução por meio do uso de registros algébricos. Como as atividades apresentavam baixo nível de dificuldade e como eles já tinham participado da institucionalização das soluções dos problemas da **atividade 1**, quase todos acertaram todos os itens desta atividade. A surpresa maior foi que mesmo para o item 2, que trazia a seguinte pergunta: "A soma de quatro números consecutivos é sempre múltiplo de 4?", a metade dos alunos respondeu usando cálculos algébricos, ao invés de apresentar um simples contra-exemplo. Donde se pode inferir que esses alunos passaram a valorizar mais as soluções para as quais se utilizam símbolos algébricos. Como ilustração apresentamos a seguir a resposta do aluno RT: *Sejam* n, $n+1$, $n+2$, $n+3$, *números inteiros e consecutivos. Fazendo a soma entre* $n + n+1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6, n \in Z$.

Logo a soma de quatro consecutivos nunca resultará em um n^o *múltiplo de 4.*

As respostas dos outros quatro alunos que produziram soluções algébricas, também foram parecidas com à do aluno RT.

Com relação à última parte da sessão, a qual continha alguns desafios num nível mais elevado de generalidade, foi observado que eles se envolveram na busca de soluções, mas a maioria teve dificuldade em atingir o nível de generalidade dos problemas propostos.

4. Considerações finais

A partir da avaliação dessa 1ª sessão pudemos identificar que a ausência de incógnitas nas conjecturas favorece o aparecimento de provas do tipo empirismo ingênuo e a presença de incógnitas nos enunciados induz a produção de provas algébricas pelos alunos. Outra constatação é que a quantidade de números influencia nos tipos de provas desenvolvidos pelos alunos, favorecendo a produção de provas conceituais, no entanto, a quantidade de variáveis, pode inferir no aparecimento de provas algébricas.

Foi possível identificar algumas demonstrações da tipologia de provas proposta por Balacheff (1988), bem como outras encontradas no trabalho de Freitas (1993), como as que fazem uso da linguagem algébrica ou que utilizam outros tipos de registros. No entanto, após as primeiras institucionalizações feitas, ao perceberem a potencialidade do uso adequado de registros algébricos para modelarem problemas dessa natureza, os alunos puderam restringir a utilização de registros numéricos. Acreditamos que essa ocorrência pode se caracterizar como um fator positivo para o aprendizado de técnicas de modelagem algébrica. Entretanto, é necessário que o professor insista em que a utilização de contra-exemplos é um importante instrumento na produção de provas. Não o fazendo, os alunos poderão abandonar quase por completo esse tipo de recurso.

Ainda com relação à aprendizagem, presenciamos, durante o desenvolvimento das atividades propostas, grande envolvimento dos alunos na busca de soluções em relação às situações adidáticas que, com certeza, colaboram para a construção de conhecimentos relativos ao objeto de pesquisa deste trabalho. Com isso pudemos observar a eficiência da produção de sequência didática visando à aprendizagem de demonstrações matemáticas.

Os estudos teóricos e as experimentações realizadas até o momento indicam que a devolução de situações-problema, contendo conjecturas, no conjunto dos números inteiros, pode ser facilmente realizada com alunos do Ensino Médio. Assim, o envolvimento dos alunos na busca de soluções para conjecturas desse tipo pode ser caracterizado como momentos de estudo, fundamentais para a aprendizagem matemática, ao lado da utilização do conjunto dos inteiros como ferramenta de aprendizagem.

5. Referências

ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique**. Recherches en Didactique des Mathémaques. Vol. 9, n^o 3, pp. 281-308, Grenoble : La pensée sauvage, 1988.

BALACHEFF, N. **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège.** Thèse, Université J. Fourier Grenoble, 1988.

BROUSSEAU, G. **Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques** – Recherches en Didactiques des Mathématiques. v.7, n^o 2, pp.33-116, Grenoble, 1986.

CHEVALLARD Y. **Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiqques au collège** (2e partie). Petit x, n^o 19, pp. 43-72, Ed. IREM de Grenoble, 1989.

________________. **L'activité de validation lors du passage de l'arithmétique à l'algèbre: une étude des types de preuves produits par des élèves de collège et lycée.** Thèse. Université Montpellier II, 1993.

________________. **Registros de representação na produção de provas na passagem da Aritmética para a Álgebra.** In: Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Org. Sílvia Dias Alcântara Machado, Campinas-SP, Papirus, 3a. ed., 2007.

________________. **Teoria das Situações Didáticas.** In: Educação Matemática. Org. Sílvia Dias Alcântara Machado, EDUC – Editora da PUC -SP, 3a. ed. SP, 2008.

FREITAS, J.L.M. **L'activité de validation lors du passage de l'arithmétique à l'algèbre: une étude des types de preuves produits par des élèves de collège et lycée**. Thèse. Université Montpellier II, 1993.

FREITAS, J.L.M. **Registros de representação na produção de provas na passagem da Aritmética para a Álgebra**. In: Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Org. Sílvia Dias Alcântara Machado, Campinas-SP, Papirus, 3a. ed., 2007.

GALLARDO A., ROJANO T. **Areas de dificuldades en la aquisiocón del lenguaje aritmetico-algebraico**. Recherches en Didactiques des Mathématiques, Vol. 9, n^o 2, pp. 155-188, 1988.

HEALY, l. & HOYLES, C**. A study of proof conceptions in algebra, Journal for Research in Mathematics Education,** 31 (4), 396-428. 2000.

HEFEZ A. **Elementos da Aritmética**. Coleção Textos Universitários. Rio de Janeiro: Editora: SBM, 2005.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento Matemático: Provas e Refutações**. Rio de Janeiro-RJ, Zahar Editores, 1978.

____________. **Pruebas y refutaciones -la logica del descubrimiento matemático**. Madrid: Alianza Universidad. (1976/1982).

LEANDRO, EDNALDO JOSÉ. **Um Panorama de Argumentação de Alunos da Educação Básica: O Caso do Fatorial**, 2006.

PIETROPAULO, R. C. **(Re) Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática**. Tese de Doutorado, PUC / SP, 2005.

PONTE, J.P. **Números e Álgebra no currículo escolar** – Grupo de Investigação DIF – Didática e Formação – Centro de Investigação em Educação – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2000.

___________.**Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Editora Autêntica, MG 2003.

VERGNAUD G. **Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre.** Actes du premier colloque franco-allemand de didactique, pp. 189-199, 1988.

A ARGUMENTAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA POR ACADÊMICOS DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Antonio Sales - UEMS

Luiz Carlos Pais - UFMS

RESUMO: Este artigo tem por objetivo apresentar o resultado de uma atividade de pesquisa em Educação Matemática **envolvendo argumentação** em um curso de Licenciatura em Matemática. Situa a argumentação no contexto das provas e demonstrações e discute a sua importância na Educação Matemática. Apresenta uma síntese da Teoria Antropológica do Didático e utiliza-a como suporte teórico para análise da atividade. Alguns resultados apontam para a presença da argumentação lógica na resolução apresentada pelos acadêmicos.

PALAVRAS-CHAVE: Argumentação. Teoria Antropológica do Didático. Educação Matemática.

1. Introdução

Demonstrar, justificar e provar são conceitos frequentemente usados em Matemática, não necessariamente nesta ordem, mas sempre significando que o cumprimento da tarefa proposta não estará completo se não for devidamente comprovado ou explicado segundo regras pré-estabelecidas e aceitas como verdadeiras.

Desde que Tales de Mileto (Séc. VI a.C.) organizou dedutivamente a geometria e provou alguns teoremas (BOYER, 1996) e séculos depois Euclides de Alexandria (Séc.III a.C.) sistematizou a Matemática produzida até então, nos treze volumes dos Elementos, o estudo dessa ciência tem sido conduzido tendo em vista a formalização dos conceitos definidos pelo matemático e a demonstração das propriedades desses conceitos (BICUDO, 1999). Essas propriedades são em seguida despersonalizadas, descontextualizadas e generalizadas. A formalidade, como característica essencial e inconfundível da Matemática, é, portanto, um fim a ser perseguido especialmente no presente contexto em que predomina a concepção formalista encabeçada por David Hilbert (SNAPPER, 1984) e (BRASIL 1998, p. 26). No entanto, o seu estudo na sala de aula, através dos livros didáticos, por vezes, se apresenta excessivamente formal e precocemente sistematizado (BRASIL, 2007). Essa ausência de flexibilidade desprovê a Matemática da potencialidade de "ser o motor de inovações e de superação dos obstáculos, desde os mais simples até aqueles que significam verdadeiras barreiras epistemológicas no seu desenvolvimento" (BRASIL,1998, p. 26).

Entendemos que a demonstração tem uma grande contribuição para a aprendizagem da Matemática, mas que essa contribuição somente se efetiva quando são elaboradas atividades de tal modo que a demonstração seja a culminância de um processo e não o ponto de partida. Nem mesmo deverá estar muito próxima do ponto de partida. Entendemos ainda que há procedimentos pré-demonstrativos que, por serem insuficientes em si mesmos para se constituírem em um final de processo, possuem a flexibilidade necessária para conduzir à percepção da necessidade de um procedimento mais completo e, ao mesmo tempo, preparam o desenvolvimento da habilidade de demonstrar.

A demonstração como ponto de partida, ou como finalidade improrrogável, transparece um caráter impositivo. Ela encerra abruptamente o assunto em um contexto social em que o debate é valorizado. O ensino da Matemática necessita mesmo acontecer na contramão do contexto histórico em que vivemos?

Uma prática pré-demonstrativa, na classificação de Arsac (1992), é a explicação. Na categorização criada por esse autor a explicação inclui como casos particulares a prova e a demonstração, sendo esta última mais específica e um caso particular da prova. Prova, para ele, não possui a generalidade da demonstração, não possui o rigor desta e sua influência social é mais restrita. Da exposição de Arsac sobre o tema podemos deduzir que explicação é uma demonstração em sua forma embrionária.

Estamos pressupondo que haja ainda uma categoria mais ampla do que explicação, a argumentação. Argumentação é todo esforço de esclarecer, justificar, convencer e provar seja ele bem sucedido ou não.

Duval (1992-1993, p. 38) afirmou que "L'argumentation, à certains stades d'organisation, peut ne pas se différencier de l'explication et en quoi, cependant, elle lui est irréductible[8]"

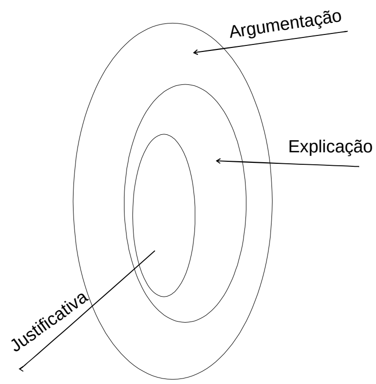
Em nossa forma de entender em uma argumentação há aspectos explicativos e aspectos justificativos. Pressupomos que explicação seja mais ampla do que a justificação. Isso significa dizer que a segunda está contida na primeira conforme esquema que apresentamos abaixo. Entendemos que a diferença entre ambas está na intencionalidade, termo este entendido conforme Husserl (2000)[9] .

O aspecto explicativo de uma argumentação tem sua ênfase no esclarecimento podendo ou não ter por objetivo justificar. Explicar não implica, necessariamente, uma defesa,

[8] A argumentação, em determinados estágios da organização pode não se diferenciar da explicação, no entanto, não se reduz a isso. (tradução nossa)
[9] "Este conceito, oriundo da filosofia medieval, significa: dirigir-se para, visar alguma coisa." Nota do Editor

uma prestação de contas. Pode significar apenas um esclarecimento. A justificativa, porém, sempre implicará numa defesa de um ponto de vista, de uma ação ou de um fato.

Dessa forma estamos entendendo que quem explica pode ter ou não a intenção de justificar. Mas, quem se propõe a justificar terá, necessariamente, que recorrer a uma explicação. Seguindo essa linha de raciocínio, em certo sentido, nossa concepção de justificativa coincide, em nível de abrangência e complexidade, com a prova definida por Arsac (1992). No entanto, há diferenças entre ambas: a prova encerra temporariamente a discussão sobre o assunto enquanto a justificativa fornece elementos para a prova. O esquema a seguir resume tais idéias.



De qualquer forma não se explica ou se argumenta por nada e não se concebe uma argumentação sem interlocutores. Olerón (1987) define argumentação como o processo pelo qual uma pessoa, ou um grupo, tenta conduzir um público a adotar uma posição através do recurso da apresentação de assertivas cujo objetivo é mostrar a validade, a lógica ou consolidação da proposta apresentada. Dessa forma, entendemos que a atividade de argumentar é composta por elementos racionais.

Mesmo concebendo que a argumentação pode estar centrada em raciocínios naturais a compreensão de que é possível evoluir da forma natural de pensar para uma forma racional justifica a presença da mesma no contexto do desenvolvimento de atividades de estudo da Matemática.

Perelman (*apud* OLERÓN, 1987), justifica o uso da argumentação tomando como base a liberdade dos indivíduos, os interesses pessoais e coletivos e o uso maciço dela pelos meios de comunicação. Já não podemos mais impor, temos que convencer.

A argumentação, segundo Pierre Olerón, é utilizada em um universo de conflitos, ambiguidades, incertezas, equívocos e desacordos. Por essa razão a argumentação, para conseguir os objetivos deve possuir: 1) raciocínio e influência (ou poder de influenciar); 2) rigor e sensibilidade, isto é, ter rigor na ordem de apresentação e abranger a sensibilidade dos conceitos utilizados; 3) dialética, no sentido de propor um acordo prevendo as divergências, as necessidades de mudar a estratégia; 4) verdade e eficácia (OLERÓN, 1987). A partir dessa categorização de elementos constituintes de um processo de demonstração é que foram elaboradas atividades de geometria visando analisar como esse processo se apresenta na resolução de determinadas tarefas.

Este artigo tem por finalidade apresentar a análise da argumentação produzida por acadêmicos do primeiro ano de um curso de licenciatura em Matemática na resolução de uma tarefa proposta. No entanto, essa análise é apenas um fragmento de um trabalho de maior amplitude que culminará em uma tese de doutorado no PPGEDU/UFMS.

A teoria de suporte para a análise da produção desses acadêmicos é a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

2. TAD: uma teoria da prática

A TAD tem como teóricos proponentes Chevallard (2001), Bosch e Gascón (2001). Os autores analisam as práticas docentes e o estudo da matemática em termos de praxeologia. Praxeologia é uma teoria que se ocupa da atividade humana ou, mais precisamente, da ação eficiente. Essa teoria denomina-se de antropológica porque discute processos imbuídos do conhecimento como produto social, no seio das instituições sociais.

É uma teoria do *didático* por considerar que há produção ou apropriação de conhecimento sempre que houver um problema, de qualquer natureza, cuja solução exige que se construa um conhecimento ou aproprie de um já existente. Nesse contexto, aprender matemática é um problema e põe em ação uma praxeologia didática.

A TAD, portanto, se constitui num modelo de análise do ensino e da aprendizagem da Matemática a partir do próprio conteúdo, uma vez que o problema da dificuldade de aprendizagem desse componente curricular ou disciplina (conforme o nível de estudo), segundo esse ponto de vista, não está no sujeito que ensina e nem no sujeito que aprende mas no próprio conhecimento.

A praxeologia, nesse contexto, tem duas faces. Uma é a organização matemática elaborada com o objetivo de envolver o aluno no processo, desafiá-lo através de um problema. A outra face é a organização didática que consiste em mobilizar planejamentos, ações e instrumentos para que o objetivo proposto seja alcançado. As duas são inseparáveis e interdependentes. Portanto, praxeologia está sendo concebida como a teoria da forma eficaz de estudar matemática visando a apropriação dos objetos matemáticos.

De acordo com a TAD uma organização matemática com o objetivo de estudar, ou tal como ocorre em sala de aula, é composta de tarefas, técnicas, tecnologias e teoria e os conceitos matemáticos recebem a denominação de objetos matemáticos (CHEVALLARD & BOSCH, 1999).

Tecnologia não tem o sentido de artefato, um utilitário resultante de uma investigação cientifica, como normalmente se concebe. No contexto da TAD, tecnologia, significa a explicação da lógica do funcionamento do artefato, a justificativa racional do princípio de funcionamento e das razões da sua existência.

Tarefa é a atividade proposta com o objetivo de desafiar, de conduzir a uma constatação das propriedades de um objeto matemático, de aplicar as propriedades de um objeto na resolução de um problema ou de representar o próprio objeto.

A representação de um objeto matemático também é um objeto, um objeto da atividade matemática. Nesse caso diz-se que ele é um objeto ostensivo por que se mostra, se faz sentir, enquanto os objetos matemáticos são denominados de objetos não-ostensivos, isto é, aqueles que não se mostram por si mesmos. Os objetos não-ostensivos são “vistos” e manipulados através dos objetos ostensivos.

A grafia, a palavra falada, o desenho, o gesto, são formas de construir, abordar, manipular, dar visibilidade aos objetos matemáticos não-ostensivos.

Na resolução de uma tarefa proposta recorre-se a uma ou mais técnicas. Essas técnicas, quando conduzem a uma resolução correta, são explicadas pela tecnologia que por sua vez se apóia na teoria geral da ciência da qual faz parte.

3. A Metodologia do Trabalho

A atividade matemática analisada a seguir foi elaborada visando estudar as organizações que os acadêmicos colocam em prática ao desenvolver o discurso da justificação durante as atividades de geometria. Ao propor a atividade pretendia-se ver o nível de investimento do saber apropriado durante as atividades matemáticas desenvolvidas em aula, as técnicas utilizadas e as justificativas apresentadas, isto é, a pertinência da tecnologia utilizada.

No início do ano solicitamos aos alunos a permissão de conduzir, a partir do trabalho com eles, uma pesquisa. Informamos que muito do material que viesse a ser produzido por eles seria analisado à luz de uma teoria e que poderia servir como material para publicação.

Havia uma disposição bem nítida em colaborar e, em nenhum momento, alguém reclamou. Pelo contrário, algumas vezes, ao iniciar a atividade proposta alguém da classe dizia: “caprichando em gente, vamos colaborar com a pesquisa”. É evidente que a explicação matematicamente correta que o acadêmico viria fornecer para a atividade proposta, isto é, para a tarefa proposta dependeria do seu nível de compreensão das atividades desenvolvidas em sala de aula que, por sua vez, depende do envolvimento pessoal nessas atividades e da forma com que as mesmas foram planejadas e desenvolvidas.

Buscaremos analisar em primeiro lugar, a organização do aluno para dar respostas à questão proposta, para resolver a tarefa, e, em segundo lugar, a argumentação levando em conta o encadeamento do raciocínio. É de interesse saber quais as técnicas postas em prática e se o raciocínio conduzido possui uma lógica, no sentido dado por Dewey(1928, p. 98): “En su sentido más amplio, todo pensamiento que llega a uma conclusión es lógico[10]”.

Para esse autor mesmo que a justificativa apresentada seja uma falácia, se conduziu a uma conclusão, esse pensamento utilizado foi lógico.

Na concepção de Dewey (1928, p.98) há conclusões que são “logicamente boas” e conclusões que são “logicamente más” dependendo da qualidade das justificativas apresentadas - se estão bem definidas, se são evidentes ou foram previamente demonstradas ou não. Depende também da relação entre a conclusão e o encadeamento das justificativas apresentadas. Em um sentido mais estrito, afirma Dewey, que

> “El vocablo lógico se refiere solamente a lo que está demostrado que se sigue necesariamente de las premisas que tienem una significación definida y que o son evidentes por sí mismas o se ha demostrado previamente su verdad. El carácter de la prueba es aquí el equivalente de lo lógico. En este sentido las matemáticas y la lógica formal (quizá como una rama de las matemáticas) son las únicas estrictamente lógicas[11]” (DEWEY, 1928, p. 98).

Conforme já foi visto em parágrafos precedentes estamos concebendo a argumentação no sentido que Arsac (1992) atribui à explicação, isto é, como um elemento pré-demonstrativo, portanto, um raciocínio lógico no seu sentido mais amplo e esclarecemos que a atividade ficou restrita ao campo da geometria plana, numa abordagem semi-euclidiana.

A abordagem euclidiana requer que todas as proposições sejam demonstradas a partir de definições, postulados, lemas e teoremas já de domínio do acadêmico. Por abordagem semi-euclidiana estamos entendendo aquela que axiomatiza teoremas e lemas ainda não

---

[10] Em seu sentido mais amplo, todo pensamento que chega a uma conclusão é lógico. (tradução nossa)

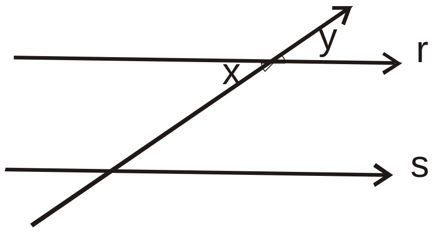
[11] O vocábulo se refere somente ao que está demonstrado a partir das premissas que têm significações definidas e que são evidentes por si mesmas ou que cuja verdade foi demonstrada previamente. O caráter de prova é tomado como equivalente a lógico. Neste sentido as matemáticas e a lógica formal (como um ramo da matemática) são as únicas estritamente lógicas (tradução nossa).

dominados para que possam ser utilizados na demonstração de outros. Esta prática, segundo Bicudo (1999), é muito comum entre os matemáticos.

A atividade foi proposta após terem sido desenvolvidas varias atividades envolvendo os conceitos de paralelas e transversais, ângulos colaterais internos e colaterais externos, ângulos alternos internos e alternos externos, ângulos complementares e suplementares. As congruências entre ângulos alternos internos, ângulos correspondentes, ângulos alternos externos e a suplementariedade entre colaterais internos e entre colaterais externos foram postuladas e trabalhadas em diversas atividades.

4. A Atividade Proposta e sua Análise

"Na figura temos que *r//s*. Os ângulos x e y são opostos pelo vértice. O que se pode afirmar a respeito das medidas de *x* e *y* e outras relações entre eles? Deixem registrados os esboços que fizerem e as explicações. Não usem a borracha para nada e nem borrem algum risco ou palavra mesmo que julguem errados."



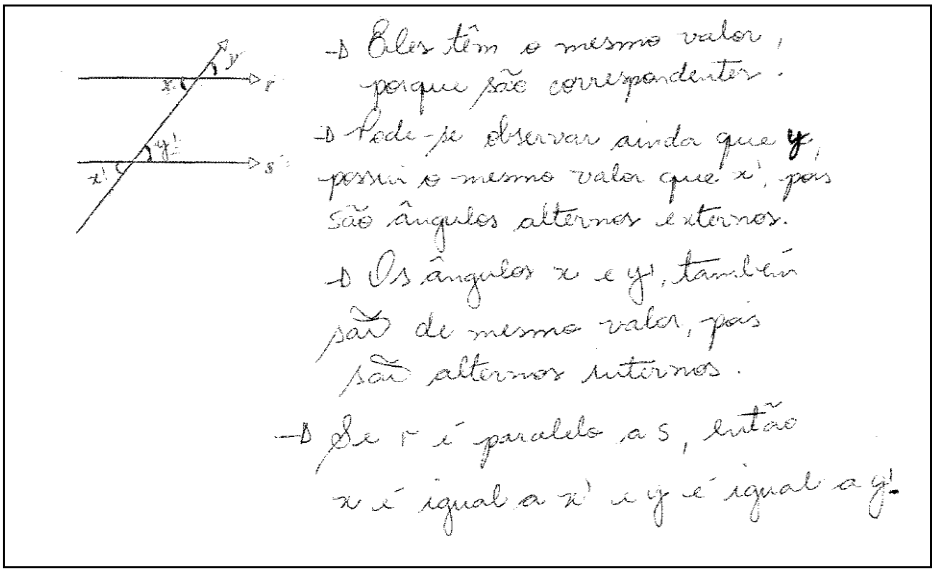
A atividade foi desenvolvida em duplas e nos parágrafos seguintes apresentaremos as argumentações dos acadêmicos e respectivas análises. Convém lembrar que termos como "congruência", "colaterais" não fazem parte do cotidiano dos acadêmicos e, portanto, requerem mais tempo para serem assimilados utilizados. Em todos os casos foi utilizada técnica do desenho[12]. Sem dúvida que essa técnica não foi espontânea uma vez que nas atividades didática e matemática desenvolvidas em sala envolviam esse ostensivo.

5. Resoluções Apresentadas

Relacionamos a seguir as resoluções apresentadas pelos acadêmicos, em um a ordem por nós arbitrada.

5.1. Resolução apresentada pela dupla nº 1.

[12] Por desenho estamos entendendo qualquer esboço gráfico. De acordo com a TAD o desenho é um objeto ostensivo que contribui para apropriação do não- ostensivo que, neste caso, é o entendimento que os acadêmicos tinham da tarefa proposta e de onde queriam chegar.



A técnica consistiu em utilizar as relações entre os ângulos alternos, internos e externos. A teoria foi dominada e a argumentação seguiu uma sequência lógica partindo de definições e premissas aceitas como verdadeiras. Houve investimento de saberes adquiridos e conhecimentos construídos a partir das atividades desenvolvidas.

A sequência seguida pela dupla, partindo da afirmação de que os ângulos "têm o mesmo valor" (tese) e em seguida apresentar as justificativas, é típica de uma demonstração, portanto, a tecnologia utilizada consistiu em demonstrar, embora a conclusão tenha ficado implícita. A hipótese fora dada, os ângulos são opostos pelo vértice, r//s e t é transversal, e a tese foi enunciada na primeira parte da primeira frase dos acadêmicos.

As justificativas apresentadas são coerentes e a conclusão de que x tem o mesmo valor que y ficou implícita.

A argumentação conduziu a uma conclusão, portanto, foi lógica conforme Dewey. A tecnologia utilizada justificou a técnica utilizada e esta deu conta de resolver a tarefa.

5.2. Resolução apresentada pela dupla nº 2

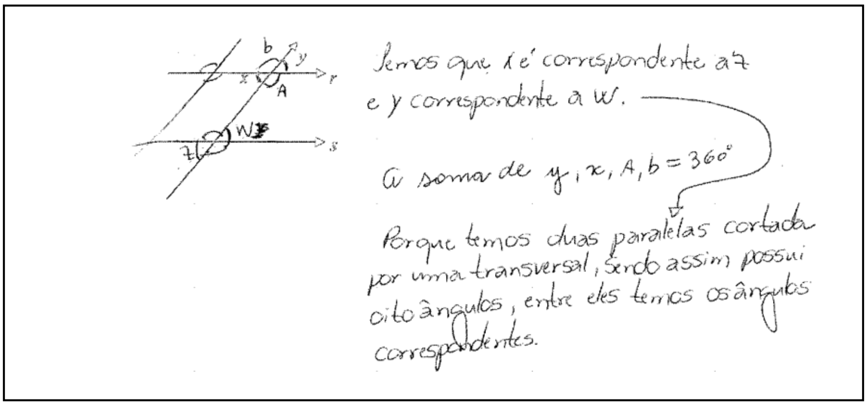


Figura nº 2

A técnica utilizada consistiu em buscar ângulos correspondentes e a soma de ângulos, mas não há uma lógica, pois a conclusão se distancia da que era esperada pela questão levantada. No entanto, percebe-se um investimento de saberes adquiridos, porém apresenta certa dificuldade em organizar os dados e conduzir a uma conclusão. A afirmação de que são correspondentes é justificada pelo fato de se ter duas paralelas cortadas por uma transversal. A tecnologia utilizada consistiu na utilização de um conhecimento superficial sobre paralelismo.

Não foi percebida a relação de congruência que há entre ângulos correspondentes, que o suplementar de x é o mesmo suplementar de y, que x tem o mesmo valor de w e que este por ser correspondente de y tem o mesmo valor.

O desenho nos induz a pensar que buscavam estabelecer as relações descritas no parágrafo anterior, mas que tal conhecimento ainda não estava consolidado.

5.3. Resolução apresentada pela dupla nº 3

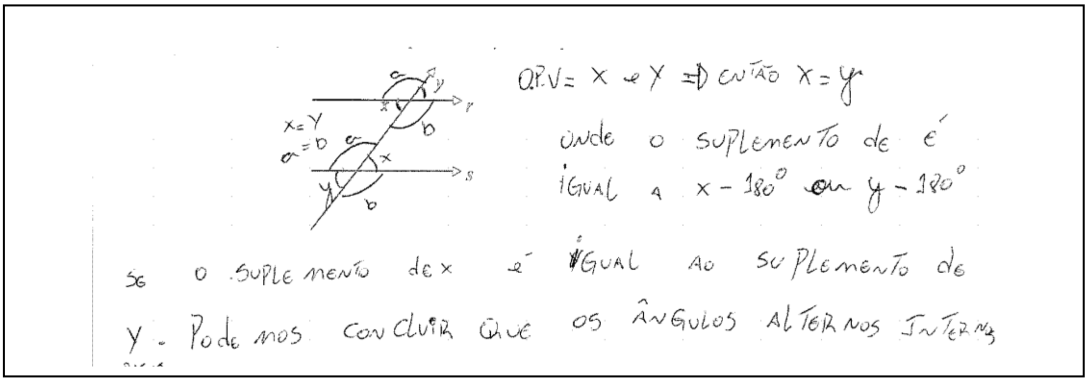


Figura nº 3

Nesse caso a dupla recorreu à ordem “se ...então ...”. Se x e y são o.p.v., então, x=y e utilizou a técnica do suplemento e poderia ter concluído satisfatoriamente, mas faltou a lógica de que trata Dewey porque a conclusão recai sobre outros ângulos.

A dupla apresentou dificuldades no registro, pois as afirmações de que x=y e a=b não permitem saber a quais ângulos se referiam dificultando a conclusão esperada. O desenho, mais uma vez, nos induz e pensar que a dupla buscava ângulos correspondentes, ângulos suplementares e ângulos congruentes.

Houve problemas de organização e, portanto, a tecnologia necessária não se mostrou plenamente embora estive latente.

5.5. Resolução apresentada pela dupla nº 4

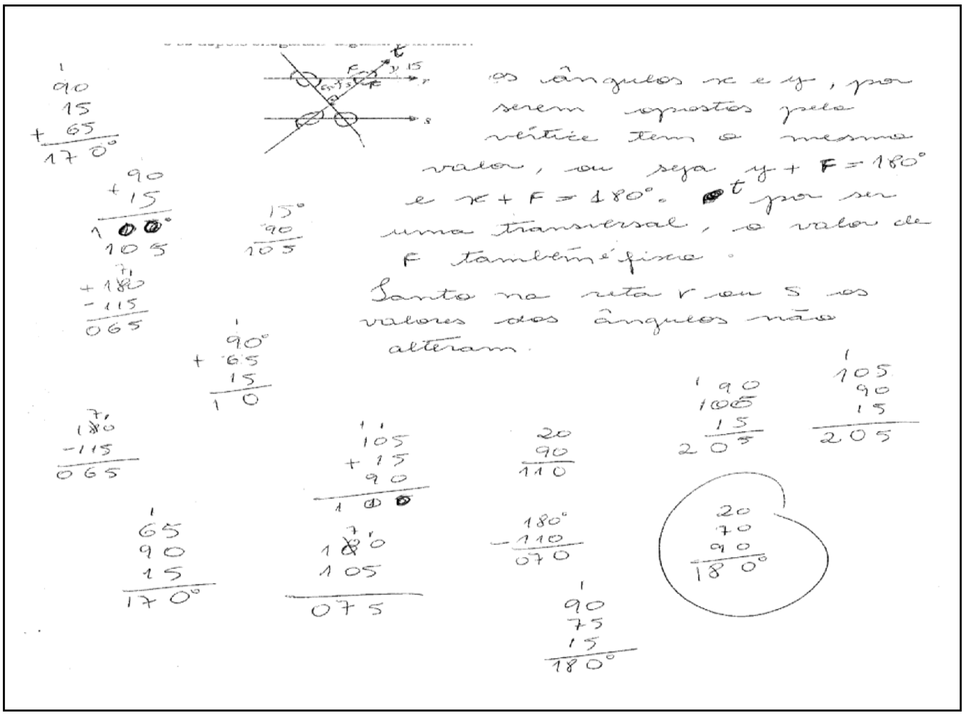


Figura nº 4.

Também aqui se percebe a expressão “se ... então” implícita. Se “ os ângulos x e y são opostos pelo vértice”, então, “tem o mesmo valor”.

A tecnologia utilizada, do ângulo suplementar fixo, está bem fundamentada, porém há registros de várias tentativas de busca empírica para o valor do ângulo através da soma dos ângulos internos de um triângulo. Buscava-se um valor fixo para os ângulos e não um valor relacional. Reconhecemos que a conclusão não era esperada por nós para nos indicar novas dimensões do nosso trabalho.

6. Considerações finais

Em todos os casos é possível vislumbrar algumas dificuldades na notação indicando que os elementos ostensivos não foram bem dominados e que há também dificuldades na manipulação desses ostensivos. E em vários casos há uma falha no encadeamento lógico e, em outros, clareza quanto ao objetivo da tarefa proposta. Em alguns casos há uma conclusão prévia, no estilo de uma demonstração, mas as premissas utilizadas e as justificativas que se seguem não dão suporte para essa conclusão.

Em todos eles a tecnologia utilizada consistiu em uma tentativa der utilizar as relações existentes entre ângulos formados entre retas paralelas e uma transversal. Conforme já visto era o que se esperava que acontecesse tendo em vista atividades desenvolvidas. A organização didática para trabalhar o assunto teve por base essas propriedades.

Também não se pode afirmar que as duplas que não conduziram a atividade visando a conclusão de que ângulos opostos pelo vértice são congruentes tenham falhada plenamente, pois pode ser que tenham focalizado a atenção na segunda parte da questão proposta: "O que se pode afirmar a respeito das medidas de *x* e *y* e outras relações entre eles?"

Se, está "evidente" a congruência, então deve-se buscar as outras relações pode ter sido o pensamento norteador de algumas duplas. Estas questões aqui levantadas indicam a necessidade de uma reformulação do problema e uma reaplicação da tarefa, mas também apontam para a possibilidade de se conduzir uma atividade matemática visando a demonstração a partir de elementos pré-demonstrativos. Nesse sentido, é importante observar que não é tempo ainda de concluir, mas já é possível vislumbrar caminhos e cuidados a serem tomados nas próximas atividades.

7. Referências

ARSAC, Gilbert. **Initiation au Raisonnement Déductif au Collège**. Lyon: Presses Universitaires de Lyon, 1992.

BICUDO, Irineu. História da Matemática: o pensamento da filosofia grega antiga e seus reflexos na educação matemática do mundo ocidental. *In*: BICUDO, M.A.V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

BOSCH, Marianna; GASCÓN, Joseph. Organizer L´Etude.2... Theories & Empires. In: DORIER, J.L et al.(eds). **Actes de la 11ª École d´Été de Didactique des Mathématiques**-corps 21 -30 Août 2001, pp.23-40.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Ed. Edgard Blücher. 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF,1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008**: Matemática. Brasília: MEC, 2007.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. Ostensivos e sensibilidade aos ostensivos na atividade matemática. **Recherches en Didatique des Mathématiques.** Nº 19, Ano 1999.

CHEVALLARD, Yves. Organizer L´Etude. 1. Strutures & Fonctions. In: DORIER, J.L et al.(eds). **Actes de la 11ª École d´Été de Didactique des Mathématiques**-corps 21 -30 Août 2001, pp.3-22

DEWEY, John. **Cómo Pensamos**. Madrid: Ediciones de la Lectura, 1928.

DUVAL, Raymond.Argumenter, demontrer, expliquer: continuite ou rupture cognitive? **"Petit X" nº 31**, p. 37-61, 1992-1993.

HUSSERL, Edmund. **Investigações lógicas**: sexta investigação: elementos de uma elucidação fenomenológica do conhecimento. São Paulo: Nova Cultural, 2000.

OLÉRON, Pierre. **L´Argumentation**. 2.ed.Paris: Presses Universitaires de France, 1987.

SNAPPER, Ernest. As três crises da matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. **Humanidades.** Brasília: 2(8), Jul/set. 1984.

ANÁLISE DA PRODUÇÃO DA LINHA DE PESQUISA ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO / UFMS NO PERÍODO DE 1994 a 2008.

Bernardete Maria Andreazza Gregio (UFMS)

José Felice (UFMS)

RESUMO: Neste artigo são apresentados os dados de um estudo que teve como pressuposto, a análise documental, de relatórios de dissertação, através da seleção, leitura e análise da produção da Linha de Pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática por meio de amostragem com a finalidade de desvelar as tendências epistemológicas da produção, levantamento de temas, referenciais teóricos, métodos, e objetos de investigação realizada nos 20 anos do Programa de Pós-Graduação em Educação – da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (PPGEdu/UFMS). Além de sistematizar a produção existente na área, faz-se necessário compreender as lacunas existentes nesse campo de investigação. Nesse sentido, os resultados apontam que a Linha de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática tem produzido trabalhos voltados para a teoria francesa, entre elas destaca-se a Engenharia Didática a Teoria Antropológica do Didático e a utilização do *software aplusix.* Os trabalhos, de um modo geral, foram realizados tendo como campo de pesquisa o ambiente escolar, privilegiando formas de ensinar Matemática a alunos do Ensino Fundamental. A análise do Livro Didático de Matemática também aparece nos trabalhos, no entanto, a crítica não oferece subsídios consistentes para futuras mudanças na utilização do material de apoio, ou seja, o manual didático que é o Livro. Os estudos que tratam de formação continuada evidenciam que a mesma não provoca os efeitos desejados na prática de sala de aula, pois há um distanciamento entre a ação docente e os estudos teóricos, aos quais os professores são submetidos. Por fim, este trabalho é um levantamento e não oferece uma análise aprofundada, é uma análise ainda superficial que merece ser melhor compreendida e assim, trazer algumas contribuições que poderão subsidiar novas investigações na produção da linha pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática como foco de atenção.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática; Formação e Prática Docente; Tendências Epistemológicas;

1 – INTRODUÇÃO

Neste artigo apresentamos os dados de um estudo que teve como pressuposto, a análise documental de relatórios de dissertação, através da seleção, leitura e análise da produção da Linha de Pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática (ECM) por meio de amostragem com a finalidade de desvelar as tendências epistemológicas da produção, levantamento de temas, referenciais teóricos, métodos, e objetos de investigação. Além de sistematizar a produção existente na área, faz-se necessário compreender as lacunas existentes nesse campo de investigação num momento bastante propício em que o Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGEdu) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) comemora seus 20 anos de existência.

O trabalho foi proposto pelo professor, durante as aulas da disciplina "Seminário de Epistemologia e Metodologia da Pesquisa em Educação II" do curso de doutorado, no momento em que estávamos estudando as tendências da pesquisa educacional empírico-analíticas, fenomenológico-hermenêuticas e crítico-dialéticas, descritas por (GAMBOA, 1997).

Esse trabalho vem de encontro com a necessidade de contribuir com a sistematização da produção existente. Essa necessidade se mostrou mais forte, sobretudo, ao se iniciar o desenvolvimento da pesquisa de doutorado sobre a formação do professores. Nesse sentido, a fim de organizar o trabalho, várias questões foram levantadas, como por exemplo: Quantos trabalhos foram produzidos dentro da linha, a qual fazemos parte?; Quais são os objetivos da linha?; Qual é a verdadeira história da linha em que estamos inseridos? E, Quais são as Tendências Epistemológicas marcantes da referida Linha de Pesquisa?

Assim, para a realização deste estudo foram estabelecidos inicialmente alguns critérios, tanto para a seleção do número de trabalhos para a análise técnica, quanto para a distribuição dos relatórios de dissertação entre os alunos de forma proporcional, pois não seria viável a análise de toda a produção, num curto espaço de tempo.

Os critérios estabelecidos foram os seguintes: a) levantamento do total de trabalhos cadastrados nos 20 anos do PPGEdu/UFMS; b) análise de 20% da produção total no período de 1994 a 2008; c) divisão dos doutorandos, turma 2008 por linha de pesquisa; d) divisão proporcional de trabalhos por linha; e) cada doutorando foi incumbido de analisar quatro relatórios de dissertação, sendo duas da própria linha e duas de outras linhas de pesquisa.

Dessa forma, o artigo contém um breve histórico do PPGEdu/UFMS, os objetivos e o mapeamento da produção da linha de pesquisa (ECM), as análises dos relatórios de dissertação da linha, tendências, teorias e métodos das pesquisas analisadas e o ponto de vista do grupo de estudo sobre o trabalho realizado.

O trabalho está dividido em seis tópicos: 1) Introdução; 2) História do PPGEdu/UFMS; 3) Contextualização da linha de pesquisa (ECM) e mapeamento da produção da linha; 4) Análise dos relatórios de dissertação, com destaque para as características dos trabalhos, tendências: teórico-metodológica e epistemológica, tipo de pesquisa, método e os aportes teóricos mais utilizados em pesquisas da matemática. 5) Análises dos resultados pesquisados e 6) As considerações finais.

2 – UM POUCO DA HISTÓRIA DO PROGRAMA

No ano de 2008 o PPGEdu/UFMS completou 20 anos de existência. Uma história marcada inicialmente pela luta de seus idealizadores que ainda hoje fazem parte do programa, como também por todos aqueles que contribuíram para a consolidação, solidez, e reconhecimento de um Programa de qualidade.

O começo de tudo foi muito difícil. Em linhas gerais, foi no ano de 1988 em parceria com a UNICAMP que nasceu o programa com a finalidade de atender os professores do DED/CCHS e também os professores da comunidade, oferecendo cursos de pós-graduação.

Inicialmente, quando foi implantado o Curso de Mestrado em Educação, o curso não contava com a organização em linhas de pesquisa, mas sim, por Áreas Temáticas, com uma única área de concentração – Educação Brasileira, seguindo o modelo da UNICAMP, (Universidade parceira da UFMS). Naquele momento eram três as áreas temáticas: Filosofia e História da Educação; Planejamento Educacional e Metodologia do Ensino. Essas unidades gestaram as linhas de investigação a partir do amadurecimento progressivo e da experiência acumulada.

Somente após a divulgação da primeira avaliação da CAPES/MEC, relativa ao biênio 92/93, na qual o programa recebeu o conceito C, que o curso foi organizado em quatro Linhas de Pesquisa: 1) Formação e Prática Profissional; 2) Diversidade Sociocultural e Subjetividade em Educação; 3) Idéias Educacionais e Pedagogias Contemporâneas; 4) Estado e políticas em Educação. Esse período foi marcado por um processo de análise dos problemas internos do programa que culminou no término do convênio com a UNICAMP. O programa adquire uma identidade própria, autonomia e também a criação da revista Intermeio, uma ferramenta importante na socialização da produção científica.

Foi somente em 1996, após a aprovação da Lei nº 9.394, que o Curso de Mestrado foi transformado em PPGEdu, após obter nota 4 da avaliação CAPES/MEC. Durante o período de 1996 a 2001, o programa manteve 4 linhas de pesquisa: Educação, Indivíduo e Sociedade; Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias Educacionais; Estado e Políticas Públicas; e Educação, Cultura e Disciplinas Escolares.

O processo de consolidação do programa gerou nova configurou em 2003, uma organização de quatro linhas de pesquisa mais delimitadas, após deliberações: Educação e Trabalho; Ensino de Ciências e Matemática; Estado e Políticas Públicas de Educação; e Educação, Cultura e Disciplinas Escolares. No final de 2004, foi implantada mais uma Linha de Pesquisa: Educação, Psicologia e Prática Docente, passando a ter cinco Linhas de Pesquisa.

Finalmente em 12 de novembro de 2004 que a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES informou através do Ofício Nº 199/2004 que o Conselho Técnico Científico (CTC), na reunião de 20 e 24 de setembro, após apreciação dos pareceres da consultoria científica externa, decidiu recomendar o Curso/Programa de Pós-Graduação em Educação, nível de Doutorado/UFMS, conforme estabelecido pela Portaria Ministerial nº

2.264, de 19 de Dezembro de 1997, passando a integrar o sistema regularmente acompanhado e avaliado pela CAPES/MEC.

As Linhas de Pesquisa se organizam e se estruturam numa dinâmica de grupos de pesquisa e definem suas temáticas de investigação e objetos de estudo. Assim, estabelecem as disciplinas, seminários e atividades.

Foi detectado que no período de 1988 até 2007 foram cadastrados no programa, 270 relatórios de dissertação de mestrado. No entanto, a produção de 20 anos, período que compreende os anos de 1988 a 03/11/2008 foram de 288 trabalhos. A amostragem foi obtida por técnica não-probabilística do tipo intencional, com um erro amostral tolerável de até 12% (E_0=0,12). O Tamanho mínimo inicial da amostra (N=56,10) foi arredondado para 60, a fim de permitir uma melhor distribuição de 60 relatórios de dissertação aos quinze doutorandos da turma 2008. Para equilibrar a distribuição dos trabalhos analisados entre as linhas de pesquisas cada doutorando foi incumbido de analisar quatro dissertações, sendo duas da própria linha e duas de outras linhas.

A tabela a seguir apresenta o resumo da distribuição das dissertações por linhas de pesquisa, distribuídos proporcionalmente entre os 15 alunos doutorandos de 2008.

Quadro 1 - Distribuição das dissertações por aluno e por linha de pesquisa

Número/Alunos	Linhas de Pesquisa	Dissertações para Análise
4	Educação e Trabalho	13
4	Ensino de Ciências e Matemática	8
2	Estado e Políticas Públicas na Educação	12
2	Escola, Cultura e Disciplinas Escolares	10
3	Educação, Psicologia e Prática Docente	10
	Temáticas relacionadas às Linhas de Pesquisas que foram suprimidas na trajetória histórica do **PPGEdu**	4
Total: 15		**57**

Fonte: Aula de Seminário II do dia 03/11/08.

A mostra dos 57 relatórios de dissertação levantados para análise ficaram assim distribuídos: 13 (22,80%) pertenciam a Linha de Pesquisa Educação e Trabalho; 08 (14,06%) a de Ensino de Ciências e Matemática; 12 (21,05%) a de Estado e Políticas Públicas de Educação; 10 (17,54%) a de Escola, Cultura e Disciplinas Escolares; 10 (17,54%); a de Educação, Psicologia e Prática Docente e 04 (7,01%) correspondendo as Temáticas.

Partindo dessa distribuição, a linha de pesquisa (ECM), contou apenas com dois integrantes. Cada integrante ficou incumbido pela analise de quatro relatórios de dissertação, totalizando assim, 8 relatórios de dissertação do universo de 57 trabalhos.

3 – LINHA DE PESQUISA ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

A Linha de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática se ocupa na investigação de aspectos didáticos e epistemológicos referentes à formação de conceitos nas áreas de ensino de ciências, matemática e novas tecnologias, por meio de um referencial metodológico que contemple a multiplicidade inerente ao fenômeno pedagógico escolar.

As temáticas relativas a processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos focam diferentes níveis de ensino, envolvendo tanto o plano de sala de aula, quanto de possíveis interferências do meio e de outros fatores. Nessa perspectiva pesquisa-se aspectos epistemológicos e didáticos da Matemática visando uma melhor compreensão dos fenômenos ligados ao ensino e a aprendizagem da Matemática e às relações entre saberes científicos e escolares.

As pesquisas dessa perspectiva são caracterizadas por respeitar um dos aspectos essenciais da área que é a especificidade do saber matemático. Esses trabalhos visam melhor compreender desafios do ensino e da aprendizagem dos principais campos de conteúdos da Matemática: álgebra, números e geometria. Tal maneira de conceber a Educação Matemática explicita-se, mais claramente, em trabalhos dedicados, por exemplo, a compreensão de questões pedagógicas e epistemológicas de conceitos matemáticos, tais como, funções, representação do espaço geométrico, vetores, entre vários outros. Para fundamentar as pesquisas que envolvem aspectos concernentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, uma parte dos pesquisadores envolvidos nessa proposta de Curso de Mestrado, tem priorizado teorias originadas na linha francesa da Didática da Matemática, procurando realçar seus vínculos epistemológicos com os conceitos dessa área de conhecimento.

As temáticas sobre Formação de Professores estão inseridas na linha de pesquisa relativas à formação inicial e continuada de profissionais de Educação Matemática, tanto em nível teórico quanto de práticas pedagógicas, em quaisquer níveis e sistemas de ensino, priorizando temáticas que valorizem a formação de docentes reflexivos e pesquisadores sobre ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Nessa perspectiva se desenvolvem estudos sobre formação de professores que focam as formas de conhecer e favorecer a evolução das idéias dos alunos e sobre a interação dessas idéias com a formulação e a implementação de metodologias investigativas em sala de aula e de perspectivas colaborativas entre os professores.

A temática que trata das tecnologias na educação matemática é caracterizada pela investigação da aprendizagem mediada pelo uso de ambientes informatizados e de tecnologias de informação. Ela visa o desenvolvimento de pesquisas sobre o uso de softwares matemáticos, no ambiente escolar, tanto como ferramenta de aprendizagem dos alunos da educação básica, quanto para identificação de dificuldades e concepções que eles mobilizam. Tem também como objetivo desenvolver estudos sobre material didático que possam ajudar na inclusão digital. Outro objeto de estudo é a formação de professores para o uso da informática, incluindo a educação à distância.

O atual representante da linha é o Professor Dr. Luiz Carlos Pais e os professores que fizeram parte da linha até 2008, são: Angela Maria Zanon, José Luiz Magalhães de Freitas, Luiz Carlos Pais, Marilena Bittar e Shirley Takeco Gebara. Apenas a professora Angela Maria Zanon saiu do programa.

Para realizar o levantamento da produção da linha de pesquisa (ECM), primeiramente houve a necessidade de investigar em que momento, essa linha de pesquisa se consolidou dentro do PPGEdu. Nesse sentido, algumas questões foram suscitadas, como por exemplo: A linha de pesquisa de (ECM) sempre existiu no programa com essa nomenclatura? Qual é a produção da linha, nesse período? Qual a sua tendência? Quais as contribuições da produção da linha (ECM)? Nessa investigação são percebidas lacunas que mereça atenção? Para responder a essas indagações, considera-se pertinente realizar um mapeamento da produção.

3.1 – Mapeamento da produção da Linha de Pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática

O PPGEdu/UFMS, produziu no período 1994/2008, 288 relatórios de dissertação. Os Professores do Programa ligados à área de Ciência e Matemática orientaram 3 trabalhos que foram apresentados em 1994. No período de 1997/2002 foi criada uma linha de pesquisa denominada de Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias Educacionais com a orientação desses professores, onde foram apresentados 10 trabalhos.

As linhas de Pesquisa foram definidas a partir de 2003, sendo que até este ano, ou seja, 1994/2002 quando ainda não estavam definidas as linhas de pesquisa, foram produzidos pelo Programa 141 relatórios de dissertação, sendo 13 orientados por professores da área de Ciência e Matemática. A seguir, o Quadro 2 apresenta o número de Relatórios de Dissertação do PPGEdu/UFMS no período de 1994 a 2002.

Quadro 2 - Relatórios de Dissertação do PPGEdu/UFMS, período 1994/2002.

Trabalhos produzidos pelo Programa	141	100%
Trabalhos produzidos pela área de Ciências e Matemática	13	9%

Fonte: http://www.propp.ufms.br/poseduc/mestrado/resumos.htm - Acesso em 03/11/08.

A partir de 2003, foram definidas as linhas de pesquisas do Programa (PPGEdu), sendo uma delas, à qual fazemos parte, nomeada como Linha de Pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática (ECM). A produção dessa linha de pesquisa no período 2003/2008 esta representada a seguir no quadro 3.

Quadro 3 - Relatório de Dissertação do PPGEdu/UFMS, período 2003/2008.

Trabalhos produzidos pelo Programa	147	100%
Trabalhos produzidos pela Linha de Pesquisa (ECM)	29	20%

Fonte: http://www.propp.ufms.br/poseduc/mestrado/resumos.htm - Acesso em 03/11/08.

A produção do PPGEdu no período 1994/2008, está representada no quadro 4.

Quadro 4 - Relatório de Dissertação do PPGEdu/UFMS, período 1994/2008.

Trabalhos produzidos pelo Programa	288	100%
Trabalhos produzidos pela Linha de Pesquisa (ECM)	42	15%

Fonte: http://www.propp.ufms.br/poseduc/mestrado/resumos.htm - Acesso em 03/11/08.

A participação dos professores da Linha de Pesquisa como orientadores de Trabalhos de Mestrados e a Produção individual estão representados no quadro 5 a seguir.

Quadro 5 - Produção dos professores da Linha de Pesquisa (ECM) período 1994/2008.

Angela Maria Zanon	12	28 %
José Luiz Magalhães de Freitas	07	17 %
Luiz Carlos Pais	10	24 %
Marilena Bittar	08	19 %
Shirley Takeco Gebara	05	12 %
Total	42	100 %

Fonte: http://www.propp.ufms.br/poseduc/mestrado/resumos.htm - Acesso em 03/11/08.

Na disciplina Seminário II, coordenada pelo Professor Dr. Antonio Osório, desenvolveram-se estudos sobre os Relatórios de Dissertação do PPGEdu/UFMS. Foram analisados trabalhos por linha de pesquisa conforme anunciado anteriormente.

Os trabalhos analisados correspondem a 20% da produção total do Programa no período 1994/2008, sendo que os trabalhos da Linha de Pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática correspondem a 15% dos trabalhos produzidos na Linha.

4 - ANÁLISES DOS TRABALHOS

Na primeira etapa, com o objetivo de contextualizar a dialética como tendência de pesquisa – alternativa teórico-metodológica, partindo do texto intitulado A Dialética na Pesquisa em Educação: Elementos de Contexto de autoria do Silvio Gamboa, o Professor Dr. Antônio Carlos Osório solicitou que os alunos em grupo fizessem uma apresentação das Tendências: empírico-analíticas, fenomenológico-hermenêuticas e crítico-dialéticas.

Partindo desse estudo surgiu a idéia de fazer a análise de dissertações de mestrado dos 20 anos do PPGEdu/UFMS através do preenchimento de duas fichas, uma de análise com dados específicos de cada trabalho, como por exemplo: identificação do autor, título do trabalho, orientador, ano da defesa, objeto de investigação, método, instrumentos e técnicas, tema, palavras-chaves, teóricos, contribuições e resultados entre outros. A segunda ficha de aprofundamento se referia as tendências, perspectivas teóricas e ao tipo de pesquisa.

Cada doutorando fez essa análise técnica com quatro trabalhos. Dois trabalhos pertencentes a sua linha de pesquisa e dois de outras linhas, escolhidos aleatoriamente. As fichas foram preenchidas e encaminhadas aos grupos de alunos das linhas correspondentes.

Portanto, a Linha de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática totalizou 8 trabalhos para análise final e apresentada a seguir.

4.1 – Características dos trabalhos:

Ao se observar os temas dos oito relatórios de dissertação, pode-se perceber a variabilidade de interesse, ou seja, são investigações que focam temas e interesses muito distintos, tais como: 1) Didática para o Ensino da Álgebra, Cálculo Literal e Resolução de Equações Lineares no Ensino Fundamental; 2) Conceitos de Máximos e Mínimos de Funções; 3) Contribuição das Novas Tecnologias no Processo de Ensino e Aprendizagem do Deficiente Visual; 4) Concepções de professores quanto à mediação de recursos digitais na aprendizagem em nível de ensino fundamental; 5) A correlação dos recursos tecnológicos trabalhados no curso de formação continuada e em serviço, na modalidade de Educação a Distância, na região de Andradina. SP; 6) O Fórum on-line no curso de Pós-Graduação *lato sensu* “Orientação Pedagógica em Educação a Distância” da UFMS; 7) A atuação do professor instrutor e dos professores regentes na informatização das escolas públicas municipais de Campo Grande; 8) Noções de Contagens e medidas utilizadas pelos Guaranis na reserva de Dourados.

Nesse sentido, ficou difícil criar categorias para realizar uma análise mais aprofundada dos trabalhos apresentados, como por exemplo, quando se faz uma investigação do tipo “Estado da Arte” ao focar um tema específico.

Referencial Teórico:

Os oito relatórios de dissertação analisados contemplaram os seguintes referenciais teóricos: 1) Chevallard, Artigue, Bosch, Ludke, M., André, M., Verganaud, Duval, Machado; 2) Duval, Machado, Lopes; 3) Bicudo, Giorgi, Merleau-Ponty, Mynaio, Vygotsky; 4) Bicudo, Husserl, Merleau-Ponty, Vygotsky, Pino, Maturana, Martins; 5) Bicudo e Espósito; D’Artigues; Alarcão, Gadotti, Libâneo; 6) Saviani, Brousseau, Freire; Shön; Vygotsky Chevallard; 7) Moran, Vygotsky, Chizzotti, Weiss; 8) D’Ambrósio.

4.2 – Tendências: teórico-metodológica e epistemológica

Os relatórios de dissertação analisados demonstram uma tendência Crítica. Quanto ao Nível Teórico, esses trabalhos propõem a conscientização dos indivíduos envolvidos na pesquisa e demonstram interesse por práticas alternativas e inovadoras. Metodologicamente, usam de um modo geral, dados quantitativos para análises qualitativas, contextualizando-as, sendo que existem trabalhos que são somente qualitativos. Esses trabalhos têm, de forma resumida, a concepção de ciência na interpretação como fundamento da compreensão do fenômeno nas diversas manifestações.

4.3 – Tipo de pesquisa

De acordo com a ficha de avaliação utilizada, ficou difícil identificar o tipo de pesquisa, isso porque, o mesmo não está claramente explicitado e se confundem com o método. No entanto, do total de relatórios de dissertação analisados, 3 são estudos realizados sob a perspectiva da Fenomenologia, 3 são Estudo de Caso, 1 com características da Etnográfica e 1 sem possibilidade de identificação. Foi possível identificar na análise, que são pesquisas qualitativas, apesar de duas dissertações usarem testes quantitativos.

4.4 – Método:

Apesar de não aparecer explicito, o Método tem evidenciado de modo geral a fenomenologia, no entanto, aparece com muita frequência nos trabalhos analisados a Engenharia Didática, a Teoria Antropológica do Didático e também a Etnomatemática como diretrizes para a análise dos objetos de estudos. Essas teorias são muito utilizadas em pesquisas na área da matemática. Nesse sentido, com a intenção de compreender um pouco mais o foco de atuação de tais teorias, são apresentadas no tópico a seguir algumas considerações.

Quanto ao tipo de coleta dos dados que aparecem com mais evidência, nas dissertações foram: entrevista; observação e observação participante; questionário semi-aberto; análise de documentos e levantamentos bibliográficos.

4.5 – Aportes teóricos mais utilizados em pesquisas da matemática:

A Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), segundo Bosch e Chevellard (1999) permitem analisar, descrever e estudar as práticas institucionais e considera a organização do saber matemático que está em jogo. Segundo os autores, o processo didático não é exclusividade da sala de aula sob a coordenação do professor, podendo ocorrer fora dela sempre que uma pessoa ou grupo de pessoas desenvolve ações de estudo. Isso significa que a presença de uma pessoa coordenando o processo de estudo caracteriza ensino, no entanto, poderá acontecer sem a presença de quem ensina, nesse caso, estará ocorrendo o processo de estudo ou processo didático sem ensino.

A Teoria Antropológica do Didático originou-se no âmbito da Matemática, para elaborar dispositivo capaz de analisar com profundidade os materiais docentes (CHEVALLARD, 1991). Com a designação antropológica dada a esta teoria, Chevallard quer destacar que um saber é sempre relativo a uma determinada instituição, na qual vive com características específicas. O autor caracteriza fundamentalmente três elementos: o sistema didático, como marco sistemático de referência à análise; a praxeologia, como marco conceitual que estrutura a noção de saber; a transposição didática, como teoria que abarca os fenômenos de transito entre instituições.

A Engenharia Didática

Como procedimentos ordenados ou técnica de pesquisa a Engenharia Didática se caracteriza como uma forma particular de organizar os procedimentos metodológicos de pesquisas desenvolvidas no contexto de sala de aula.

No desenvolvimento da pesquisa a Engenharia Didática articula a construção do saber matemático a uma prática reflexiva investigativa diante de uma seqüência didática experimental. Artigue (1998) caracteriza a Engenharia Didática como sendo um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de ensino.

A Etnomatemática

A Etnomatemática oferece amplas possibilidades de pesquisa e de ação pedagógica. A Etnomatemática tem como passo essencial liberar-se do padrão eurocêntrico, e procurar entender, dentro do próprio contexto cultural do indivíduo, seus processos de pensamento e seus modos de explicar, de entender e de se desempenhar na sua realidade.

5 – RESULTADOS

A Linha de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática tem produzido trabalhos voltados para a teoria francesa, entre elas destaca-se a Engenharia Didática a Teoria Antropológica do Didático e a utilização do *software aplusix.*

Os trabalhos, de um modo geral, foram realizados tendo como campo de pesquisa o ambiente escolar, privilegiando formas de ensinar Matemática a alunos do Ensino Fundamental. A análise do Livro Didático de Matemática também aparece nos trabalhos, no entanto, a crítica não oferece subsídios consistentes para futuras mudanças na utilização do material de apoio, ou seja, o manual didático que é o Livro.

Os estudos que tratam de formação continuada evidenciam que a mesma não provoca os efeitos desejados na prática de sala de aula, pois há um distanciamento entre a ação docente e os estudos teóricos, aos quais os professores são submetidos.

Outra abordagem refere-se a Etnomatemática, principalmente em trabalhos que tem como campo de pesquisa, a cultura indígena. Um estudo do tipo etnográfico.

Do total de 8 Relatórios de Dissertação estudados, 3 são estudos realizados sob a perspectiva da fenomenologia, 3 são estudo de caso, 1 etnográfico e 1 sem possibilidade de identificação.

A tendência dos trabalhos tem se voltado para a pesquisa qualitativa, com aspectos quantitativos, e são apresentados através da descrição dos fatos observados.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluir este trabalho faz-se necessário retomar as questões iniciais suscitadas no início deste artigo, para verificar se foi possível responder aos questionamentos propostos. Acredita-se que se conseguiu responder a todas as questões. No entanto, este trabalho é um levantamento e não oferece uma análise aprofundada, é uma análise ainda superficial que merece ser melhor compreendida e assim, trazer algumas contribuições que poderão subsidiar novas investigações na produção da linha pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática como foco de atenção.

Considerando o exercício do pesquisador uma atividade de investigação científica, essa experiência foi sem dúvida estimulante, embora difícil, na medida em que se utilizaram as análises técnicas realizadas por outras pessoas em que consideramos confiáveis, porém apresentaram superficialidade em suas análises preliminares. No entanto, o trabalho em parceria é muito rico e possibilita a reflexão e contribui para a ampliação da consciência quanto à complexidade das questões educacionais que envolvem a produção do PPGEdu/UFMS e especialmente a da Linha de Pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIORGRÁFICAS:

ARTIGUE, M.. Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathémaes*, vol. 9, n*tiqu*°3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

BATISTA, E. M.. O papel do fórum on-line em um curso de Pós-Graduação Lato Sensu a distância: um Estudo de Caso. 2006. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Educação. UFMS.

BOSCH, Mariana; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de I' activité mathématique aux ostensifs. In : Recherches en Didactique des Mathématique, 1999 v. 19, nº 1, p. 77

CHEVALLARD, Yves ; BOSCH, MARIANA ; GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas : o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Yves. Oraniser l' estud. 1. Structure & Fonctions. Actes de la 11 École d' Été de Didactique des Mathématique. France : La Penssé Sauvage. 2002. Versão eletrônica

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática. Arte ou Técnica de explicar e conhecer. São Paulo, Ed. Ática, 1990. 78 p.

DORNELES, C. M. A Contribuição das novas tecnologias no processo de Ensino e Aprendizagem do deficiente visual. Campo Grande, 2002. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Educação. UFMS.

FEITOSA, A. C. A informatização das escolas públicas municipais de Campo Grande/MS: a atuação do professor instrutor. 2004. 167p. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Educação. UFMS.

GAMBOA, S. A. S. A Dialética na Pesquisa em Educação: Elementos de Contexto. In: FAZENDA, I. (org) Metodologia da Pesquisa educacional. SP. Cortez, 1997.

MELO, S. S. W. de. TV Escola: Práticas, Pesquisa e Reflexões. 2005. 136p. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Educação. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.

SILVA, J. R. D. da. Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções. 2005. 115p. Dissertação (Mestrado). UFMS.

SILVA, V. A. de. Noções de contagens e medidas utilizadas pelos Guarani na Reserva de Dourados – um estudo etnomatemático. 2006. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Educação. UFMS.

URBIETA, J. R. F. Concepções de professores quanto à mediação de recursos digitais na aprendizagem em nível do ensino fundamental. 2002. 170p. Dissertação (Mestrado). UFMS.

VALENZUELA, S. T. F. O uso de dispositivos didático para o estudo de técnicas relativas a sistema de equações lineares no ensino fundamental. 2007. 137p. Dissertação (Mestrado). UFMS.

O ESTUDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS LINEARES DO PRIMEIRO GRAU EM LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS NO ENSINO BRASILEIRO, UM ENFOQUE NOS REGISTROS UTILIZADOS EM UM LIVRO CONTEMPORÂNEO.

Enoque da Silva Reis - UFMS

Luiz Carlos Pais - UFMS

RESUMO: O objetivo desse artigo é divulgar um recorte de uma pesquisa em andamento, em nível de mestrado, cuja finalidade é o estudo de sistemas de equações algébricas lineares do primeiro grau em livros didáticos utilizados no ensino brasileiro. As fontes utilizadas serão, contudo, dois livros didáticos adotados no Colégio Dom Pedro II e dois livros contemporâneos, assim como, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as resenhas do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD - 2008) e programas de estudos do Colégio Dom Pedro II. Para estudar esse objeto, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard será adotada como referencial teórico, e faremos uma abordagem metodológica baseada na Análise de Conteúdo de Laurence Bardin. Além desses referenciais, utilizaremos experiências absorvidas a partir de leituras e análises de pesquisas que de alguma forma caminham paralelamente como o nosso objeto de estudo.

PALAVRAS CHAVE: Praxeologia. Livro Didático. Sistemas de Equações Algébricas do Primeiro Grau.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na intenção de aproximar o leitor do entorno ao qual desenvolvemos esta pesquisa, dedico uma parte desse trabalho para descrever alguns pontos de minha trajetória pessoal, pontos estes que acreditamos que direta ou indiretamente influenciou o desenvolvimento desse trabalho.

O que certamente me impulsionou a pesquisa em geral foi freqüentar um grupo de estudo. Este por sua vez é coordenado pelo professor Dr. Luiz Carlos Pais e tem como nome Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar (GPHEME). Ao participar das reuniões aprendi muito sobre teorias francesas, em particular a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard e sobre a história da educação escolar brasileira. O grupo tem como objetivo pesquisar aspectos históricos, didáticos e epistemológicos relativos ao ensino da matemática escolar e suas relações com as práticas educativas associadas à Educação Matemática.

Assim, fomos levados a direcionar nossa pesquisa em torno da Educação Matemática, em particular focalizando no domínio de estudo da Álgebra, domínio este que podemos verificar que vem apresentando um índice insatisfatório nas avaliações externas, conforme afirmação dos PCN que declara: "*Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à*

Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país." (BRASIL,1997 p.116). Mesmo este domínio de estudo sendo considerado pelo próprio documento como sendo *"(...) bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas."* (BRASIL, 1997 p.116)

Em fim na procura de uma questão a qual direcionaria nossos esforços em busca de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da matemática, optamos assim por focalizar a análise de livro didático, uma vez que acreditamos que o livro didático é para os professores uma fonte inigualável no processo de ensino aprendizagem, e para os alunos, uma fonte importante de consulta, uma vez que, em sua maioria se apresentam os conceitos e de forma organizada é construída uma organização dos conteúdos de matemática.

Realizadas estas delimitações a pesquisa gera em torno do seguinte objeto: **O estudo de sistemas de equações algébricas lineares do primeiro grau em livros didáticos utilizados no ensino brasileiro.** Na necessidade de traçar um caminho a ser seguido para alcançar nosso objetivo de pesquisa, delineamos os seguintes objetivos específicos: em primeiro lugar, conhecer o estatuto atribuído ao estudo de sistemas de equações nos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, no Guia do Livro Didático e nas leis e programas do período do Colégio Dom Pedro II no período compreendido entre 1890 – 1930.

Em nosso entendimento a escolha dos Parâmetros Curriculares Nacionais como uma fonte de dados de nossa pesquisa se justifica em primeiro lugar por ser um documento nacional que serve como referencial curricular para todo o país em segundo lugar ele serve como um dispositivo didático para os professores e ainda é um instrumento útil no planejamento das aulas, para nós será um instrumento no auxílio á análise dos materiais didáticos.

Outro documento que serviu como fonte de dados de nossa pesquisa foi o Guia do Livro Didático, que se justifica por ser o resultado de um trabalho que tem uma forte credibilidade com os educadores. As resenhas contidas neste documento são elaboradas por professores de diversas instituições educacionais de várias regiões do país, e seu objetivo é oferecer subsídios para que os professores escolham o livro didático.

Em fim, termos como fonte as leis voltadas à educação no período compreendido entre 1890 e 1930, período este mais conhecido como primeira república, se justifica por serem documentos oficiais, que certamente influenciaram os autores de livros do período em suas escritas. Quanto aos programas do Colégio Dom Pedro II, também desse período encontram-se em nosso rol de fontes de dados, uma vez que este é o documento baseado nas leis que ditavam todo o processo funcional da instituição.

Em seguida temos como segundo objetivo específico, Caracterizar as estratégias de ensino de sistemas de equações em livros didáticos de matemática brasileiros utilizado no período de 1890 – 1930.

Como terceiro e último objetivo específico nos propomos a investigar aspectos matemáticos e didáticos propostos para o ensino de sistemas de equações em livros didáticos contemporâneos com a intenção de estreitar os aspectos que perduram ao longo do tempo assim como identificar as mudanças que ocorreram no processo de ensino do setor aqui analisado.

REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA

Para alcançarmos os objetivos já enunciados, recorremos à uma abordagem a partir da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard.

Teoria Antropológica do Didático

É uma teoria do didático por considerar que há produção ou apropriação do conhecimento sempre que houver um problema, de qualquer natureza, cuja solução exige que construa um conhecimento ou se aproprie de um já existente. De acordo com Chevallard enquanto não houver intenção de estudar não há didático, o didático nasce quando uma pessoa quer aprender e este aprender vira ação.

Em outras palavras, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) se constitui em um modelo de análise do ensino e da aprendizagem da matemática a partir do próprio conteúdo, uma vez que o problema da dificuldade da aprendizagem desse componente curricular ou disciplinar, segundo esse ponto de vista, não está no sujeito que ensina e nem no sujeito que aprende e sim no próprio conhecimento.

Nesse instante cabe a nós, delinearmos nossa escrita em quatro tópicos inseridos na TAD, assim descreveremos os seguintes itens: (1) Atividades Matemáticas, (2) Organização Praxeológica, (3) tipos de tarefa/ técnica/ tecnologia e teoria, (4) Linguagem. Este artigo faz um recorte de nossa pesquisa justamente quanto ao item 4, tomando como base um dos exemplares contemporâneos analisados, e isso conseqüentemente nos leva a escrever de forma sucinta sobre os demais elementos.

Atividade Matemática

Em que pesem as idéias sustentadas por Chevallar (2001 p.45) “não podemos abordar o tema do ensino e da aprendizagem de matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer matemática.”

Com relação à afirmação citada acima, inicialmente lembramos que Chevallard infere que não existe apenas a matemática escolar, e sim inúmeras matemáticas contidas em nossa sociedade. Com isso conclui que os três aspectos da atividade matemática se constituem da seguinte forma: Utilizar matemática conhecida; Aprender (e ensinar) matemática; Criar uma matemática nova.

Organizações Praxeológicas

É oportuno iniciar esse tópico, realizando uma decomposição da palavra Praxeologia que é formada por dois termos gregos práxis e logos, que tem como significados, respectivamente prática e razão. Entretanto, quando nos referimos a uma prática devemos observar a que instituição está vinculada (Instituição para Chevallard pode ser um livro, uma escola, uma família, etc.), diante desta vinculação existe a necessidade de um discurso que justifica (da razão) a prática ali realizada. Assim práxis e logos estão intrinsecamente ligados, e o processo dialético entre eles permitem formar a Praxeologia Matemática.

Em tal perspectiva Chevallard enfatiza que em qualquer prática institucional podemos traduzi-las em forma de tarefa, na qual a realização decorre a partir de uma técnica justificada por uma tecnologia que por sua vez é defendida por uma teoria.

Tipos de Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria

Na essência da noção de praxeologia encontramos duas noções interligadas, são elas, tipo de tarefa e tarefa. Para construir a noção de praxeologia deve existir pelo menos uma técnica para resolver as tarefas do mesmo tipo. Para explicar ou fundamentar esta técnica é necessário ter uma tecnologia, que por sua vez também é explicada por uma teoria matemática.

Nota-se no parágrafo acima que a organização praxeologica é formada por uma quádrupla, tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria representada por Chevallard et alli (2001) da seguinte forma $[T, \tau, \theta, \Xi]$. No que se refere ao tipo de tarefa (T), devemos observar, que para um determinado tipo de tarefa existem infinitas tarefas (t) associadas a ele. Os próprios autores [Chevallard et alli] sugere a nomenclatura de conjunto para representação deste fato, sendo assim, se t1 é uma tarefa do tipo de tarefa T podemos representar da seguinte forma $t_1 \in T$, o que exemplifica melhor a existência de um conjunto (T) com infinitos elementos pertencentes a ele (t). Associado a esta técnica (τ) deve existir uma tecnologia (θ)

que de acordo com autor é um discurso fundamentado sobre um objeto, que neste caso justifica e permite entender uma determinada técnica. Analogicamente a teoria (Ξ) justifica e valida à técnica utilizada.

No entanto deve existir pelo menos uma técnica (τ) para resolver as tarefas contidas em T, entretanto pode ser que tenha mais de uma técnica, visto que os autores afirmam que toda técnica (τ) é limitada, em outras palavras, a técnica tem um determinado alcance referente a resolução do tipo de tarefa, mas nenhuma técnica (τ) é absoluta.

Linguagem

A TAD faz uma distinção no conjunto dos elementos representativos nas organizações matemáticas e organizações didáticas em dois tipos, objetos ostensivos e objetos não-ostensivos. O primeiro está caracterizado em forma de elementos concretos e podem ser manipulados e de um ponto sensorial esta articulado qualquer um dos sentidos humanos, visão, audição, paladar, tato e olfato. Quanto ao segundo são aqueles considerados como abstratos tais como idéia, crenças, intuições e também os conceitos matemáticos.

As estratégias propostas por Chevallard nos auxiliam na intenção de organizar os objetos ostensivos e os não ostensivos utilizados pelos autores no ensino de matemática em diferentes registros. Assim, podemos falar dos registros de diálogo de personagens, registro algébrico, registro na língua materna, registro fotográfico, registros dos desenhos, registro de esquemas gráficos, registro gestual e a articulação entre os registros.

Cabe nesse ponto ressaltar, que existe uma dialética entre objeto ostensivo e objeto não-ostensivo, isto quer dizer, eles evoluem ao mesmo tempo, não existe um que aparece primeiro em relação ao outro, eles estão sempre intrinsecamente ligados.

METODOLOGIA

Conforme nosso entendimento a cerca de reflexões realizadas por meio de leitura dos escritos de Laurence Bardin, a análise de conteúdo é a reunião de técnicas de análise das formas comunicacionais, e conseqüentemente tem como objeto de estudo a linguagem. Seu objetivo é obter a partir de um conjunto de elementos (técnicas) a descrição do conteúdo de uma determinada mensagem e assim permitindo a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção dessas mensagens.

Análise de conteúdo

Conforme Laurence Bardin, a organização da análise é realizada através de três fases cronológicas, a primeira é chamada de pré-análise, seguida da exploração do material e finalizando no tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Em seguida descreveremos de forma breve uma dessas três etapas.

A primeira fase é a da pré-análise, é considerada como o momento na qual o autor organiza as idéias a cerca de sua pesquisa, realiza a escolha das comunicações que serão analisadas, é também nesse momento que se formula a hipótese e os objetivos assim como se elaboram os indicadores que fundamentam as interpretações posteriores.

De acordo com Bardin a cerca da exploração do material é indagado: “Esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração em função de regras previamente reformuladas.” (BARDIN, 2006 p.95)

Acreditamos que se a fase da pré-análise for bem sucedida então a exploração do material se fará em uma amplitude maior e de melhor qualidade uma vez tendo todos os materiais a serem analisados os objetivos a serem alcançados e ainda os indicadores que fundamentarão os resultados finais. Por outro lado entendemos que se por acaso a primeira fase não estiver cumprida de forma satisfatória, certamente será necessário em algum momento da exploração retornar a pré-análise, pois, se faltar algum documento será necessário encontrá-lo, assim como se os objetivos não estiverem bem formulados, será necessário reformulá-los.

Por fim o tratamento dos resultados obtidos e interpretação já que sabemos que os dados em bruto não tem significado nenhum, cabe assim ao pesquisador tratá-los de maneira a serem significativos ou válidos. Em outras palavras, cabe utilizar uma metodologia acoplada a uma teoria para levantar pontos significativos nos materiais analisados.

Por outro lado Bardin afirma que estes resultados obtidos diante de sua confrontação sistemática com o material e a inferência alcançada certamente poderem servir como base a outra pesquisa que por sua vez estará disposta em torno de uma nova dimensão teórica ou até mesmo praticada através de uma técnica diferente.

Técnica

Conforme dicionário Houaiss, podemos descrever técnica como sendo a “maneira própria de como realizar uma tarefa” (HOUAISS 2004, P.710). Em nosso estudo, utilizamos a análise categorial como sendo esta maneira de realização. Com tudo a análise categorial nos permite desmembrar as comunicações em categorias, no qual os critérios de escolha e de delimitação se baseiam pela dimensão dos temas relacionados ao objeto de pesquisa.

Procedimentos de nossa pesquisa

Em seguida passamos a descrever o caminho percorrido para a realização dessa pesquisa, ressaltamos que nosso objeto esta em torno do estudo de sistemas de equações algébricas lineares do primeiro grau em livros didáticos utilizados no ensino brasileiro. A partir de agora, descrevemos os procedimentos da pesquisa nessas fontes de influência de ensino de sistemas de equações.

A pesquisa nos Livros Didáticos

Para o estudo de sistemas de equações algébricas lineares do primeiro grau em livros didáticos, inicialmente delimitamos como fonte da pesquisa quatro livros, dois adotado no colégio Dom Pedro II no período da primeira república e dois contemporâneos. Nosso foco com a escolha dessas fontes é de fazer um estudo a cerca dos sistemas de equações.

Para escolher estes livros, em primeiro lugar os livros contemporâneos, o passo inicial foi fazer uma leitura flutuante das resenhas do Guia do PNLD. Em seguida a escolha permeou os elogios a cerca do ensino de álgebra, equações e sistemas de equações, eliminando assim os livros que não o continham paralelamente eliminamos também aqueles que identificamos criticas negativas relacionados a esses itens. Justificamos essa escolha em torno desses critérios pelo fato dessa pesquisa estudar o processo de ensino de um determinado conteúdo em livros didáticos, com isso a necessidade de analisar livros didáticos bem avaliados ao olhar de um conjunto de professores credenciados a elaborar estas resenhas do Guia do PNLD documento este vinculado ao Ministério da Educação.

Nossa estrutura de análise, inicialmente adotou alguns dos critérios estabelecidos no próprio Guia de Livros Didáticos – 2008. Esses critérios dizem respeito, principalmente à metodologia e aos conteúdos. Assim, optamos pelos livros considerados como “bem avaliados” pelas resenhas, isto é, a coleção recebeu críticas positivas quanto aos seguintes critérios: 1) seleção e distribuição de conteúdos; 2) abordagem dos conteúdos dos cinco blocos: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação; 3) Metodologia de ensino-aprendizagem; 4) Contextualização; 5) Formação da cidadania; 6) Linguagem.

Enfatizamos aqui que os critérios de escolha dos dois livros contemporâneos se basearam nas informações obtidas nas resenhas do Guia do PNLD a certa dos seis itens citados acima, em nossa pesquisa consideramos o grau de importância entre eles em igual estatus.

No que tange a escolha dos dois livros antigos, tomamos como fonte a importância e a credibilidade conquistada pelo colégio Dom Pedro II, assim escolhermos os exemplares adotados na primeira república.

Na intenção de esclarecer, relatamos aqui, que em nossa pesquisa não há uma ponderação no grau de importância entre as fontes de dados. Em outras palavras consideramos que os PCN, o PNLD, as Leis e Programas assim como os Livros Didáticos, têm igualmente importância em nossa análise.

ELEMENTOS DE ANÁLISE

Neste momento vamos tecer alguns comentários a respeito do livro *"Matemática"* de Luiz Marcio Imenes e Marcelo Lellis, livro este, publicado em 2001 pela editora Scipione, no qual é a primeira edição e encontra-se em sua nona impressão.

Este exemplar vincula-se em uma coleção de quatro livros que são destinados ao sexto, sétimo, oitavo e nono ano do ensino fundamental sendo que o exemplar estudado é referente ao oitavo ano.

Os autores formularam este exemplar em doze capítulos, acrescido de um elemento que denominaram por *"mais",* composto por um item de cem supertestes e um dicionário ilustrado, contudo é possui um total de 285 páginas. Nosso trabalho está focado no décimo capítulo, intitulado *"Equações e Sistemas de Equações",* no qual os autores destinaram um total de vinte e seis páginas.

O setor de estudo que analisamos, nesse livro se encontra um pouco após o meio do exemplar. Em primeiro lugar os autores iniciam este setor (*Equações e Sistemas de Equações*), com a seguinte pergunta: *"Por que aprender sobre equações?"* e imediatamente eles mesmos respondem: *"porque elas são um ótimo recurso para resolver problemas"*. Em segundo lugar, anuncia duas tarefas com os seguintes títulos: Média dos Salários e Divisão da Professora, ambas seguidas de suas respectivas técnicas de resolução, em outras palavras, os autores após enunciar a tarefa, resolve passo a passo descrevendo cada passagem da resolução.

Contudo, em nossa análise encontramos nesse exemplar um total de oito formas de registro que descreveremos abaixo.

REGISTROS DE LINGUAGEM

Com base nas análises realizadas no livro do autor Imenes, acreditamos ser necessário descrever uma lista contendo todos os registros e suas respectivas caracterizações registros estes que de maneira geral encontram-se nos livro analisado. Esta caracterização foi realizada por nós na intenção de tornar mais compreensivo o entendimento do leitor ao ler nossas análises.

Registro de Diálogo de Personagens

Neste registro encontra-se a exposição de um ou mais personagens que através de um balão de diálogo estabelecem alguma (s) informação (ões) para um outro personagem.

Em outros casos pode haver ainda uma tentativa de diálogo com o leitor. Para exemplificar melhor os dois casos utilizaremos dois exercícios do livro do Imenes. O primeiro refere-se ao diálogo entre personagens, o segundo diálogo entre o personagem e o leitor.

Diálogo entre personagens Fonte: Imenes. Quebra-Cabeça 02. Página 232

Diálogo personagens com o Leitor. Fonte: Imenes. Quebra-Cabeça 02. Página 232

Registro Algébrico

Consideramos neste trabalho como registro algébrico, todo registro expresso a partir da utilização explícita de uma ou mais incógnita. Por exemplo na tarefa contida na pg 35 do livro do Imenes quando ele propõe para o aluno resolver o seguinte sistema $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 3x - 7y = -18 \end{cases}$, observe que nesta tarefa encontramos explicitamente as incógnitas x e y para expressarem valores desconhecidos a serem calculados, consideramos então como um registro algébrico.

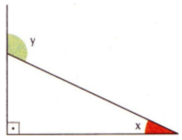
Registro na Língua Materna

Entendemos aqui como linguagem materna a escrita em língua portuguesa, sem o uso predominante de termos próprios da linguagem matemática. Por exemplo, o problema proposto pelo Imenes na pg 242 diz o seguinte

> “A fábrica de balas Pingo de Mel lançou dois sabores de bala: leite e coco. As balas de leite não tiveram saída por serem muito caras. Para não perder a produção, o dono da fábrica resolveu lançar embalagens contendo os dois sabores. Assim, o preço não seria tão alto. Ele decidiu que cada pacote misto deveria custar R$ 7,00 e ficou com o seguinte problema: quantas balas de cada tipo deveria ter cada embalagem?”

Observa-se que esta tarefa não apresenta termos próprios da matemática e é escrita em língua portuguesa, por estes fatores consideramos que ela encontra-se na forma de registro em língua materna. Por outro lado observe a tarefa também proposta pelo autor Imenes:

”Descubra a medida x e y ”,



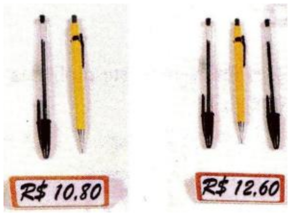
Fonte: Imenes. Exercício 23 página 241

É importante ressaltar que nesta tarefa se encontram três registros distintos, os quais são apresentados de forma articulada. O primeiro quando o autor propõe a tarefa na língua materna a este chamamos de registro na língua portuguesa, o segundo quando o autor utiliza-se de elementos da geometria, o triângulo os ângulos externos e internos e os seguimentos de reta, o terceiro e último que chamamos de registro algébrico, ocorre quando o autor chama de x e y os ângulos a serem calculado, tanto na figura quanto no enunciado da tarefa.

Conforme orienta o Parâmetro Curricular Nacional de matemática, entendemos que, de fato, a articulação entre os registros de linguagem é uma estratégia didática importante ara expandir as condições de o aluno aprender.

Registro fotográfico

Consideramos neste trabalho registro fotográfico todo aquele expresso por meio de uma fotografia seja ela colorida ou não, como por exemplo na tarefa abaixo.

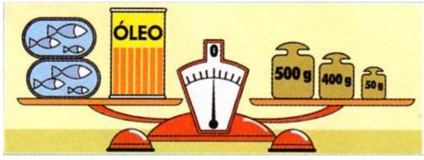


Fonte: Imenes. Exercício 09 página 237

Ressaltamos neste registro a presença da tecnologia, pois acreditamos que é ela que proporciona essa possibilidade de fotografar os elementos, por outra vertente, acreditamos que a intenção do autor em introduzir esta linguagem em seu livro é de aproximar o aluno desta ferramenta tecnológica.

Registros dos Desenhos

Denotamos como registro de desenho toda representação feita na intenção de registrar uma cena do cotidiano, como por exemplo o exercício 06 na página 236 do livro do autor Imenes, quando ele utiliza do desenho de um carro sendo conduzido por um estrada, em frente duas placas uma informando a direção de um caminho de chamado cor verde e a outra o caminho chamado com azul. Um segundo caso de registro de desenho podemos considerar quando o autor representa objetos do cotidiano, objetos como, copos, taças, xícaras, cadeiras, mesas e até mesmo desenhos de paisagens. Observe o registro utilizado na seguinte tarefa.



Fonte: Imenes. Quebra-Cabeça 02. Página 232

Consideramos que esta tarefa esta expressa a partir de um conjunto articulado de registros de desenhos, como por exemplo, a balança é um desenho, ela suporta de um lado uma lata de óleo e duas latas de sardinha, do outro suporta três pesos distintos no qual se diferenciam pelo tamanho e pelo registro numérico de suas respectivas massas.

Registro de Esquemas Gráficos

Consideramos como esquemas gráficos os elementos que acreditamos que de alguma forma foi inserido pelo autor na intenção de enfatizar ou até mesmo de mostrar uma ação realizada no decorrer do desenvolvimento da tarefa, como por exemplo as flechas, curva indicando operações entre duas equações ou em ações como a distributiva. Inserimos também neste conjunto o recurso de destacar um número um uma incógnita em outra cor, ou até mesmo em negrito.

$$\begin{aligned} &2x + 5 = y + 10 && -y \\ &2x - y + 5 = 10 && -5 \\ &2x - y = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 2\,(17 + 4x) &= 12 \\ 3x + 34 + 8x &= 12 \\ 11x &= 12 - 34 \\ 11x &= -22 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Fonte: Imenes. Exercício 12 página 237 e Exercício 115 página 240

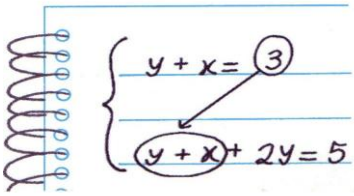
Registro Gestual

Consideramos como registro gestual toda representação através de um desenho ou um fato no qual é caracterizado o gesto do personagem, gestos esses como, apontar para um determinado elemento, colocar a mão do queixo mostrando como se estivesse pensando, cruzando os braços no sentido de não saber, abrindo os braços para expressar exclamação e piscando para indicar uma dica. Assim podemos observar na tarefa abaixo.

Fonte: Bigode. Voltando ao Assunto. Página 275

Articulação entre os registros

Conforme orienta o Parâmetro Curricular Nacional de matemática, entendemos que as articulações entre os registros de linguagem, são estratégias didática proposta por cada autor na intenção de expandir o aprendizado do aluno, em outra vertente encontramos o Plano Nacional do Livro Didático que por usa vez indaga que um dos aspectos fundamentais da matemática é a diversidade de formas simbólicas presente em seu corpo de conhecimento, oriundo a este acreditamos na necessidade de articulação entre elas na intenção de mostrar ao aluno em especial a existência e a aplicabilidade destas diferentes linguagens. Para exemplificar utilizaremos um exercício do livro do autor Imenes



Fonte: Imenes. Exercício 20 página 241

Iniciamos observando o registro de desenho que ocorre quando o autor representa o caderno do aluno articulando assim a escrita do sistema de equações no qual é expresso um valor a ser calculado pela incógnita x e outro valor por y, ao fazer isso entendemos que ele esta recorrendo ao registro algébrico, por fim ao circular o valor 3 na primeira equação e as incógnitas e a expressão x + y na segunda equação e colocando uma flecha partindo do 3 e indo para x + y, o autor certamente tem a intenção de enfatizar esta observação a partir de uma representação por esquemas gráficos.

Notamos assim que os registros freqüentemente aparecem nas tarefas propostas nos livros aqui analisados, observamos que na maior parte estes registros articulam-se entre si, e que esta articulação forma uma didática que favorece as condições de aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação / Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática- 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. *Programa Nacional do Livro Didático*,2008. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/download/pnld/editalpnld2007.pdf. >. Acesso em: 06.12.2008.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHEVALLARD, Y. (1999) *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>. Acesso em 15 jan. 2007.

_____.; BOSCH, M. *Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique*. Artigo publicado na RDM - Recherches en Didactique des Mathématiques, no 19/1, 1999, p. 77-124.

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo.* 3. ed. Lisboa: Edições 70, 2006.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS ACERCA DE DISSERTAÇÕES E TESES SOBRE ENSINO DE ÁLGEBRA LEVANTADAS DO CADASTRO DA CAPES NO PERÍODO DE 1998 A 2007

Graziela Baldessar Polla - UFMS
Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

RESUMO: Neste artigo realizamos o relato de uma pesquisa, ainda em andamento, que tem como principal objetivo apresentar um panorama das pesquisas realizadas nos programas de pós-graduação no Brasil no período de 1998 a 2007, sobre o ensino e aprendizagem da álgebra. Consideramos importante este período (pós PCN), frente às possibilidades de mudanças que novos cenários políticos e sociais impuseram para área da educação. Distintas perspectivas nos desafiam a lembrá-lo como um momento inédito de propostas educativas que, por sua vez, nos convidam a novas interrogações e reflexões. Assim, procedemos o levantamento das dissertações e teses do período e para tal, buscamos como fonte de acesso à produção da pós-graduação *strictu senso* no Brasil o Banco de Teses da CAPES, complementado pelos dados das bibliotecas digitais dos programas de pós-graduação em Educação Matemática e/ou Educação. Com isso pretendemos obter dados que apontem as tendências das dissertações e teses produzidas. Como referencial metodológico, utilizamos os pressupostos da pesquisa do tipo 'estado da arte' que comporta tanto análises quantitativas como qualitativas (FERREIRA, 2002). Das 73 pesquisas encontradas sobre o tema, além da catalogação pretendemos buscar respostas, à luz de referencial teórico específico, às seguintes questões: o que nos mostram, em síntese, os estudos realizados nos últimos 10 anos na pós-graduação brasileira em relação ao ensino e aprendizagem da álgebra para as séries finais do Ensino Fundamental? Quais são as práticas pedagógicas dos professores apontadas nestas pesquisas? Quais tendências foram possíveis perceber, na evolução das pesquisas? Que contribuição estes trabalhos trazem, como novas alternativas ao ensino/aprendizagem da álgebra? Alguns apontamentos preliminares serão feitos no texto sobre os dados já coletados que serão apresentados.
PALAVRAS-CHAVE: Pós - graduação brasileira; Ensino de Álgebra; Tendências em pesquisa.

Introdução

A necessidade de investigar acerca da produção dos cursos de pós-graduação no período pós PCN, de 1998 a 2007, resulta das experiências vividas em minha trajetória como professora de matemática, quando em contato com diferentes escolas, lugares e culturas pude perceber que apesar de suas idiossincrasias, apresentavam um mesmo problema nas variadas séries escolares; a dificuldade de pensar logicamente. Meus questionamentos, na época, focavam mais questões imediatas da rotina escolar, que com o passar do tempo me fizeram refletir que talvez nós, professores, estivéssemos muito preocupados em ensinar conteúdos matemáticos e esquecêssemos de ensiná-los a pensar logicamente, a elaborar estratégias e a solucionar problemas.

Este pensamento surgido a partir da ampliação da minha visão matemática, me trouxe a compreensão de que pelo domínio e aquisição do pensamento algébrico, não apenas enquanto manipulação dos símbolos mas, principalmente, da capacidade de interpretar, descrever situações e resolver problemas, o aluno construiria sua capacidade de pensar logicamente. Isso influenciou na opção por definir a importância do pensamento algébrico como eixo do nosso trabalho de pesquisa, inicialmente denominado por “ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: um panorama de 10 anos da pesquisa brasileira pós PCN”.

Tanto quanto o redirecionamento das orientações oficiais ocasionadas pela implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, entendemos que o ensino-aprendizagem da álgebra sofre neste período influência das tendências apresentadas no panorama das pesquisas desenvolvidas nos Programas de Pós-Graduação *stricto sensu*, e neste sentido justifica-se a validade desta pesquisa.

Para alcançar nosso objetivo principal de apresentar um panorama das pesquisas realizadas nos programas de pós-graduação brasileiros no período de 1998 a 2007 sobre o ensino e aprendizagem da álgebra, entre as etapas já desenvolvidas foi realizado o levantamento a partir do Banco de Dados da CAPES, complementado pelos dados das bibliotecas digitais dos programas de pós-graduação em Educação Matemática e/ou Educação, das dissertações e teses produzidas sobre o ensino de álgebra pós PCN..

Após a catalogação dos resumos desta produção, a pesquisa passará para fase de organização e análise de dados, dos quais faremos algumas observações preliminares neste texto, visto que se trata de uma etapa em construção.

A título de contextualização do tema e para pontuar sobre a importância do ensino da álgebra no contexto educacional, apresentaremos inicialmente o papel da pesquisa em Educação Matemática seguido dos pressupostos das pesquisas do tipo *estado da arte*, algumas tendências anteriores sobre a evolução da álgebra e de seu ensino no Brasil, e por fim, um relato de nossos achados e o que se espera para o ensino de álgebra na escola fundamental.

Contextualização do tema na pesquisa em Educação Matemática

Um dos papéis da pesquisa em Educação Matemática está voltado a buscar caminhos que auxiliem estudantes e professores a solidificar o conhecimento matemático a ser aplicado, o que cria a necessidade de se desenvolver pesquisas que estabeleçam conexões entre teoria e prática. (KILPATRIK, 1996).

Mas este não consiste em seu único objetivo, Segundo Lorenzato e Fiorentini (2001), existem dois objetivos básicos para a Educação Matemática; um *de natureza pragmática,* que busca *a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática* e o outro, *de natureza científica, que visa desenvolver a Educação Matemática enquanto campo de investigação e produção de conhecimentos*. (p. 2).

Quanto ao primeiro objetivo, que circundará os relatos e discussões desta pesquisa, cabe à Educação Matemática, investigar sobre os métodos e conteúdos pertinentes ao ensino desse conhecimento, bem como a socialização das descobertas na área. Para Kilpatrick (apud Melo, 2006), a educação Matemática mostra neste sentido uma nova concepção sobre ensino de matemática, principalmente quando se consideram, mudanças como o uso das tecnologias que provocaram a necessidade de criação de novas metodologias de ensino.

Outro ponto importante apontado pelo referido autor é o redirecionamento de pesquisas anteriormente voltadas para as correlações existentes entre características e ações docentes com o conhecimento dos alunos. Para ele estas pesquisas se abrem atualmente, em três frentes: *contrastes entre professor principiante e professor experiente*; *tentativas de melhorar a eficiência do professor* e também *descrições de como o professor 'constrói significado e percebe sua vida profissional*'. (KILPATRICK apud MELO, 2006, p.54).

No cenário de pesquisas em Educação Matemática no Brasil, as mudanças ocorridas na década 1990 podem ser relacionadas ao fato de que mais de vinte educadores matemáticos que concluíram doutoramento no exterior, voltaram com novas tendências e idéias, o que contribuiu para a exploração de diversas áreas de pesquisa como *Didática da Matemática; História; Filosofia; Epistemologia e Psicologia da/na Educação Matemática; Currículo Escolar; Resolução de Problemas; Formação de Professores; Ensino de Geometria; Álgebra e Pensamento Algébrico; Etnomatemática e Informática Educativa*. (MELO, 2006, p.58).

Além disso, com a abertura de vários programas de pós-graduação em Educação Matemática o número de pesquisas em na área cresceu significativamente. Destaca-se nesta década, como pesquisa do tipo *estado da arte,* a investigação realizada por Fiorentini (1994), onde o autor tenta, segundo Melo (2006), abranger toda a produção brasileira em Educação Matemática, o que consiste em tarefa muito difícil e talvez inviável, apesar de sua inegável contribuição.

As pesquisas do tipo estado da arte buscam, segundo Ferreira (apud Melo, 2006), mostrar o que está sendo produzido numa área determinada do conhecimento, bem como num determinado espaço de tempo. Estas pesquisas pretendem revelar tanto aspectos quantitativos quanto qualitativos.

Para Ferreira (2002, p.01) as pesquisa do tipo estado da arte são:

> Definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir certa produção acadêmica, em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. Também são reconhecidas por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado.

Este tipo de pesquisa pode mostrar tendências das pesquisas realizadas num determinado período e o que ainda falta ser explorado pelos pesquisadores além da possibilidade de mostrar as várias faces das pesquisas que foram realizadas.

Tendências anteriores sobre a evolução da álgebra e de seu ensino no Brasil

Fazendo um breve retrospecto sobre a utilização da matemática pelas civilizações, é possível observar que a evolução da matemática primitiva até chegar no cálculo, teve sua ênfase inicial na aritmética e na mensuração prática. Daí a estruturação desta enquanto construção teórica passa a se construir para produção de cálculo de calendário, desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas, criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e muitas outras finalidades.

A aplicação e ensino dessa ciência prática tomam corpo ainda pela necessidade do cultivo, todavia, desenvolvem-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passa-se então a estudar a ciência por si mesma.

Segundo Eves (1997), próximo do ano 2000 a.C. a Aritmética Babilônica sofreu evolução para uma Álgebra retórica bem organizada, conseguindo resolver equações quadráticas pelo método de completar quadrados ou semelhante ao de substituição numa fórmula geral. Também discutiam algumas equações cúbicas e biquadradas.

> Os Hindus sincoparam sua álgebra. Como Diofanto, indicavam a adição por justaposição. A subtração era indicada colocando-se um ponto sobre o subtraendo, a multiplicação escrevendo-se bha (primeira sílaba da palavra bhavita, “produto”) depois dos fatores, a divisão escrevendo-se o divisor debaixo do dividendo e a raiz quadrada escvrevendo-se ka (da palavra karana, “irracional”) antes da quantidade. Brahmagupta denota a incógnita por yā (de yāvattāvat, “tanto quanto”). Os inteiros conhecidos eram antecedidos de rū (de

> rūpa, “número puro”). As incógnitas adicionais eram indicadas pelas sílabas iniciais de palavras que expressam diferentes cores. Assim, uma segunda incógnita poderia der denotada por kā (de Kālaka, “preto”) (...) (EVES, p. 256).

A álgebra nesse período desempenhou o papel de ferramenta, generalizando cálculos, desenvolvendo a matemática para o comércio e as obras de engenharia. A partir desse momento se faz necessário a divulgação desses conhecimentos e teremos então, a escola participando dessa etapa importante.

Mas como foi e como é tratado o ensino da álgebra nas escolas do Brasil? O ensino da matemática no Brasil, começou a ter destaque com a criação das Academias Militares, dando maior importância ao ensino da Geometria não se preocupando com demonstrações da mesma. Por influência francesa são utilizados no século XIX, livros que apresentam como seqüência de ensino a aprendizagem da Aritmética, Álgebra e Geometria respectivamente.

A Álgebra, que é nosso objeto de estudo, era estudada nos colégios no sexto ano com cinco aulas semanais, onde o ensino secundário só se completava a partir de oito anos de estudo.

O compêndio de Pedro d’Alcântara Bellegarde traz a Álgebra da seguinte maneira: apresenta “as operações em quantidades literais, equações do 1º grau, potências e raízes, equações do 2º grau, proporções e logaritmos”. (p.127)

Em 1871 temos o livro de Luís Pedro Drago que substitui a Álgebra de Ottoni, autor este que provocou muitas mudanças no ensino de matemática no país. A Álgebra de Drago foi adotada no colégio Pedro II até a República e apresentava o ensino das operações algébricas e equações do 1º e 2º graus; na Aritmética, Razões e Proporções, Progressões e Logaritmos. Este livro se apresenta como texto-guia para as aulas e conteúdos seqüenciados por pontos.

O Livro de Serrasqueiro adotado no colégio Pedro II no ginásio nacional de 1891 até 1923 introduz novos temas para o ensino da Álgebra, da matemática secundaria, sendo eles: “teoria elementar dos determinantes e aplicação dos determinantes à resolução e discussão de um sistema de equações do primeiro grau” (p.168).

Vale lembrar que nesta época eram exigidos os preparatórios para ingresso nos cursos superiores e a Álgebra foi exigida pelo Decreto nº 4227 de 23 de novembro de 1901 para ingressar nos cursos de Ciências Médicas, Farmácia e Belas Artes. Por último temos os Elementos de Álgebra por FIC que apresentam numerosos exercícios e tem sua 10º edição em 1951 e não diferenciam em nada de sua primeira edição do final do século XIX.

A partir da necessidade da apresentação das demonstrações e proposições é que o ensino da Álgebra começa ter maior ênfase, mudando até mesmo a ordem de apresentação dos conteúdos, ou seja, primeiramente temos o ensino da Aritmética, depois da Álgebra e por último a Geometria. O ensino da Álgebra se fortifica ainda mais com a exigência no preparatório para o ingresso nos cursos superiores.

Dessa forma a Matemática se consolida como disciplina escolar, tendo como um de seus eixos o ensino da álgebra que nos dias de hoje começa concretamente a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Etapas percorridas na pesquisa

Primeiramente, realizamos uma busca no Banco de Teses da CAPES, a partir da expressão “ensino de álgebra” para o levantamento das pesquisas, que foi seguido de um mapeamento dos trabalhos localizados sobre o ensino/aprendizagem da álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental. A leitura dos resumos nos colocou a par do que foi produzido no Brasil, nos cursos de pós-graduação *stricto sensu* desde 1998 até 2007. Elaboramos o inventário de 73 resumos de dissertações e teses sobre o ensino de álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental, sobre os quais faremos maiores observações mais adiante.

Em seguida, organizamos e selecionamos os resumos que atendiam aos objetivos da pesquisa, dentre os quais buscaremos o texto completo dos mais significativos para discussão sobre o ensino da álgebra, visando o aprofundamento das análises e discussões propostas.

Realizamos também uma organização sistemática do material selecionado, que foram os resumos de teses e dissertações para, em seguida, desenvolver a transcrição dos dados obtidos em fichas, visando uma melhor ordenação do material.

Das 73 pesquisas selecionadas, apenas uma não atendeu a característica de pertencimento ao ensino da álgebra no ensino fundamental. Este trabalho foi então desprezado no cômputo final.

As fichas foram assim separadas por programas como segue: encontramos em Educação Matemática 20 (vinte) dissertações de Mestrado, 7 (sete) Profissionalizantes e 3 (três) teses de Doutorado. Dessas pesquisas 1 (uma) produzida em 1998, 1 (uma) em 2001, 2 (duas) em 2002, 4 (quatro) em 2003, 3 (três) em 2004, 5 (cinco) em 2005, 2 (duas) em 2006 e 12 (doze) em 2007, perfazendo um total de 30 (trinta) trabalhos.

Em Educação obtivemos 26 (vinte e seis) dissertações de Mestrado e 8 (oito) teses de Doutorado. Dessas pesquisas 3 (três) produzidas em 1998, 2 (duas) em 1999, 3 (três) em

2000, 2 (duas) em 2002, 5 (cinco) em 2003, 2 (duas) em 2004, 5 (cinco) em 2005, 4 (quatro) em 2006 e 8 (oito) em 2007, perfazendo um total de 34 (trinta e quatro) trabalhos.

Encontramos também 1 (uma) dissertação de Mestrado em programa de Informática. Em programa de Psicologia (Psicologia Cognitiva) temos 3 (três) dissertações de Mestrado e 1 (uma) tese de Doutorado e apenas 1 (uma) tese de Doutorado em Psicologia Social. Em programa de pós-graduação em Matemática 1 (uma) dissertação de Mestrado e em Ciências da Computação 1 (uma) dissertação de Mestrado, sendo produzidas 2 (duas) em 1998, 4 (quatro) em 2001, 1 (uma) em 2004 e 1 (uma) em 2005, perfazendo um total de 8 (oito) trabalhos.

Os resumos também foram classificados por temática. Foi necessária uma leitura atenta dos resumos para estabelecermos categorias que facilitassem a classificação por modalidade de pesquisa e chegamos às 14 (quatorze), que aparecem dispostas na tabela abaixo apresentada.

	Profissionalizante	Mestrado	Doutorado	Total
Práticas metodológicas dos professores para o ensino de álgebra	3	9	3	15
Imbricações entre campos conceituais no ensino/aprendizagem e concepções sobre Aritmética/Álgebra/Geometria	1	6	2	9
Uso da tecnologia no ensino/aprendizagem da álgebra	1	5	1	7
Produção de significados no ensino/aprendizagem de álgebra	0	3	2	5
Concepções e saberes dos professores e alunos do ensino fundamental sobre aprendizagem de álgebra	0	14	2	16
Passagem do pensamento numérico para o pensamento algébrico	0	5	0	5
Concepções e saberes na formação inicial em cursos superiores sobre	0	2	2	4

aprendizagem de álgebra				
Estrutura de pensamento e aprendizagem de álgebra	0	3	0	3
Olhando livros didáticos sobre ensino de álgebra	0	3	0	3
Aprendizagem da álgebra por alunos portadores de necessidades especiais	0	1	0	1
Relação entre atitudes e habilidades em álgebra com relação ao gênero	0	0	1	1
Fusão da aritmética/álgebra/geometria em propostas para o ensino de matemática	0	1	0	1
Álgebra no currículo do Ensino Fundamental	1	0	0	1
Concepções de alunos sobre prova em álgebra	1	0	0	1

Com a organização dos resumos que acabamos de apresentar, passaremos para a etapa das análises qualitativas sobre o conteúdo dos temas pesquisados onde serão desenvolvidas as discussões à luz do referencial teórico específico. A partir do conjunto das temáticas descritas anteriormente, analisaremos alguns trabalhos que serão selecionados para levantar suas contribuições, considerando a variedade de tipos e sentidos que sejam valiosas para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O quadro de temáticas mostra as áreas que apresentam mais contribuições, como é o caso das *Concepções e saberes dos professores e alunos do ensino fundamental sobre aprendizagem de álgebra* e *Práticas metodológicas dos professores para o ensino de álgebra*, o que reforça alguns achados de pesquisas anteriormente realizadas, como será apontado no tópico seguinte de nosso texto. Em uma análise preliminar foi possível perceber algumas outras temáticas em que existem poucos trabalhos, como é o caso de *Álgebra no currículo do Ensino Fundamental; Fusão da aritmética/álgebra/geometria em propostas para o ensino de matemática; Aprendizagem da álgebra por alunos portadores de necessidades especiais* e

Relação entre atitudes e habilidades em álgebra com relação ao gênero sobre as quais pretendemos buscar as relações sobre as preferências e escassez destas no panorama geral.

Buscaremos em Coxford, Fiorentini, Lins, Miguel, Miorim, Ponte, entre outros autores, subsídios para discussão sobre a necessidade de pesquisas que contemplem os pressupostos básicos para o ensino e a aprendizagem da Álgebra no ensino fundamental, com o intuito de fomentar a produção para preencher essas possíveis lacunas. O referencial teórico até agora utilizado sofrerá ampliação e readequação à nova estrutura posta a partir da organização dos dados, já que nosso quadro de temáticas exige a leitura de diversos autores/pesquisadores focados nos temas encontrados.

Ensino de álgebra na escola fundamental: o que se espera

Pelos estudos realizados a partir de Fiorentini e Ponte, entendemos que o ensino da álgebra está apoiado na construção da linguagem e do pensamento algébrico. Pensamos que devemos criar situações de aprendizagem nas quais o aluno possa construir o conceito de álgebra e que possibilitem aos mesmos percorrer alguns passos dados pelos matemáticos, ou seja, construindo o conceito de álgebra através da álgebra retórica, sincopada e simbólica, estabelecendo conexões entre variável-palavra, variável-figura, variável-numeral e variável-letra. Assim, podendo desenvolver os conceitos de variável, fluência (conceito de função) e campo de variação, completar a última fase que seria a do pensamento algébrico.

Pontuando os principais campos de dificuldade em matemática no currículo, autores como Ponte (2005), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), entre outros, destacam a Álgebra e os Números como temas fundamentais a partir dos anos intermediários de estudos escolares.

Neste sentido, Ponte (2005), destaca que *As dificuldades dos alunos na transição da Aritmética para Álgebra têm sido discutidas por numerosos autores* [...] (p.10) e cita como exemplo dessas dificuldades:

> Dar sentido a uma expressão algébrica; Não ver a letra como representando um número; Atribuir significado concreto às letras; Pensar uma variável com o significado de um número qualquer; Passar informação da linguagem natural para a algébrica; Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =; Não distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x+3). (Ponte. 2005, p.10)

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), existem três tipos de concepções sobre a educação algébrica, as quais, predominam ao longo do tempo no que se refere ao ensino de matemática. As três concepções se dividem em: *lingüístico-pragmática* que perdurou desde o século XIX até a metade do século XX, onde se apresenta a álgebra como instrumento técnico para a resolução de problemas equacionáveis ou simplesmente, equações; *fundamentalista-estrutural* utilizada nas décadas de 1970 e 1980, que propiciou um novo entendimento sobre o ensino da álgebra, mais preocupada com as propriedades estruturais para fundamentar e justificar as passagens do cálculo algébrico; por último a *fundamentalista-analógica* que une as propriedades estruturais com recursos como blocos de madeira, figuras geométricas ou balanças, estabelecendo comparações para justificar as passagens do transformismo algébrico.

Estes autores apontam que o principal problema é que essas três concepções conduzem o ensino da álgebra mais para o estudo dos aspectos lingüísticos e transformistas, portanto se preocupando mais com o ensino da linguagem algébrica do que com o "pensamento algébrico e seu processo de significação (a semântico)".

Para Fiorentini e Miorim (1993), o ensino da álgebra precisa ser repensado procurando estabelecer uma conexão mais forte entre pensamento e linguagem, idéia defendida por Vygotsky (*apud* Fiorentini, 1993), pois são duas faces do ensino da álgebra interdependentes que promovem o desenvolvimento uma da outra e vice-versa.

De acordo com o NCTM (apud Fiorentini, 2000), o pensamento algébrico compreende o estudo da simbolização, da modelação e da variação, ou seja, *compreender padrões, relações e funções*, relaciona-se ao estudo das estruturas, já modelação seria *usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas* e, *analisar mudança em diversas situações,* é o que se compreende por estudo da variação. (p.37).

Portanto cabe ao ensino da álgebra ajudar o aluno a "lidar com o cálculo algébrico e as funções", a utilizar outras estruturas matemáticas na interpretação e resolução de problemas, a manipular os símbolos e utilizá-los para representar situações e resolvê-las.

Referências

EVES, Howard. *Introdução á História da Matemática*. 2. ed. Campinas: Ed. UNICAMP, 1997.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. *As pesquisas denominadas 'estado da arte'*. **Educação & Sociedade**, Campinas, ano 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002. (ISSN 0101-7330).

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, *Antonio. Contribuição para um pensar:* A educação algébrica elementar. **Pro-Posições**. 4(1), 1993. p.78-91.

LINS, Rômulo; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*, 176p., Campinas : Papirus, 1997.

MELO, Marisol Vieira. *Três décadas de pesquisa em educação matemática na UNICAMP: um estudo histórico a partir de teses e dissertações*. 2006. Mestrado (Mestrado em Educação Matemática) – Campinas/UNICAMP. Orientador: Dario Fiorentini

COXFORD, Arthur; SHULTE, Albert P., *As idéias da Álgebra*. 285p. São Paulo : Atual, 1994

PONTE, João Pedro da. *Números e Álgebra no currículo escolar*. (2005)-Acesso 20/08/2008 em *www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS/Ponte(Caminha).rtf*

AS ABORDAGENS DOS LOGARITMOS EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS EM ÉPOCAS DISTINTAS

Irene Coelho de Araújo - UEMS

Cleiton Martins Machado - UEMS

Eder Pereira Neves - UEMS

RESUMO: O objetivo deste trabalho consiste em investigar se houve mudanças significativas nas abordagens de logaritmos apresentadas por dois livros didáticos de Matemática em épocas distintas. Para isso analisamos dois livros, ambos do 1º ano, um publicado em 1995 destinado aos alunos do antigo 2º grau e o outro publicado em 2004, analisado e aprovado pelo Programa Nacional do Livro do Ensino Médio (PNLEM/2006), com o Ensino Médio fazendo parte da Educação Básica. Encontramos nos documentos oficiais do Ministério da Educação (LDB 9394/96, PCNEM/1999, PCN+/2002, orientações curriculares para o Ensino Médio/2006) e outras pesquisas embasadas na História da Matemática e na Educação Matemática, elementos que nortearam o nosso estudo. Os livros foram classificados de acordo com as abordagens de Quintanilha e Miorim (2005) e analisados através das seguintes categorias: forma de introdução do conceito, apresentação de problemas e inclusão de fatos históricos. Os dois livros analisados apresentaram algumas semelhanças, porém o livro mais atual trouxe uma atividade contextualizada para introduzir o conteúdo, enquanto o livro mais antigo introduziu a partir da definição, mas ambos apresentaram poucas atividades que envolviam a contextualização e a interdisciplinaridade, que são as perspectivas defendidas pelos documentos oficiais. Pudemos notar que embora algumas mudanças significativas tenham ocorrido na abordagem do conteúdo, ainda persiste a modalidade pré-universitária, na qual valoriza a aplicação de técnicas para resolução de exercícios. Classificamos o livro publicado em 1995 como abordagem tradicional-tecnicista, pois ele já introduz o conteúdo a partir da definição, não permitindo uma maior participação do aluno na construção do conceito, enquanto o livro publicado em 2004 foi classificado na abordagem híbrida, pois apesar de introduzir o conceito a partir de uma situação-problema, ainda apresenta poucos problemas contextualizados.

PALAVRAS-CHAVE: Logaritmo. Livro Didático. Ensino. Aprendizagem.

Este estudo é resultado de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) desenvolvido no ano de 2008 no curso de Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, unidade universitária de Cassilândia.

O objetivo dessa pesquisa foi investigar a forma com que o conteúdo de logaritmos tem se apresentado nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio e verificar as possíveis mudanças que ocorreram, com a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei Federal nº. 9394/96), com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN/1999) e com o Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLEM).

Analisamos dois livros didáticos de Matemática do 1º ano do Ensino Médio, um anterior a 1999, ano em que foi lançado o PCNEM, e outro do PNLEM/2006, ou seja, procuramos verificar se houve alguma mudança em relação a abordagem do conteúdo de logaritmos no livro didático depois das novas recomendações do Ministério da Educação, e como era essa abordagem antes das sugestões dos documentos oficiais.

Percebendo a importância da descoberta dos logaritmos no século XVII para a Astronomia, para a Navegação e outras áreas ligadas a Matemática, foi realizado um levantamento histórico, visando conhecer os objetivos da época para a criação dos logaritmos e os objetivos atuais para o uso dos mesmos.

O estudo histórico do surgimento de um conceito pode gerar um grande enriquecimento para a aprendizagem matemática, primeiro porque este estudo pode alterar a concepção de muitas pessoas que acham que diversos temas surgiram do nada e que não possuem nenhum objetivo ou finalidade, além disso, tal história pode colaborar para que o professor possa analisar em conjunto com seus alunos as dificuldades encontradas na época da criação do conceito, sendo que o amadurecimento do conteúdo poderá suscitar observações acerca do fato de que muitas teorias originaram-se de outros campos do saber ou de necessidades práticas.

O desenvolvimento científico verificado no Renascimento, no século XVI, especialmente na Astronomia e navegação exigia longos e difíceis cálculos aritméticos. Algumas evoluções já haviam sido feitas, como por exemplo, a substituição das frações sexagesimais para as frações decimais, mas ainda assim era complicado efetuar esses cálculos, por isso, o grande desafio dos matemáticos na época era encontrar meios para simplificar os cálculos aritméticos sem, no entanto, que estes perdessem a precisão, ou seja, o problema fundamental era simplificar cálculos como multiplicações, divisões, potenciações e radiciação, como cita Lima (1996):

> Segundo o grau de dificuldade, as operações aritméticas podem ser classificadas em três grupos: adição e subtração formam as operações de primeira espécie, multiplicação e divisão são de segunda espécie, enquanto a potenciação e a radiciação são operações de terceira espécie. Procurava-se então, um processo que permitisse reduzir cada operação de 2° e 3° espécie a uma espécie inferior e, portanto, mais simples. (p. 01).

Nessa época, alguns procedimentos já vinham sendo utilizados com essa finalidade, mas estavam longe do ideal como é o caso da *prostaférese* que significa adição e subtração em grego e consiste na conversão de produtos em somas, mediante relações trigonométricas, como por exemplo: $2 \cos x \cos y = \cos (x + y) + \cos (x - y)$, porém, métodos como este eram muito trabalhosos e não tão precisos, por isso, era extremamente necessário um procedimento confiável e que fosse de mais fácil utilização, esse método foi criado no século XVII e recebeu o nome de Logaritmo, curiosamente, os logaritmos foram criados por dois homens que, trabalhando de forma independente e desconhecendo inteiramente o trabalho um do outro, chegaram a uma mesma descoberta.

A primeira tábua de logaritmos que satisfazia as necessidades da época, só foi publicada em 1614 por John Napier e posteriormente em 1620 por Jobst Bürgi, esses dois homens sem dúvida, podem ser considerados os pais da idéia de logaritmo e como já foi dito, eles obtiveram um método semelhante, baseados nos mesmos princípios, porém cada um trabalhando de forma independente e desconhecendo inteiramente o trabalho um do outro e isso, segundo Lima (1992), não é uma simples coincidência, pois:

> Acontece com freqüência que uma grande descoberta científica é feita simultaneamente por duas ou mais pessoas trabalhando de forma independente. Não se trata de uma simples coincidência: tal descoberta corresponde à solução de um problema importante, do qual muitos se vinham ocupando. (p. 02).

A invenção dos logaritmos foi uma descoberta importantíssima, pois facilitou muito a vida dos que dependiam desses cálculos aritméticos em seus trabalhos, especialmente os astrônomos e navegadores.

Depois de 400 anos da descoberta dos logaritmos, esses conceitos foram muito utilizados por astrônomos, físicos e cientistas em geral, facilitando seus cálculos, por isso pode se dizer que a utilização dos logaritmos teve um papel importantíssimo na evolução das ciências e da tecnologia, inclusive um dos maiores astrônomos da história, o alemão Johannes Kepler, por volta de 1620, afirmava que “o logaritmo aumentava vastamente o poder computacional do astrônomo” (LIMA, 1996, p. 02).

Com o avanço da tecnologia, o aparecimento das calculadoras eletrônicas e computadores, as tábuas de logaritmos perderam seu lugar como instrumento de cálculo, porém não perderam sua importância, pois segundo Lima (1996):

> [...] Com efeito, embora eles tenham sido inventados como acessório para facilitar operações aritméticas, o desenvolvimento da matemática e das ciências em geral veio mostrar que diversas leis matemáticas e vários fenômenos naturais e mesmo sociais são estreitamente relacionados com os logaritmos. (p. 01).

Percebemos que os logaritmos no princípio eram importantes somente por causa de suas tábuas, ou seja, a finalidade era apenas facilitar operações aritméticas, mostraram com o tempo ter um grande valor, podendo ser aplicados a vários ramos, como por exemplo, Economia (crescimento e decrescimento de capital, juros compostos), Física (desintegração radioativa), Demografia (crescimento e decrescimento populacional), Geologia (escala Richter) e etc.

Mesmo com o passar do tempo e com as novas tecnologias, as aplicações logarítmicas continuam presentes e importantes para a humanidade, podemos perceber isso através da afirmação de Eves (2004):

> (...) Nunca morrerá, pela simples razão de que as variações exponenciais e logarítmicas são partes vitais da natureza e da análise. Consequentemente, um estudo das propriedades da função logaritmo e de sua inversa, a função exponencial, permanecerá sempre uma parte importante do ensino da matemática. (p. 347).

Fazendo uma ligação de toda essa história com a importância do ensino de logaritmos, não podemos esquecer de várias situações-problema que podemos resolver usando como idéia principal as propriedades que envolvem os logaritmos.

Buscando elementos que pudessem nortear o nosso trabalho, encontramos nos documentos oficiais do Ministério da Educação dados que nos serviram de base para percebermos como são as orientações oficiais para ensino de logaritmos seguindo as tendências atuais da Educação Matemática, encontramos em Quintanilha e Miorim (2005) e outras pesquisas bibliográficas estudos concluídos que focalizam o ensino de logaritmos e definimos também, as categorias que analisamos os livros didáticos.

Como o intuito era observar apenas as abordagens dos logaritmos nos livros didáticos de Matemática e como elas se classificavam, escolhemos somente dois livros, um publicado em 1995 e outro publicado em 2004, com isso, podemos verificar se, depois de nove anos, houve mudanças importantes nas diferentes abordagens do conteúdo. Pois um livro foi destinado aos estudantes do 2º grau, ou seja, em um período que o Ensino Médio não fazia parte da Educação Básica e o outro foi feito seguindo as recomendações da LDB 9394/96, na qual os objetivos do Ensino Médio deixam de ser um preparatório para o ensino superior ou somente profissionalizante, para assumir a função de complementar a educação básica.

Vejamos uMa diferença entre o antigo ensino de 2º grau e o atual Ensino Médio:

> As transformações de caráter econômico, social ou cultural que levaram à modificação dessa escola, no Brasil e no mundo, não tornaram o conhecimento humano menos disciplinar em qualquer das três áreas em que o novo ensino médio foi organizado. A intenção de completar a formação geral do estudante nessa fase implica, entretanto, uma ação articulada, no interior de cada área e no conjunto das áreas. Essa ação articulada não é compatível com um trabalho solitário, definido independentemente no interior de cada disciplina, como acontecia no antigo ensino de segundo grau – no qual se pressupunha outra etapa formativa na qual os saberes se interligariam e, eventualmente, ganhariam sentido. Agora, a articulação e o sentido dos conhecimentos devem ser garantidos já no ensino médio. (PCN+, 2002, p. 8).

A escolha da obtenção de dados através da análise do livro didático está ligado ao fato de que, segundo Silva (1997), no Brasil os professores têm o costume de seguir como postura metodológica o que traz o livro didático, ou seja, o que está pronto e é colocado sem muitas reflexões.

> Como o livro didático é o guia de trabalho da maioria dos professores, estes seguem somente as suas sugestões, e sua seqüência de conteúdo e fazem com que os alunos pratiquem seus conhecimentos através de seus exercícios. No Brasil, por conta da formação do professor e da existência de leigos no magistério, torna-se um instrumento muito poderoso. (p.36).

Os dois livros analisados foram encontrados na biblioteca de uma escola pública da cidade de Cassilândia e pode ter sido adotado por professores para o trabalho em sala de aula, por isso, levando em conta a afirmação de Silva (1997) teremos uma noção de como foi ou está sendo trabalhado o ensino de logaritmos nas escolas públicas, se os professores utilizarem um desses livros analisados como referenciais.

Os documentos oficiais do Ministério da Educação estabelecem suas finalidades para o ensino como um todo, nos servem de apoio para que possamos encontrar subsídios para identificarmos o perfil que é recomendado para o aluno concluir a Educação Básica.

Quintanilha e Miorim (2005), no trabalho: “A proposta de Ensino de Logaritmos em Livros Didáticos Atuais de Matemática”, identificaram e analisaram as abordagens sobre logaritmos presentes em livros didáticos de Matemática atuais, para isso, fizeram uma análise em 17 (dezessete) livros didáticos do Ensino Médio disponíveis no mercado, os quais investigaram, segundo seis categorias que são: conceitualização, seqüência de temas, história, texto, relações e integrações e atividades, com a análise dessas categorias eles identificaram grupos de livros que apresentavam características comuns, sendo possível classificá-los em três abordagens, que são Tradicional-tecnicista, Problematizadora e Híbrida.

Vejamos como eles definem cada uma delas:

> Consideramos na abordagem tradicional - tecnicista os livros que, apesar de apresentarem uma linguagem acessível e dirigida ao leitor/aluno, não possibilitam uma maior participação deste, onde a participação do aluno acontece apenas através da resolução de exercícios e exemplos. Apresentam poucos ou nenhum desenho ou figura ilustrativa e pequenos trechos históricos, geralmente não articulados ao texto principal. Na abordagem problematizadora estão os livros que enfatizam a construção do conceito pelo leitor/aluno através da participação do mesmo no texto principal, que trazem a definição de logaritmo por meio de uma situação-problema, apresentando textos complementares contextualizados. Já na abordagem híbrida, foram contemplados os livros que apresentam características das duas abordagens anteriores. Por um lado apresentam definições e propriedades seguidas de exemplos e exercícios propostos. Mas, ao incluírem situações-problema (em exercícios) e textos complementares, parecem estar próximos a uma abordagem mais problematizadora. (p.1).

Além de analisarmos os livros através dessas abordagens, nos focalizamos em três categorias: forma de introdução do conteúdo, apresentação de problemas e inclusão de fatos históricos, fazendo uma ligação com as orientações dos documentos oficiais do Ministério da Educação e com as pesquisas feitas que envolvem esse assunto, com o objetivo de perceber como os autores dos livros didáticos analisados fizeram a introdução dos logaritmos e qual a importância que eles deram a contextualização e a interdisciplinaridade que são as principais exigências dos documentos oficiais.

Para chegarmos aos resultados da pesquisa investigamos a forma com que o conteúdo de logaritmos vem sendo abordado nos dois livros didáticos escolhidos para a pesquisa, coletamos os dados catalogando-os, procurando identificar os autores e as editoras, a época em que ele foi escrito e os analisamos de acordo com algumas categorias que nos permitiram observar a forma como estes livros introduziam e definiam o conteúdo, como eram classificados os exercícios, se havia contextualização, interdisciplinaridade, se trabalhava com a história do tema, etc.

O primeiro livro analisado foi publicado em sua segunda edição pela Editora Scipione, que será chamada de livro I, ele faz parte da coleção Matemática, Conceitos e Fundamentos, é uma obra do Segundo Grau e é apresentada em três volumes, elaborada por dois autores, Youssef e Fernandez (1995).

O livro I é o primeiro volume da coleção, ele foi organizado em quatro módulos, definidos pelos grandes temas de conteúdo do 2º grau e dentro desses módulos ele apresenta capítulos, num total de dez capítulos distribuídos em 429 páginas, sendo 388 páginas que envolvem conteúdos e atividades, 10 páginas de glossário e tabelas e 31 páginas de respostas das atividades.

A organização do livro I segue da seguinte forma:

Quadro I – Organização do Livro Didático

Módulo I – Conjuntos e funções	Módulo II – Funções elementares	Módulo III – Exponencial e Logaritmo	Módulo IV - Trigonometria
Capítulo 1: Conjuntos	Capítulo 4: Função do 1º grau	Capítulo 7: Função exponencial	Capítulo 9: Trigonometria no triângulo
Capítulo 2: Conjuntos Numéricos	Capítulo 5: Função quadrática	Capítulo 8: Logaritmos	Capítulo 10: Trigonometria na Circunferência
Capítulo 3: Relações e Funções	Capítulo 6: Função Modular		

Como vimos no quadro I, os logaritmos aparecem no 8° capítulo dentro do módulo III, sendo introduzido este módulo com função exponencial e destina 42 páginas para o estudo do conteúdo de logaritmos. O livro inicia o capítulo com o tópico onde conta a história da criação dos logaritmos em seguida entra no conteúdo matemático, o capítulo se subdivide em 8 subtítulos que são: logaritmos, sistema de logaritmos, propriedades operatórias dos logaritmos, equação logarítmica, ineqüação logarítmica, função logarítmica, funções compostas com $f(x) = \log_a x$ e logaritmos decimais.

O livro I apresenta as atividades em forma de “exercícios”, “problemas”, “testes” e “questões”. Na parte dos “exercícios” ele utiliza fórmulas para chegar ao resultado, visando à repetição e a memorização das mesmas para o aprendizado e há muitos exercícios que necessitam dos mesmos procedimentos de resolução. Nas atividades que ele chama de “problemas” ele apresenta situações-problema contextualizadas, envolvendo aplicações financeiras, crescimento populacional entre outros problemas. Nos “testes” aparecem exercícios de vestibulares envolvendo exponencial e logaritmo e que também utilizam técnicas e aparecem com cinco alternativas. Nas atividades chamadas “questões” são questões dissertativas de vestibulares das mais diversas universidades envolvendo exponencial e logaritmos. Vale ressaltar que os “testes” e “questões” finalizam o módulo, por isso, aparecem exercícios que envolvem os dois conteúdos juntos.

O livro I apresenta um total de 28 exemplos e 99 atividades, sendo 40 “exercícios”, 7 “problemas”, 42 “testes” e 10 “questões”. Antes da apresentação dos “testes” e das “questões”, ele apresenta um tópico chamado “leitura” que envolve gráficos e cálculos com logaritmos tendo como objetivo demonstrar as aplicações da Matemática que envolvem os logaritmos.

O segundo livro foi publicado pela Editora Atual, e será chamado de livro II, faz parte da coleção “Matemática: Ciência e Aplicações”, é uma obra do Ensino Médio dividida em três volumes, elaborada por cinco autores, organizada por Iezzi (2004), com a colaboração de Dolce, Degenszajn, Perigo e Almeida. Apresenta na sua capa o código da coleção que foi analisado e aprovado pelo PNLEM/2006.

O livro analisado é do professor, é um livro do 1º ano do Ensino Médio, esse livro foi dividido em treze capítulos, distribuídos em 588 páginas, sendo 398 para expor conteúdos e atividades, 33 páginas com as respostas das atividades e 157 destinadas ao manual do professor. A organização do livro II segue da seguinte forma:

Quadro II – Organização do Livro Didático

1. Conjuntos Numéricos	2. Funções	3. Função Afim	4. Função Quadrática
5. Função Modular	6. Função Exponencial	7. Logaritmos	8. Função Logarítmica
9. Progressões	10. Noções de Matemática Financeira	11. Semelhanças de Triângulos	12. Trigonometria no Triângulo Retângulo
13. Resolução de Triângulos			

Este livro destina 65 páginas ao estudo dos logaritmos, dividindo essas páginas em um capítulo para os logaritmos e outro para a função logarítmica, os capítulos 7 e 8 respectivamente, como aparece descrito no quadro II, o capítulo 7 sobre logaritmos contém os seguintes tópicos: introdução, conseqüências, sistema de logaritmos, propriedades operatórias, utilização das propriedades, mudança de base.

No capitulo 8 sobre a função logarítmica começa revendo tópicos de funções como função sobrejetora, função injetora, funções bijetoras ou inversíveis, logo após, ele introduz a função logarítmica, neste capítulo os autores incluem também equações exponenciais, equações logarítmicas, ineqüações exponenciais, ineqüações logarítmicas.

O livro II apresenta as atividades para o aluno através dos tópicos: “exercícios”, “Testes de Vestibulares” e “desafios”, exemplos dessas atividades estão descritas no anexo II. Nas atividades que são denominadas “exercícios” são baseados em fórmulas que utilizam somente as definições, com vários exercícios que necessitam do mesmo raciocínio e somente três exercícios contextualizados. Nas atividades chamadas de “testes de vestibulares” apresentam exercícios de vestibulares com cinco alternativas que aplicam técnicas de cálculo com apenas três testes contextualizados. Nos “desafios” aparecem exercícios que envolvem contextualização, técnicas de cálculo e propriedades operatórias.

Juntando os dois capítulos que relacionam a idéia de logaritmo este livro oferece 220 atividades e 43 exemplos, sendo 160 “exercícios”, 54 “testes” e 6 “desafios”, contando com as atividades que aparecem no apêndice.

O livro II também traz a história da “invenção dos logaritmos” no tópico intitulado “matemática no tempo”, que está situado entre os dois capítulos (7 e 8), traz também ao final do capitulo 8 um tema transversal relacionado a grande população da Índia, e por fim o capítulo traz um apêndice contendo os logaritmos decimais e é encerrado com uma tabela de mantissas.

No final do livro II é apresentado o manual do professor que disponibiliza ao professor a forma como foi organizado o livro, seus objetivos, objetivos específicos de cada conteúdo, transcrição de textos das Bases Legais do Ensino Médio e das Diretrizes Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio, leituras recomendadas para o professor e algumas bibliografias recomendadas para o desenvolvimento do trabalho em sala de aula.

Fazendo uma relação entre as abordagens dos livros, os documentos oficiais do Ministério da Educação e os livros didáticos, podemos perceber que ainda não foi superado a modalidade “pré-universitária” que o PCNEM/1999 cita, se preocupando mais com a preparação do aluno para passar no vestibular do que para uma formação geral, ou seja, ambos os livros analisados, ainda apresentam um treinamento específico para os alunos, podemos notar isso pela grande quantidades de exercícios que envolvem somente técnicas de cálculo.

O livro II já segue algumas orientações dos PCNEM, com o uso de situações-problema contextualizadas para introduzir o conteúdo, procurando fazer uma interação aluno-conteúdo, por outro lado, trouxe somente três atividades contextualizadas em cada bloco de exercícios, mas também, mostrou a parte que trata de “característica e mantissa” como apêndice, dando maior ênfase ao uso de calculadora, colocando em um dos capítulos, que trabalha com logaritmos, uma forma simplificada de como calcular logaritmo com calculadora científica.

Percebemos tanto no livro I, como no livro II o potencial interdisciplinar dos logaritmos, pois todas as atividades contextualizadas que eles trouxeram apresentam relações com assuntos estudados em outras áreas. Alguns estão relacionados com a física, química, biologia, geografia. Podemos utilizar logaritmos como conexão com outros tópicos da própria Matemática, pudemos observar no livro II que ele apresenta essa vinculação, ou seja, ele trouxe em outros capítulos atividades contextualizadas ou não, que necessitava de logaritmo para resolução, por exemplo, no capítulo que envolvia progressão aritmética e geométrica e juros compostos, enquanto que o livro I, não foi possível verificar se isso acontece, pois não apresentou esses conteúdos no volume I, que foi o único analisado da coleção.

Essas atividades contextualizadas estão de acordo com o PCNEM/1999, que prega uma ligação entre teoria e prática, porém, no livro I essas atividades aparecem no encerramento do capítulo, talvez isso não permita que o professor trabalhe com esse tipo de problema, diferente do livro II que, apesar das poucas atividades contextualizadas ele consegue intercalar os mesmos nos diferentes tópicos destinados aos exercícios.

Sabemos que é o professor que deve decidir como trabalhar com as informações que aparecem nos livros didáticos, qual o momento de dar essa ou aquela atividade, a forma como está organizado o livro não pode influenciar nas suas decisões, pois ele tem que planejar e refletir sobre o que é mais importante para o aluno aprender no conteúdo e quais são os meios que o professor vai utilizar para ter êxito.

Em relação as abordagens de Quintanilha e Miorim (2005), classificamos o livro publicado em 1995 como abordagem tradicional-tecnicista, pois ele já introduz o conteúdo a partir da definição, não permitindo uma maior participação do aluno na construção do conceito, enquanto o livro publicado em 2004 foi classificado na abordagem híbrida, pois apesar de introduzir o conceito a partir de uma situação-problema, ainda apresenta poucos problemas contextualizados.

A nossa pesquisa nos mostrou, também, que a perspectiva interdisciplinar e contextualizada, tão falada e proposta pelos documentos oficiais, é perfeitamente aplicada aos logaritmos, pois este, sendo trabalhado desta forma poderá servir de ferramenta para a resolução de problemas que recaem em equações exponenciais que podem ser usadas em conexão com diversas disciplinas.

No primeiro semestre de 2008, ocorreu a escolha do livro didático de Matemática do Ensino Médio, pelas escolas, para ser utilizado em 2009, é possível que a tendência dos próximos livros a serem escolhidos é que sigam ainda mais as orientações dos documentos oficiais, com isso, fortalecerá a abordagem problematizadora, que é o que mais se encaixa nas sugestões dos documentos, e que mais oferece ferramentas para a resolução de problemas apresentados no ensino de logaritmos.

REFERÊNCIAS:

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** São Paulo: Editora Edgard Blücher. Ltda, 1976.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional,** Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

BRASIL. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias/Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2.

BRITO, Arlete de Jesus. **A História da Matemática e a Educação de Professores.** In. Revista: *Educação Matemática,* Porto Alegre, número 22, ano, pp.13-15, jun. 2006.

EVES, H. Introdução à história da matemática. Tradução: Higino H. Domingues. Campinas SP: editora da UNICAMP, 2004.

IEZZI, Gelson *et al*. **Matemática:** Ciência e Aplicações. 1ª série. Ensino Médio. 2ª ed. São Paulo: Atual, 2004. Coleção: Matemática – Ciência e aplicações.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar II –** Logaritmos. 8ª ed. São Paulo: Atual, 1993.
LIMA, Elon Lages. **Logaritmos.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996. Coleção do Professor de Matemática.
QUINTANILHA, Rafael Bonato; MIORIM, Maria Ângela. **A Proposta do Ensino de Matemática em Livros de Didáticos Atuais de Matemática.** Faculdade de Educação - FE, UNICAMP. 2005. Disponível em: http://www.prp.unicamp.br/pibic/congressos/xiiicongresso/resumos/011184.pdf. Acessado em: 08/10/2008.
SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC. 1997. 245 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – São Paulo.
YOUSSEF, Antonio Nicolau; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática –** Conceitos e Fundamentos. 2ª ed. São Paulo: Scipione, 1995.

O CONCEITO DE NÚMEROS RACIONAIS: HESITAÇÕES, DÚVIDAS E CONTRADIÇÕES

José Felice - UEMS

Luiz Carlos Pais - UFMS

RESUMO : O objetivo deste artigo é analisar uma questão de vestibular, considerada de situação problematizadora, fazendo a descrição das explicações dos conceitos matemáticos que justificam o Conjunto dos Números Racionais, nela contido. O trabalho é um exercício do educador matemático na construção de praxeologias, de Organização Matemática, capaz de analisar a atividade matemática representada na questão, isto porque, estamos alicerçados num projeto de pesquisa vinculado ao Programa de Doutorado em Educação da UFMS, na linha de pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática que tem como objeto de estudo o ensino de conteúdos matemáticos por meio de situações problematizadoras. O desenvolvimento da situação problematizadora, em estudo, fundamenta-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD) que permite analisar, descrever e estudar as práticas institucionais e considera a organização do saber matemático uma entidade composta por: tipos de problemas ou tarefa problemática; tipos de técnicas que permitem resolver os tipos de problemas; tecnologias ou discurso que descreve e explica a técnica; uma teoria que fundamenta e organiza os discursos tecnológicos. A TAD considera os tipos de problemas e os tipos de técnicas o “saber fazer” matemático, enquanto que o discurso tecnológico e a teoria compõe o “saber” propriamente dito. As maneiras de fazer os cálculos matemáticos, desenvolvidas no texto do trabalho, fundamentam-se nas idéias de Caraça que dão sustentação às explicações das técnicas utilizadas e permitem a obtenção dos conceitos relacionados com os Números Racionais. No desfecho final, apresentam-se as contradições existentes entre a construção dos conceitos que determinam o conjunto dos Racionais e as alternativas apresentadas pela questão do vestibular em análise.

Palavras-Chave: Resolução de Situações Problematizadoras. Organização Matemática. Explicações dos conceitos dos Números Racionais.

Introdução

A análise reflexiva e as tentativas de interpretação de situações problematizadoras têm feito parte do cotidiano de nossa convivência nas atividades de professor formador, principalmente na disciplina de Prática de Ensino e de Estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática.

Neste artigo, procuramos aprofundar a análise conceitual dos números racionais extrapolando as idéias artificiais, que na maioria das vezes campeiam os manuais de ensino e o planejamento do Professor de Matemática, onde se destaca somente alguns parâmetros (algumas qualidades).

Nosso propósito é mergulhar na complexidade que é peculiar aos conjuntos numéricos e interagir com a realidade que envolve o campo dos Reais. A intenção é provocar as abstrações capazes de explicar teoricamente a existência desse conjunto, que amplia nosso saber e contribui para incentivar as reflexões e discussões sobre o Ensino da Matemática.

Alicerçados num projeto de pesquisa vinculado ao Programa de Doutorado em Educação da UFMS na linha de pesquisa de Ensino de Ciências e Matemática, que tem como objeto de estudo o Ensino de conteúdos matemáticos por meio de Situações Problematizadoras, procuramos nesse artigo analisar uma situação problematizadora encontrada numa prova de Matemática de Vestibular.

Para fundamentar o trabalho de análise dessa situação problematizadora desenvolveremos as reflexões através da Teoria Antropológica do Didático (TAD), que segundo Chevallard e Bosch (1999) permite analisar, descrever e estudar as práticas institucionais e considera a organização do saber matemático que esta em jogo. A TAD, descreve a atividade Matemática e o saber que dela emerge em termos de organização praxeologias matemáticas (BOSCH, 2000).

Para Chevallard (2002), uma organização Matemática é uma entidade composta por: tipos de problemas ou tarefas problemáticas; tipos de técnicas que permitem resolver os tipos de problemas; tecnologias ou discurso que descreve e explica a técnica; uma teoria que fundamentam e organiza os discursos tecnológicos. Os tipos de problemas e os tipos de técnicas constituem o “saber-fazer” matemático, enquanto que o discurso tecnológico e a teoria compõem o “saber” propriamente dito.

Faremos ainda com que as descrições e as técnicas matemáticas, desenvolvidas durante a análise da situação problematizadora, sejam baseadas nas idéias de Caraça (1989). O autor considera que o conhecimento pode ser encarado sob dois aspectos diferentes:

> Ou se olha para ele como vem exposto nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanha-lo no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborado, e o aspecto totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições (p. XIII).

Dessa forma, entendemos que o conhecimento humano é uma construção social que se realiza em condições particulares em instituições ou comunidades (na aula sobre a direção de um professor; em determinados programas de estudos, em grupos de estudos etc) (BOSCH, 2000). Isso nos leva a acreditar que não se ensina um conhecimento se constrói interiormente através de ações sobre o objeto de estudo. Portanto, as análises e as descrições contidas neste artigo, é o resultado de estudos acompanhados de muitas reflexões com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática e das discussões em Grupos de Estudos.

No desenvolvimento deste artigo, estará exposta a questão em análise, o significado dos números racionais, a análise da questão e a interpretação da solução da questão.

A Questão

Não é comum candidatos reclamarem de questões de Matemática dos vestibulares, mesmo porque, é necessário fundamentar corretamente os motivos da reclamação. Veja a questão:

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, *a, b, e* 1. Qual a posição do número $\frac{b}{a}$?

___|______________|_______|_______|_______

0 $\qquad\qquad\qquad$ a $\qquad$ b $\qquad$ 1

Alternativas

a) à esquerda de 0
b) entre 0 e a
c) entre a e b
d) entre b e 1
e) à direita de 1

A resposta correta que constava no gabarito era a alternativa “e”.

As análises e as descrições contidas neste artigo não têm a intenção de reclamar da elaboração da questão, e sim, de interpretar os conhecimentos matemáticos nela contidos, principalmente o conceito de números racionais.

Verifica-se que as idéias matemáticas contidos na questão, exibem a conexão entre números e geometria de uma forma harmoniosa. Historicamente, sempre foi assim, elas não foram construídas isoladas do contexto real, pois sempre é possível fazer, mesmo de forma abstrata, a articulação entre elas. No entanto, nem sempre estudam na escola os conteúdos organizados dessa forma, o que se observa comumente nas aulas são apresentações de definições prontas e sem uma explicação que possa justificar realmente a questão, tal como: “$\frac{b}{a}$ é um número fracionário porque indica a parte de um todo”.

Não consideramos a questão em análise somente um problema, onde se aplica um conhecimento na busca de uma solução, mas uma situação problematizadora, pois, possui uma potencialidade capaz de provocar a discussão de vários conteúdos articulados num determinado contexto.

Para aprofundar os estudos sobre a conceituação dos racionais conectados com a geometria, como propõe a questão em análise, remete nosso entendimento de acordo com a TAD, dessa forma não falaremos em "compreender o conceito", mas em explicar as atividades através de ações (quer dizer de praxeologias) que da vida ao conceito (BOCH 2000).

Significado dos Racionais

Considerando, a explicação do conceito de números um tipo de tarefa, pode destacar varias outras tarefas nele contidas (CHEVALLARD 1999). A seguir resolveremos vários tipos de tarefas que estão ligadas ao conceito de números.

O entendimento sobre números é de idéia de quantidade, e podem ser representadas na forma escrita, ou falada. Assim, quando perguntamos "quantas pessoas residem com você?", obtemos a resposta contando as pessoas e escrevendo ou falando a quantidade. Na explicação lógica da contagem, cada pessoa é um todo e o total de pessoas uma quantidade dita discreta, ou seja, que possui uma identidade definida (individualizada) que significa unidades separadas umas das outras (podem ser contadas). Esse conjunto de números representa os Números Naturais.

No entanto, outras situações também representam um número. Na comparação do comprimento dos segmentos na reta, por exemplo, caso que se relaciona com a questão em análise, tem:

|______________________|
A   B
|__________|
C   D

Se aplicarmos CD sobre AB fazendo coincidir os dois extremos A e C, nesta operação, vê-se que o ponto D "cai" entre A e B (CARAÇA, 1989, p.29).

A situação geométrica apresentada responde à pergunta – quantas vezes o comprimento CD cabe em AB? Usamos aqui um tipo de linguagem adequada ao fato observado que é de suma importância para explicar os procedimentos executados como veremos a seguir.

Responder à pergunta – Quantas vezes? – se faz dando um número que exprime o resultado da comparação com a unidade. Nesse caso, a quantidade é dita contínua – quando é divisível em partes - e o número chama-se medida da grandeza em relação a essa unidade (CARAÇA 1989).

Para esse autor, no problema da medida há três aspectos distintos: escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação com a unidade. A escolha da unidade pode ser aleatória numa medição, no entanto, as grandezas contínuas cientificamente são padronizadas, assim medimos utilizando unidades oficiais: massa; comprimento; capacidade etc.

A unidade esta sempre relacionada com a expressão numérica, no exemplo anterior pode usar o registro da representação numérica: $\frac{AB}{CD}$ ou AB : CD. Se CD= u (unidade), teremos $\frac{2u}{u}$ = 2, onde 2 representa quantas vezes CD cabe em AB. Já a expressão $\frac{AB}{CD}$ é a razão, sinônimo de quociente desses dois números.

Desenvolvendo a técnica anterior podemos reforçar a explicação na comparação que segue:

|___|___|___|___|___|___|___|___|___|___|___|___|

A B

|___|___|___|

C D

Quantas CD cabem em AB? A pergunta poderia ser: quantos três cabem em doze?

É possível exprimir da seguinte forma $\frac{AB}{CD} = \frac{12}{3} = 4$, o que quer dizer a unidade CD cabe 4 vezes em AB, ocorrendo o resultado de uma medição onde 12 é divisível por 3 e $\frac{12}{3}$ coincide com um valor que é o quociente da divisão.

Para Caraça (1989, p. 33), as situações anteriores é uma exceção, o que ocorre com maior freqüência é o caso onde aplicando a unidade sobre AB, sobeja uma porção, PB, de segmento, inferior à unidade.

Vejamos como fica a comparação seguinte:

|____|____|____|____|____|____|____|____|____|____|____|

A P B

|____|____|____|

C D

A pergunta seria quantos três cabem em onze?

Analogamente à técnica anterior, representamos $\frac{AB}{CD} = \frac{11}{3}$, no entanto, esta razão não existe em números inteiros, pois o número 11 não é divisível por 3, nesse caso, é necessário um novo campo numérico que satisfaça a medição. Para explicar a técnica, partimos da premissa que é possível exprimir, sempre, a medida de um segmento tomado outro como unidade, dessa forma, interpretamos que PB são duas partes das 3 partes representadas por CD (unidade) e daí escrevemos a razão $\frac{PB}{CD} = \frac{2}{3}$ (duas partes das três em que esta dividida a unidade).

Segundo Caraça (1989, p. 36), teoricamente em qualquer das hipóteses anteriores a razão $\frac{AB}{CD}$ é considerada um Número Racional. No entanto, se AB não for divisível por CD diz-se que $\frac{AB}{CD}$ é um Número Racional Fracionário. É possível interpretar então que em $\frac{11}{3}$ cabe 3 unidades CD inteira e a parte fracionária $\frac{2}{3}$ (dois terços) da unidade CD ou que $\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$.

Análise da Questão

Na questão, objeto de estudo, observa que os números representados geometricamente na ordem 0, *a, b,* 1, mostra uma reta, contendo os Números Reais onde *a* e *b* encontram-se entre 0 e 1, portanto, $b < 1$ e $a < b$, o que significa que *a* e *b* podem ser racionais fracionários (partes de uma unidade).

A expressão $\frac{b}{a}$, tal como se encontra na questão, significa medir *b* com a unidade *a* ou responder a pergunta: quantas vezes *a* cabem em *b?*

Levando em conta a teoria elaborada anteriormente, podemos simular uma situação real, no esboço geométrico da questão, tal como:

Se $b = \frac{2}{3}$ e $a = \frac{2}{9}$, teremos na reta numerada o seguinte:

|______________|_____________|______________|

0 $b = \frac{2}{3}$ 1

|____|____|____|____|____|____|____|____|____|

0 $a = \frac{2}{9}$ 1

Se temos $\frac{2}{3} : \frac{2}{9}$, usando a linguagem anterior, a pergunta então seria quantos $\frac{2}{9}$ cabem em $\frac{2}{3}$?

Geometricamente a resposta é, o $\frac{2}{9}$ cabe 3 vezes no $\frac{2}{3}$. No entanto, é possível explicar o resultado através da técnica algébrica, da seguinte forma: considerando $\frac{2}{3} : \frac{2}{9} =$ X, temos $\frac{2}{3} = X \cdot \frac{2}{9}$ onde X representa quantas vezes o $\frac{2}{9}$ cabe em $\frac{2}{3}$ o que geometricamente representa 3 vezes, ou seja, $\frac{2}{3} : \frac{2}{9} = 3$.

Surge, portanto, uma nova tarefa, explicar a divisão de dois números racionais. Segundo Caraça (1989, p 45) se $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = X$, logo $X \cdot \frac{r}{s} = \frac{p}{q}$ o que representa $X = \frac{p.s}{q.r}$. Observe que se substituirmos X por $\frac{p.s}{q.r}$ na equação $X \cdot \frac{r}{s} = \frac{p}{q}$ podemos comprovar que isso é verdade $\frac{p.s}{q.r} \cdot \frac{r}{s} = \frac{p}{q}$.

De forma análoga à demonstração anterior, podemos reproduzir a idéia na divisão $\frac{2}{3} : \frac{2}{9} = X$, sendo que $X \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$ e na seqüência obtemos $X = \frac{2.9}{3.2}$ onde $X = \frac{18}{6}$, portanto X= 3. Ainda podemos representar que $X = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2}$ e daí estabelecer como verdade a técnica de resolução que todos os livros didático e professores reproduzem sem uma explicação consistente , ou seja : "para dividir fração, pegamos a primeira e multiplicamos pelo inverso da segunda".

Voltando à interpretação da questão, dizer que $\frac{b}{a}$ = 3 é um número que esta a direita de 1, conforme estabelece o gabarito do vestibular, não tem sentido. O contexto não permite esse absurdo, pois conceitualmente o 3 não tem a natureza de um número inteiro, mesmo porque, esta representando quantas vezes o *a* cabe em *b*.

Após as explicações, entendemos que o resultado de $\frac{b}{a}$ não pode ser considerado uma quantidade discreta ou quantidade individualizada mesmo porque esta relacionada com a medida de *b* pela unidade *a*. Dessa forma, não possui a natureza de grandeza numérica e sim de explicação sobre a operação realizada, portanto, desvinculada de qualquer posição geométrica.

Conclusão

Procuramos demonstrar neste artigo, uma seqüência de ações ou praxeologias, que pudesse explicar uma série de conceitos matemáticos que constitui o conhecimento sobre Números Racionais. Acreditamos ser esse o trabalho do professor orientador da aprendizagem.

Fundamentados na TAD, o que fizemos foi seguir os ensinamentos dessa teoria. Para Chevallard (2002) "ensinar certo tema matemático" é um tipo de tarefa para o professor que, consiste em "ensinar uma organização praxeologica de natureza matemática" que se chama Organização Matemática. Assim, pondera o autor que o problema praxeológico do professor de Matemática é construir praxeologias, e sempre que novo tipo de tarefas se faz necessário constrói novas praxeologias, que se constitui numa Organização (ou praxeologia) Didática.

Nosso objeto de pesquisa esta voltado para a reflexão sobre a construção de ações que deverá se constituir em organizações didáticas capazes de construir o conhecimento matemático através de situações problematizadoras. E dessa forma, procuramos neste artigo fazer uma demonstração de que isso é possível.

Quanto à questão em análise, procuramos caracterizá-la como uma situação problematizadora. Em nossa pesquisa, determinaremos as características de uma situação problematizadora, mas, é possível de forma resumida acrescentar que não se trata de um simples problema, onde a solução é dada sem contradição.

Na análise, pudemos constatar uma contradição nas alternativas propostas com os conceitos expostos sobre os Números Racionais, no entanto, a questão possui uma potencialidade para discussão que não é peculiar a todos os tipos de problemas, por isso consideramos uma situação problematizadora.

Referências

BOSCH, Mariana; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de I' activité mathématique aux ostensifs. In : Recherches en Didactique des Mathématique, 1999 v. 19, nº 1, p. 77-124.

BOSCH, Mariana, Un Punto De Vista Antropologico: La Evolución De Los "Instrumentos De Representación" En La Actividad Matemática (Ponencia en el Seminario de Investigación I sobre Representación e Comprensión). IV Simposio – SEIEM – Huelva, España 2000. http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/boletin11.htm

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da Matemática. 9ª edição. Lisboa: Portugal, Livraria Sá da Costa Editora 1989.

CHEVALLARD, Yves ; BOSCH, MARIANA ; GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas : o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Yves. Oraniser l' estud. 1. Structure & Fonctions. Actes de la 11 École d' Été de Didactique des Mathématique. France : La Penssé Sauvage. 2002. Versão eletrônica

GASCÓN, Josep. La Necessidad de utilizar modelos em didáctica de las matemáticas. Publicado na Revista Educação Matemática Pesquisa. EDUC. São Paulo, v.5, nº 2 pp 11-37. 2003.

DESENCADEANDO MUDANÇAS NA PRÁTICA DOCENTE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: REFLEXÃO, INSTRUMENTAÇÃO E COLABORAÇÃO

Juliana Xavier Silva - UFMS
Marilena Bittar - UFMS

RESUMO: Neste artigo apresentamos resultados parciais de uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática realizada entre março de 2007 e julho de 2008. O objetivo dessa pesquisa de cunho qualitativo é investigar as mudanças suscitadas na prática docente de três professores de Matemática com a inserção do computador em suas aulas. Fizemos um recorte apresentando análises de dados relativos à prática docente do professor Álisson, um dos três sujeitos dessa pesquisa. Álisson é participante do GETECMAT, um grupo de formação de professores que estuda a inserção de tecnologias nas práticas de professores que ensinam Matemática na Escola Básica em escolas públicas e particulares de Campo Grande, MS. Baseamo-nos em Huberman para entender como as mudanças acontecem no campo da Educação. A Teoria da Instrumentação nos auxiliará na compreensão dos processos em que os professores utilizam o computador como instrumento de ensino e de como a utilização desse instrumento pode influenciar e trazer mudanças para suas práticas. Os dados da pesquisa foram coletados por meio de entrevistas semi-estruturadas e de um diário de itinerância. Acreditamos que a dinâmica de ação-reflexão-ação proposta pela pesquisa-ação, seguida pelo GETECMAT trouxe mudanças para a prática docente do professor Álisson em relação ao desenvolvimento da autonomia para a prática da informática educativa[13], à segurança na escolha e utilização de *softwares* voltados para o ensino de Matemática e contribuindo com o seu desenvolvimento profissional. Em outras palavras, a dinâmica de ação-reflexão-ação proposta pelo GETECMAT incentivou o professor Álisson a refletir sobre sua prática de forma coletiva e a investigar problemas que tinha significado para ele.

Palavras-chave: Matemática. Computador. Professor. Instrumentação. Mudança.

1 INTRODUÇÃO

As transformações que a sociedade vem passando exigem das pessoas, e em particular, do professor, adaptação às exigências impostas pela inserção da informática no meio escolar. À medida que o tempo passa, as escolas vão sendo equipadas por recursos informáticos que se tornam obsoletos por falta de uso. E, isso, muitas vezes, acontece devido à falta de formação do professor em relação ao uso de tecnologias, tais como, a calculadora e o computador.

A inserção do computador na prática pedagógica do professor de Matemática pode influenciá-la trazendo exigências para que essa prática se adapte às ferramentas que ele tem ao seu dispor. Para usar essa ferramenta satisfatoriamente, é importante que o professor tenha oportunidade de adquirir, com o passar do tempo, conhecimentos básicos que o levem a

[13] Segundo Leivas (2001, p. 84) a informática educativa caracteriza-se pela utilização da informática como um suporte ao educador, como uma ferramenta para a sua prática, sendo que a mesma pode utilizar os recursos colocados a sua disposição para ajudar o aluno a construir novos conhecimentos.

explorar efetivamente as potencialidades do computador no planejamento e na execução de suas aulas. Para isso, deve ter oportunidades de participar de cursos que se preocupem com sua formação em serviço, com a realidade que ele tem em sua escola e em sua sala de aula, resultando na possibilidade de o profissional poder utilizar o que aprendeu em relação à utilização de computadores e *softwares* no ensino da Matemática e, consequentemente, possa ter autonomia para utilizá-los em suas aulas.

1.1 Objetivos

Esta pesquisa foi iniciada com o objetivo de refletir sobre as influências da utilização do computador na prática docente de professores de Matemática, com o propósito de responder às seguintes questões: que mudanças ocorrem nas práticas de professores de Matemática ao inserir o computador em suas aulas? Como o uso de recursos computacionais interfere no processo de ensino e aprendizagem da Matemática?

Como já existia um estudo em andamento, desenvolvido por um Grupo de Estudos de Tecnologia Aplicada à Educação Matemática – GETECMAT[14] – que discute a inserção das tecnologias – calculadoras e computadores – na Educação Básica na UFMS, decidimos convidar alguns de seus participantes para fazerem parte desta pesquisa. Esse grupo é constituído por pesquisadores vinculados ao GEEMA\CNPq[15]; professores que ensinam Matemática em escolas públicas de Campo Grande/MS.

Vale lembrar que o professor precisa aprender a usar o computador em sua prática, visto que sua utilização demanda o estímulo do trabalho coletivo nas escolas, vencendo o individualismo presente na profissão docente, e criando um ambiente de colaboração em que as trocas de experiências e saberes relacionados com a informática educativa possam ser valorizados (NÓVOA, 1995).

Convém esclarecer que apresentamos aqui apenas uma parte do estudo que resultou em uma dissertação de mestrado em Educação Matemática. Devido às limitações de espaço para uma comunicação completa, analisaremos elementos relacionados às atividades de um dos professores sujeitos de nossa pesquisa, mediante falas individuais e relatos desse professor, que possam revelar sua aprendizagem a partir do contexto colaborativo mediado pelo uso do computador como ferramenta de ensino.

1.2 Metodologia

[14] Este grupo, coordenado pela Profª Drª. Marilena Bittar, foi financiado pelo CNPq com o edital universal 2006/02.

[15] O GEEMA\CNPq – Grupo de Estudos em Educação Matemática tem como líder a Profª. Drª. Marilena Bittar, é cadastrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do Brasil, do CNPq desde 1999 e se reúne semanalmente na UFMS. A página do GEEMA é http://www.geema.ufms.br/

A pesquisa de cunho qualitativo possui algumas características da metodologia da pesquisa-ação (BARBIER, 2004). Tomamos como base os estudos de Tardif (2008), para entendermos como as mudanças ocorrem na prática docente dos sujeitos deste trabalho. A teoria discutida por Huberman (1973) e a teoria da instrumentação discutida por Rabardel (1995) formam as bases teóricas desta pesquisa.

É importante esclarecer que investigamos a prática docente e não somente a prática pedagógica, pois, segundo Tardif (2008), enquanto trabalho de interação, a docência apresenta características peculiares que permite diferenciá-las de outras formas de trabalho humano.

Nas trajetórias construídas pelos professores são descritas suas escolhas quanto ao uso do computador em suas aulas mediante narrativas; escolhas que se configuraram por meio da dinâmica de ação-reflexão-ação proposta pela pesquisa-ação, seguida pelo GETECMAT; discussões com os participantes do grupo, com o desenvolvimento de tarefas para as suas turmas no Subgrupo e em novas reflexões após suas ações na sala de informática.

Também os conceitos de artefato, de esquemas de utilização e de instrumentos trazidos por Rabardel (1995) auxiliam na busca de indícios de mudanças e no entendimento do processo em que o professor Álisson utilizou o computador em suas aulas.

Considerando a escolha dos professores participantes de nossa pesquisa, os professores deveriam dispor de um laboratório de informática e lecionar no Ensino Fundamental e/ou Médio. Nesta pesquisa propusemo-nos a identificar indícios de mudanças suscitadas na prática docente de três professores de Matemática com a inserção do computador em suas aulas. Para alcançar esse objetivo traçamos três objetivos específicos: conhecer algumas expectativas dos professores participantes da pesquisa em relação ao uso do computador em sua prática pedagógica; investigar dificuldades enfrentadas por esses professores ao usar o computador em suas aulas; investigar indícios de mudanças provocadas por influências do grupo GETECMAT.

Para a coleta de dados, foram utilizados instrumentos sugeridos por Thiollent (1994): questionários, entrevistas coletivas, observação participante, diário de campo e relatórios dos seminários realizados.

2 BASES TEÓRICAS

2.1 O Computador e o Ensino de Matemática

O ensino de Matemática, no Brasil, até o início do século XX, restringia-se a estudos no Instituto Militar de Engenharia do Rio de Janeiro, baseado no ensino tecnicista dos sistemas europeus. Todavia, uma forte influência francesa se instalou nas bases educacionais, conduzidas principalmente pelo positivismo, começando com o movimento de Matemática Moderna. Com a implantação dos referenciais Curriculares para a Educação Básica, em 1990, o Ministério da Educação buscou sistematizar idéias que servem como princípios norteadores das reformas curriculares em todas as esferas da educação na Brasil.

A sociedade do conhecimento na qual vivemos, com transformações constantes no processo de produção e na construção de conhecimento, faz surgir novas demandas sobre o sistema educacional, exigindo que os professores desenvolvam novos saberes que viabilizem um processo de ensino e aprendizagem atualizado. Na contemporaneidade, os educadores estão sendo alertados a repensar sua função docente, haja vista as mudanças sociais, econômicas, políticas e culturais pelas quais passa a sociedade e que, de certa forma, solicitam um novo modelo de escola. Dessa forma, a busca para superar as problemáticas apresentadas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, tem levado professores a buscarem novas práticas de ensino, na tentativa de torná-lo mais dinâmico e eficaz.

Algumas pesquisas têm evidenciado que o uso das tecnologias de informação e comunicação na formação inicial e na prática docente pode contribuir efetivamente para o desenvolvimento intelectual e profissional dos professores se for criado e desenvolvido um contexto marcado pelo trabalho colaborativo entre professores, formadores e especialistas em informática, os quais, juntos, planejam, executam e refletem/avaliam os resultados obtidos (BORBA; PENTEADO, 2001).

A literatura aponta que, "embora esforços tenham sido empreendidos para equipar as escolas com computadores, ainda são poucos os professores que os utilizam em sua prática profissional" (SILVA, 1997, p. 2). E por que isso vem acontecendo? Tomando por base os resultados das pesquisas feitas por Cancian (2001) e por Brandão (2005) os professores não utilizam os computadores em suas práticas por não terem uma formação que propicie o seu uso.

Em muitos casos, a prática tradicional tem se mostrado carente em relação à utilização do computador, que está presente na escola, mas não é utilizado pelo fato de o professor não saber como utilizá-lo para ensinar. Faz-se necessário então que os professores participem de cursos de formação continuada que possibilitem a inserção dos computadores em suas práticas já que muitos desses professores têm acesso às salas de informática e são orientados a utilizá-las.

Em outros casos, os professores inserem o computador em suas aulas "não por vontade própria, mas sim por exigência do ambiente de trabalho, como é o caso de escolas, que montam laboratórios de informática sem antes consultar os professores" (ZULATTO, 2002, p. 17). É importante, portanto, que eles participem do processo de montagem dos laboratórios, pois, afinal, serão os professores e os alunos que farão uso desse ambiente e ninguém melhor do que eles para opinar quanto à escolha de *softwares* e programas que podem servir de ferramentas de ensino e aprendizagem.

Para que isso ocorra, é necessário que profissionais sejam capacitados e disponibilizados para esse fim. Dessa maneira, o professor poderá formar seus conhecimentos básicos sobre os computadores e uma base pedagógica sólida voltada, também, para a prática da informática educativa. Todavia, para que a inserção da tecnologia ocorra nos sistemas educacionais, um grande desafio deve ser vencido: o desafio da mudança.

Ressalta-se que existem ações que estão sendo empreendidas, a partir de grupos de trabalho colaborativo para contribuir com a formação continuada dos professores na área da informática educativa no Brasil, tais como os grupos em que se desenvolveram as pesquisas da Cancian (2001) e de Paranhos (2005), além da nossa, desenvolvida no GETECMAT.

2.2 Reflexão e colaboração: possibilidades de mudanças na prática pedagógica do professor de Matemática

Inspirando-nos nas iniciativas tomadas para o desenvolvimento da pesquisa de Cancian (2001), com relação à formação de um grupo com os professores para discutir sobre o desenvolvimento de atividades voltadas para os contextos de sala de aula, decidimos, também, convidar alguns professores do grupo GETECMAT para participarem de nossa pesquisa, formando, assim, um Subgrupo do GETECMAT.

Os sujeitos da pesquisa, de acordo com Cancian (2001), sentem-se obrigados a inserir o computador em suas aulas, embora não tenham tempo para se dedicar às leituras nem um espaço na escola para discutir o tema. Por esse motivo, os professores sentem-se sobrecarregados, cansados e desmotivados para desenvolver um trabalho desse tipo.

Já que todos os professores que participavam do GETECMAT tinham também a mesma preocupação dos professores participantes da pesquisa da Cancian (2001), ou seja, em estarem utilizando o computador em suas práticas, como instrumento motivador do processo de aprendizagem da Matemática, julgamos interessante colocar questões aos professores quanto à relação que eles faziam entre a utilização do computador e o conteúdo do programa de Matemática. Não é objetivo, desta pesquisa, verificar a relação entre a utilização do computador e os resultados quantitativos do processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, é interessante, saber dos professores, após suas ações em sala de aula, se há algum reflexo da utilização do computador como ferramenta de ensino no processo de aprendizagem dos alunos e se há algum tipo de mudança no processo de ensino ou até mesmo nas relações entre professores e alunos.

Mediante relatos coletados a partir das conversas ocorridas durante as reuniões do Subgrupo, analisamos como a participação dos sujeitos de nossa pesquisa no GETECMAT e no Subgrupo contribuiu para que mudassem suas concepções sobre o uso do computador em suas práticas e que indícios de mudanças estão presentes no planejamento e na execução de suas aulas.

Ao adotar outra ferramenta de trabalho, deixando de ser o centro das atenções na sala de aula e dando voz ao aluno, o professor corre o risco de perder o controle da classe e o domínio diante dos fatos que podem surgir. Segundo Cancian (2001), a vontade de mudar apareceu na fala da maioria dos professores sujeitos de sua pesquisa, porém, a partir das discussões apresentadas, é apontada "a existência de uma forte tensão nos processos de mudanças, provocando um constante "ir e vir" entre iniciativas e resistências e mostrando, mais uma vez, que o processo é lento" (CANCIAN, 2001, p. 90).

3 RESULTADOS

3.1 Os procedimentos de coleta dos dados

No período de março de 2007 e outubro de 2008, foram coletados os dados para o desenvolvimento da pesquisa. Avaliamos que o período de, aproximadamente, um ano, ou pouco mais, seria o suficiente para que os professores pudessem agir e refletir sobre suas ações no contexto da pesquisa-ação desenvolvido pelo GETECMAT e que poderiam, também, ir e voltar ao Subgrupo, refletindo e repensando seus planejamentos quanto ao uso do computador como ferramenta de ensino.

Utilizamos, para a coleta de dados, um gravador de voz do tipo MP3, um diário de itinerância, em que foram registradas as informações principais das reuniões; planejamentos dos professores; dados das escolas visitadas; características das aulas dos professores, tais como: datas, conteúdos ministrados tanto em sala de aula como na sala de informática; partes de seus relatos colhidos durante as reuniões do GETECMAT e em entrevistas semi-estruturadas realizadas durante as reuniões do Subgrupo, nossas observações gerais em relação ao processo de inserção da tecnologia na prática dos três professores e também as atas das reuniões do GETECMAT.

Segundo Lüdke e André (1986, p. 34), a entrevista semi-estruturada "se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações". Na próxima seção, trazemos maiores detalhes dos temas que esperávamos que os professores colocassem em discussão durante as reuniões, bem como outros que julgamos necessário abordar em outras reuniões que aconteceram durante o processo de coleta de dados.

Montamos um roteiro contendo algumas questões norteadoras, que foram organizadas em oito grupos. As questões do Grupo I ao III fizeram parte de entrevistas realizadas em reuniões que ocorreram no início da pesquisa para nos informarmos do contexto escolar em que estavam envolvidos os professores, sua formação inicial para uso do computador, e suas expectativas quanto ao uso dessa ferramenta em suas aulas. As questões do grupo IV a VI, propostas no decorrer da pesquisa, estavam relacionadas com as dificuldades na utilização do computador em sala de aula suas iniciativas quanto ao uso dessa ferramenta em sala de aula. As perguntas dos dois últimos grupos foram feitas tanto nas duas fases anteriores quanto em julho de 2008, quando encerramos a coleta dos dados. Essas perguntas nos auxiliaram na montagem das bases que permitiam identificar a bagagem dos professores quanto as suas concepções com relação ao uso de tecnologia no ensino da Matemática para, depois, identificarmos os indícios de mudanças que fossem surgindo em suas práticas com a participação no GETECMAT e no Subgrupo.

Com esse procedimento acurado, e por influência de outras variáveis não caracterizadas anteriormente, nossa intenção, portanto, foi identificar indícios de mudança no comportamento dos professores.

3.2 O contexto escolar em que estão inseridos os sujeitos de nossa pesquisa

Foram elaboradas algumas questões relacionadas com A(s) Escola(s) (onde os professores lecionavam), enquanto organização social cujo futuro será determinado pelo ritmo da sua transformação. Sendo escolhidos como sujeitos da pesquisa os professores de Matemática, devido à natureza deste trabalho: conhecer e planejar o uso de computadores como ferramenta de ensino e aprendizagem na sala de aula.

3.3 Os sujeitos da pesquisa

O GETECMAT se propõe a trabalhar com os professores no desenvolvimento de atividades seguindo os seguintes critérios: utilizar o computador como instrumento de ensino, de acordo com as características dos contextos escolares em que os participantes estão envolvidos, reforçando a importância da reflexão e da discussão sobre a inserção e utilização do computador em suas práticas.

Foram realizadas 40 reuniões quinzenais, às quartas-feiras, no horário das 19h às 21h, no período entre março/2007 a dezembro/2008. A maioria delas aconteceu em uma das salas do Mestrado em Educação Matemática da UFMS e, quando necessário, foi utilizado o laboratório de informática do Departamento de Matemática dessa mesma Universidade.

No ano de 2008 o GETECMAT, se dividiu em três grupos de trabalho, onde cada um optou por discutir e desenvolver atividades voltadas para suas salas de aula, utilizando a calculadora ou os *softwares* LOGO ou Cabri-Géomètre. Esses Grupos receberam nomes de acordo com os instrumentos escolhidos pelos participantes: Grupo da calculadora, Grupo do LOGO e Grupo do Cabri. Os participantes desta pesquisa fazem parte, atualmente, do Grupo Cabri. São eles: Álisson, Eduardo e Pedro. No início, os três lecionavam Matemática no nono ano do Ensino Fundamental e no Ensino Médio em Escolas Públicas de Campo Grande, MS.

Elegemos a narrativa oral (GALVÃO, 2005) como principal instrumento para obter as informações para a nossa investigação, porque ela nos permitiu proporcionar relevância às vivências e às representações individuais na constituição das trajetórias formativas, rememoradas e registradas a partir dos encontros com os professores-personagem, isto é, da relação entre o narrador e o aprendente-investigador.

Partindo do nosso objetivo para a realidade investigada, sabemos que o curso de Matemática vivencia a necessidade de familiaridade com equipamentos de informática que motivem e promovam a aprendizagem dos alunos das redes particular e pública do Ensino Fundamental e Médio.

Nesses cursos os três professores tiveram contato com *softwares*, tais como: o Excel, o Mega Logo e o Cabri-Géomètre II nas suas formações iniciais, porém, utilizavam esses *softwares* em suas práticas conforme o que julgavam ser o adequado e possível para os contextos escolares em que estavam inseridos.

O professor Álisson habilitou-se Ciências em 1997 e licenciou-se em Matemática no ano de 2002. Conta com dez anos de experiência como professor do Ensino Fundamental e Médio lecionando Matemática e Física em escolas públicas de Campo Grande. Ele frequentava, como aluno especial, uma disciplina optativa do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e trabalhava em três turnos no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Como Álisson trabalhava em uma Escola Estadual e em uma Municipal, ele tinha mais dificuldade de agendar aulas na sala de informática da Escola Municipal. Na Escola Estadual, Álisson era o único professor que utilizava com frequência o laboratório de informática para lecionar Matemática; o laboratório era pouco utilizado pelos professores que lecionavam as demais disciplinas. Assim, utilizaremos, neste trabalho, apenas a experiência e relatos do Prof. Álisson.

Analisaremos, nesta seção, alguns trechos das falas do professor Álisson, coletados nessa fase, os quais contêm alguns indícios de mudanças suscitadas em sua prática. Ele concordou com a entrevista e perguntamos-lhe como veio participar do GETECMAT e obtivemos a seguinte resposta:

> Bom, eu fiz a prova, não é? Do mestrado. Passei na primeira fase mas não passei na segunda. Na entrevista eu conversei com um professor [do Mestrado em Educação Matemática], ele comentou que [...] ia ter um grupo de pesquisa relacionado ao uso de novas tecnologias na educação. E aí a coordenadora fez contato comigo [...] fez o convite e após então esse convite eu comecei a participar do grupo de pesquisa (Álisson, 07/11/2007).

Perguntamos, também, se ele tinha vontade de dar continuidade ao trabalho com a informática educativa depois que entrasse no mestrado e ele nos respondeu:

> Eu pretendo continuar dando aula sim, não é? Inclusive um período, não é? Então, o período que eu pretendo dar aula é o que eu trabalho no Ensino Médio aqui na escola do Estado. No Município eu quero pedir licença. Então, eu pretendo continuar esse trabalho sim. [...] Não está definido ainda o tema. Se eu vou fazer alguma coisa voltada à tecnologia. [...] **Mas eu pretendo sim, aprofundar para melhorar a qualidade da aula, o interesse dos alunos**, por que eu observo que só o simples fato de eles virem pro laboratório, no ambiente mais tranqüilo, com ar condicionado, tendo o privilégio, a oportunidade de tentar, é de desenvolver, o próprio conhecimento já muda... **O relacionamento... Por exemplo... O meu relacionamento melhorou muito depois que eu os trouxe para as aulas de informática.** Por que, tipo assim... Na aula expositiva eu cobro muito a questão do silêncio, da atenção, não é? E o professor [responsável pelo laboratório] aqui que acompanha o nosso trabalho você observa que é bem tranqüilo, não é, Edmar? Os meninos trabalham bem independente. Entendeu? Então foi bom. (Álisson, 07/11/2007, grifo nosso)

Esse trecho de sua fala indica a influência do uso do computador no contexto escolar. Aparecem indícios de transformações nas relações interpessoais (HUBERMAN, 1973) entre os alunos, pois a aula desenvolvida no laboratório é diferente da desenvolvida em sala de aula. No primeiro ambiente, não é necessário que os alunos permaneçam o tempo todo em silêncio, já que o professor não está desenvolvendo uma aula expositiva como na sala de aula.

O professor Álisson mostra-se motivado a mudar a forma como aborda o conteúdo matemático usando o computador como ferramenta de ensino. Essa é uma expectativa dele quanto à utilização do computador em sua prática: usar o computador para o ensino de conceitos matemáticos, além de utilizá-lo como uma ferramenta para a correção e resolução de exercícios.

Álisson reconhece diferenças entre situações nas quais aluno utiliza o lápis e o papel e aquelas nas quais as atividades são mediadas pelo *software*. Essas diferenças relacionam-se com a atenção que o aluno dá ao professor enquanto leciona; quanto ao retorno do aluno em relação às atividades propostas e à motivação dos alunos, influenciada pela interação e pela realimentação que o *software* proporciona.

No ano de 2008, após termos visitado a escola do prof. Álisson, auxiliando-o na aplicação da sequência Cabri desenvolvida no Grupo Cabri, continuamos com a entrevista com esse professor.

O que significa para você lecionar Matemática usando o computador?

> [...] Hoje, pra mim já passou a barreira do desafio, mas ainda continua sendo [um desafio], em alguns aspectos. [...] Mais lecionar a Matemática usando o computador seria uma nova maneira, uma nova metodologia, sei lá um novo método de ensino, de ensinar a Matemática. Seria ensinar a Matemática com um novo olhar, com um novo enfoque, deixando o aluno interagir mais com a máquina (Álisson, 07/07/2008).

Percebemos, então, que o professor Álisson busca orientações com os coordenadores de ensino, de acordo com suas necessidades; utiliza o livro didático e a Internet no planejamento de suas aulas assim como outros referenciais sugeridos pela rede municipal de ensino.

O professor Álisson tem noção de que, para utilizar o computador como instrumento de ensino, o professor deve estar preparado para dedicar um pouco mais do seu tempo para preparar atividades que tragam ganhos qualitativos para o processo de ensino dos seus alunos, ou seja, que o computador possa ser um instrumento através do qual os alunos realmente aprendam Matemática.

No trecho a seguir, Álisson aponta alguns indícios de mudanças ocorridas em sua prática com a utilização do computador:

> Trabalhar com a informática, sem dúvida é bom para o professor e para o aluno. Por exemplo: eu falei lá no EPECO[16] essa semana: **eu percebi que quando eu vim pra informática [para a sala de informática] eu me aproximei dos alunos. O meu relacionamento com eles mudou.** Por que enquanto professor eu ficava no quadro escrevendo, escrevendo, escrevendo... Eles [os alunos] no lugar deles... Um ou outro que se atrevia a fazer uma pergunta ou trazer o caderno pra [eu] olhar pra olhar se está certo (Álisson, 07/07/2008, grifo nosso).

O professor Álisson relata que tinha a expectativa de aprender a lecionar usando tecnologias, embora já estivesse utilizando o computador em suas aulas, em exercícios de menor complexidade. A partir do momento que ele compreendeu que há uma dinâmica de ação-reflexão-ação, proposta pela metodologia da pesquisa-ação seguida pelo Grupo GETECMAT, Álisson percebeu que a proposta do Grupo não era dar um curso de formação e sim discutir a inserção do computador em suas práticas e incentivá-los a desenvolver atividades direcionadas para o contexto de suas salas de aula.

Álisson relata duas questões: a da preparação de atividades, em que ele possa utilizar o

[16] Encontro de Pesquisa em Educação da Anped – Centro Oeste – EPECO. Brasília, DF. Julho/2008

computador em sua prática e a da organização de horários, em que ele consiga com que a sua prática da informática educativa continue fazendo parte da sua rotina no trabalho escolar. Esse trecho mostra que ele carrega consigo alguns conceitos que foram discutidos no Grupo GETECMAT quanto à prática da informática educativa: que não existe uma receita pronta para se utilizar o computador como ferramenta de ensino; que o professor deve ter claro os objetivos que quer atingir ao utilizar o computador em suas aulas; deve estar preparado para usar o computador na prática e observar a pertinência da utilização dessa ferramenta.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dinâmica de ação-reflexão-ação proposta pela metodologia da pesquisa-ação, assumida pelo Grupo GETECMAT, contribuiu para que algumas mudanças ocorressem nas práticas dos professores sujeitos desta pesquisa.

No início da pesquisa, encontrou-se resistência por parte de alguns dos professores ao uso do computador, por estarem inseguros quanto à utilização da ferramenta. Além disso, nunca haviam trabalhado com *softwares* matemáticos e levado seus alunos para o laboratório de informática.

Com o decorrer dos encontros, os professores sentiram-se mais seguros em utilizar o computador, perderam o “medo” de trabalhar com os *softwares* e começaram a utilizar esse recurso em suas aulas. No relato dos professores sobre as atividades realizadas com os alunos nas reuniões do Grupo, percebeu-se grande satisfação de ambos com a inserção dessa ferramenta. Essa satisfação pode ser inferida na melhora da motivação, da autonomia e da persistência, por parte dos alunos, quando da realização das atividades propostas.

É importante ressaltar que, no caso do professor Álisson, ele já tinha alguma experiência com a utilização do *software* Cabri-Géomètre II para o ensino de conceitos básicos de Geometria no Ensino Médio. Então, com a dinâmica de ação-reflexão-ação, ele desenvolveu novos esquemas de utilização desse instrumento (RABARDEL, 1995) através das trocas de experiências com o grupo, das discussões, da leitura de materiais voltados para o uso desse *software* no ensino de Geometria e na reformulação de uma sequência de atividades já utilizada por ele em outras ocasiões.

Acreditamos que a dinâmica de ação-reflexão-ação proposta pela pesquisa-ação, seguida pelo GETECMAT trouxe mudanças para a prática docente do professor Álisson em relação ao desenvolvimento da autonomia para a prática da informática educativa, à segurança na escolha e utilização de *softwares* voltados para o ensino de Matemática e contribuindo com o seu desenvolvimento profissional. Em outras palavras, a dinâmica de ação-reflexão-ação proposta pelo

GETECMAT incentivou o professor Álisson a refletir sobre sua prática de forma coletiva e a investigar problemas que tinha significado para ele.

A pesquisa mostrou que a formação inicial desses professores é precária e não contempla a prática da informática educativa por ter ser calcada num sistema fragmentado de ensino, onde ainda prevalece o esquema tradicionalista de transmissão de conhecimentos. É nesse ponto que sugerimos um processo de formação continuada de professores em informática educativa como saída plausível para a aquisição das novas competências exigidas pela integração da informática à prática educacional. Apesar disso, esses professores estão cientes da necessidade de empregar o computador como um elemento motivador e transformador de sua ação docente.

Ademais, percebe-se a configuração de uma nova realidade no processo de ensino e aprendizagem, o que vem exigir uma formação continuada do professor que possibilite um conhecimento crítico em relação ao uso das tecnologias dirigidas às necessidades sociais contemporâneas. Concluímos que aprender e ensinar com o auxílio do computador, nas relações que se estabelecem com a máquina e com os "outros", podem engendrar, mediante práticas reflexivas e colaborativas, uma nova cultura docente.

REFERÊNCIAS

BABIER, R. *A pesquisa-ação*. Brasília: Líber Livro, 2004.

BORBA, M.C; PENTEADO, M. G. *Informática e educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRANDÃO, P. C. R. *O uso de software educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul.* Dissertação (Mestrado em Educação), Campo Grande, 2005.

CANCIAN, A. K. *Reflexão e colaboração desencadeando mudanças: uma experiência de trabalho junto a professores de Matemática*. *Dissertação* (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Rio Claro: UNESP, 2001.

GALVÃO, C. *Narrativas em Educação*. Ciência & Educação. Conferência Internacional de Investigação em Educação. Instituto Politécnico de Viana do Castelo. v.11, n. 2. p. 327-345. 2005

HUBERMAN, A. M. *Como se realizam as mudanças em educação:* subsídios para o estudo da inovação. Cultrix. São Paulo, 1973. 121p.

LEIVAS, Marta. *No olho do furacão: as novas tecnologias e a educação hoje*. In: SILVA, Mozart Linhares da (Org.). Novas tecnologias – educação e sociedade na era da informação. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. p. 73-89.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. Temas básicos de educação e ensino. 99p.

NÓVOA, A. *A formação dos professores e profissão docente.* In: NÓVOA, A. (org.) Os professores e sua formação; 2. edição, Lisboa: Dom Quixote, 1995, p. 13-33.

PARANHOS, L. R. L. *Da possibilidade para o real: uma pesquisa-ação sobre a formação de professores reflexivos e autônomos na utilização da informática na Educação.* Dissertação de

Mestrado – Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande (MS), 2005. 199 f.

RABARDEL, P. Les hommes et les tecnologies*:* aproche cognitive des instruments contemporains. Armand Colin. Paris, 1995.

SILVA, M. G. P. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor*. Orientadora: Lucila Schwantes Arouca. *Tese* (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação (FE), Unicamp, Campinas (SP), 1997.

TARDIF, M. *O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas.* 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. 6. ª Ed. São Paulo: Cortez, 1994.

ZULATTO, R. B. A. *Professores de Matemática que utilizam softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro. São Paulo, 2002.

A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA NO BRASIL: CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS EM TRABALHOS ACADÊMICOS

Késia Caroline Ramires Neves - UEM

Rui Marcos de Oliveira Barros – UEM

RESUMO: O presente artigo foi organizado para fins didáticos a outras pesquisas, isto é, para servir como manual de consulta a quem interessar o assunto da Transposição Didática na Matemática. Para redigi-lo foram analisadas treze referências entre teses, dissertações e artigo, que fizeram parte de uma revisão bibliográfica minuciosa. Contudo, a metodologia adotada não teve como pretensão um estudo tipo *estado da arte*. Isso porque, o objetivo principal deste artigo não foi resumir o que cada trabalho realizou, mas sim, fazer uma discussão sobre as concepções evidenciadas pelos autores acerca do conceito da Transposição Didática, esperando com isso ampliar as concepções inerentes ao tema em questão. Para realizar a discussão entre os trabalhos, o artigo tomou como referência o livro do estudioso Yves Chevallard, *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*, o qual serviu também de fonte bibliográfica para a maioria dos trabalhos consultados. Este objetivo principal ficou designado à primeira parte do artigo, quando discute os *múltiplos olhares sob o processo de transposição didática*. Já a segunda parte, abordará dois conceitos que a literatura atual veio chamar de transposição didática interna e transposição didática externa. A escolha por discorrer sobre os tipos de transposição deve-se ao fato de que não estão bem definidas para alguns autores as suas conceituações, o que dá margem a dubiedade e discussões. Dessa forma, o artigo apresentará elementos subjacentes ao processo de Transposição Didática e ainda mostrará concepções que se contradizem e, ao final, evidenciará o ponto de vista que norteou a composição deste artigo e que também fundamentou a análise dos trabalhos.

PALAVRAS-CHAVE: Transposição Didática. Transposição Didática Interna e Transposição Didática Externa.

Para cumprir o objetivo do presente artigo, a saber, o de discutir sobre as concepções inerentes ao conceito da Transposição Didática, evidenciadas por diferentes autores, o trabalho em questão analisou 13 referências entre teses, dissertações e artigo, fazendo um entrelaçamento de idéias e apresentando suas divergências.

Esse tipo de estudo documental ou bibliográfico, segundo Fiorentini & Lorenzato (2006, p.102-103), é chamado de *metanálise*.

> A metanálise é uma <u>revisão sistemática de outras pesquisas</u>, visando realizar uma <u>avaliação crítica</u> das mesmas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos. (FIORENTINI & LORENZATO, 2006, p.103 – grifo nosso)

Dessa forma, foi proposta uma ordem de apresentação dos trabalhos que será demarcada no decorrer do texto.

1. OS MÚLTIPLOS OLHARES SOB A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Primeiramente, seguindo a ordem de apresentação dos trabalhos, iniciaremos com Alves Filho et al. (2001). Assim como outros autores o fazem, Alves Filho também se utilizou da “definição” proposta por Chevallard (2005) para explicar, de certa maneira, o conceito de transposição didática. Definição esta que destacamos a seguir:

> Um conteúdo do saber que tenha sido designado como saber a ensinar, sofre a partir de então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os *objetos de ensino*. Este “trabalho” que transforma um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado de *transposição didática.* (CHEVALLARD, 2005, p. 45 – grifos do autor – tradução nossa).

O que é interessante observar do trabalho de Alves Filho (2001), com a finalidade de contribuir com a ampliação do conceito de transposição didática é o ponto de vista que o autor tem sobre o *saber ensinado*. Na visão de Alves Filho o saber ensinado não resulta de uma transposição didática, mas sim, de uma simplificação.

> Como se observa, o material didático à disposição do professor do ensino médio difere daquele direcionado ao ensino universitário. Enquanto o último sofreu uma Transposição Didática de fato, o outro pode ser entendido como um processo de simplificação que busca adequar linguagem e recursos matemáticos mínimos para manter o corpo estrutural do *saber a ensinar*. É esse último material didático que o ‘professor do ensino médio’, de modo geral, toma como referência para preparar suas aulas. (ALVES FILHO et al, 2001, p. 86 – grifo do autor).

Alves Filho (2001) diz que as simplificações podem ocorrer de algumas formas, tais como: na linguagem utilizada, se estendendo também aos recursos matemáticos utilizados, interferindo tanto na conceituação, como nas eventuais demonstrações matemáticas; e na forma de apresentação dos conceitos, quando interfere na sequencia ordenada do conteúdo, descaracterizando o processo histórico de sua elaboração. Ele cita o exemplo de Pinheiro (1996)

> Um exemplo disso é que, de maneira geral, quando um livro didático utilizado no ensino médio apresenta a Mecânica Clássica, a visão aristotélica de movimento, quando aparece, é apresentada como uma concepção ingênua e incompleta, que foi superada pelo paradigma newtoniano. Força, massa, aceleração, referencial inercial são conceitos apresentados sob forma seqüenciada e harmônica, como se fossem conceitos simples, que se encerram em si mesmos. Não é levado em conta que os significados desses conceitos dependem do papel que eles desempenham no interior da teoria. (PINHEIRO, 1996, p.50 *apud* ALVES FILHO et al, 2001, p.85-86).

Estudando o trabalho de Alves Filho, pode-se concluir que, na Física, aparentemente, o *saber a ensinar* que chega até os livros didáticos do ensino médio passa por uma simplificação de seus conceitos e que a partir desta simplificação é que o professor prepara e planeja suas aulas. Mas sendo assim, se o *saber ensinado* não é resultado de uma transposição didática e sim, de uma simplificação, o professor não pode participar do processo de transposição didática se o que chega para ele não faz mais parte disso.

Na matemática, o *saber a ensinar* ou *saber ensinado*, não se envereda por caminhos diferentes; ou o saber é como o prescrito pelas pesquisas científicas ou é um conceito falho, uma definição errônea. Na matemática não há espaço para que uma definição ou conceito ensinado tenha interpretações ambíguas, pode ocorrer uma simplificação na linguagem utilizada, mas não no "conceito". Pode ocorrer também uma mudança de apresentação dos conteúdos, mas não interferindo no processo de transposição de um saber.

Talvez, as ciências Física e Matemática sejam textualizadas diferentemente, sofrendo simplificações – caso da Física, pelo fato dos paradigmas científicos de cada uma, serem ou não, mais flexíveis a mudanças, ou ainda porque os saberes científicos percorrem caminhos diferentes, se sujeitando a práticas epistemológicas diferentes.

Nas palavras de Cardozo (2003), o caminho que percorre o *saber científico* até o *saber ensinado*, é bem definido: "[...] o desafio da didática da matemática é fazer a contextualização desse saber ensinado sem reduzir o significado das idéias matemáticas que o originaram" (CARDOZO, 2003, p.23 – grifo nosso).

Mas, o uso do termo "simplificação" por Alves, nos mostra que a transposição didática se faz em um "organismo vivo", a sociedade, e que as possíveis "simplificações" existentes na textualização do saber escolar, devem estar respaldadas, ou toleradas, pela sociedade naquele momento. A transposição didática merece também, ser compreendida em sua dimensão social.

O segundo autor, já citado, Cardozo (2003), fala desse aspecto. Este autor, ao explicar o processo de transposição didática, toma por referência Caillot (1996). Ele cita Caillot ao dizer que a idéia principal da transposição didática "... é que a referência de um conteúdo dado de ensino, e aquilo que o legitima, é o saber sábio elaborado pela comunidade dos pesquisadores, comunidade presa em sua dimensão social e histórica" (CAILLOT, 1996, p.1 *apud* CARDOZO, 2003, p.22). E explica:

> De acordo com essa idéia, a transposição didática ocorre no seio de cada comunidade e depende muito intimamente do sujeito (pesquisador), que faz a transformação do saber sábio em um saber "ensinável". A transposição didática ocorre, então, através dessa noosfera, e, resulta daí não só a escolha dos conteúdos a ensinar, como também a determinação de objetivos, métodos e valores que conduzirão o processo de ensino. (CARDOZO, 2003, p.22).

Apesar de Cardozo citar em seu trabalho o trecho acima, ele não esclareceu explicitamente quais seriam os objetivos, métodos e valores que a transposição didática conduziria ao processo de ensino. É certo que, com a publicação de diretrizes ou parâmetros curriculares, com a escolha de manuais escolares (livros didáticos), com a elaboração de Projetos Políticos Pedagógicos ou com recomendações locais, dadas pelos coordenadores pedagógicos podem ser identificados alguns valores, métodos e objetivos.

No próximo trabalho estudado, o de Luccas (2004), também encontra-se citações do termo “simplificação”. A autora frisa a questão da adequação da textualização do saber escolar ao educando, sem a qual a compreensão do saber textualizado seria prejudicada.

Ao que foi observado da pesquisa da autora, ela compartilha da concepção defendida por Alves Filho (2001) no que se refere à simplificação do saber quando textualizado para os livros didáticos do ensino médio:

> [...] a transposição didática referente à passagem do saber a ensinar para o ensinado acontece somente nos livros e periódicos destinados ao ensino universitário, ou seja, no ensino superior, enquanto que nos livros do ensino médio não há uma transposição didática. (LUCCAS, 2004, p.122).

A autora supõe que a simplificação sofrida pelo saber, ou ausência da segunda transposição didática[17] suprimida em qualquer área, deve-se a uma precária formação dos responsáveis que trabalham com a transposição didática, o que acarreta num fracasso do ensino (LUCCAS, 2004, p.123).

Já o trabalho de Gonçalves (2004), que analisou documentos da década de 70, 80 e 90, o foco central foi ao estudo de Chevallard que trata das praxeologias dos saberes existentes no processo de ensino.

Quanto ao conceito de transposição didática, o autor citou e explicou um quadro dos elementos mais importantes e inerentes a este processo, isto segundo Almouloud (2000) – autor no qual Gonçalves se apoiou. Os elementos explicados foram: saber sábio, saber a ensinar, objetos a ensinar, objetos do saber, objetos de ensino, saber escolar, saber ensinado e saber disponível.

É interessante ressaltar que todos os elementos foram cuidadosamente “definidos”, o que torna Gonçalves (2004) boa referência para consulta.

No trabalho de Bernal (2004), a Praxeologia, termo empregado na Teoria Antropológica do Saber, também foi o foco central da pesquisa. No entanto, a autora

[17] Esta segunda transposição, a transposição didática interna, será explicada a seguir. No caso de Luccas ela acredita que não ocorre esta segunda transposição didática, nem na física, nem em qualquer área, apesar de defender que teoricamente deveria acontecer.

emprestou do conceito de transposição didática as "definições" de alguns elementos deste processo, tais como: a conceituação de saber sábio, saber a ensinar, saber ensinado e noosfera, e os destacou muitas vezes do início ao fim da pesquisa, fazendo considerações importantes.

No entanto, no trabalho de Menezes (2004), a abordagem do tema transposição didática foi mais aprofundada. O autor, orientando-se pelo conceito de transposição didática de Chevallard, tomou as concepções subjacentes do conceito e foi além, apresentou o conceito da transposição didática em duas etapas: a transposição didática interna e a transposição didática externa, que serão comentadas na seção seguinte.

Esta divisão em duas transposições é ainda confusa para muitos autores, talvez pelo fato de serem recentes as discussões dos conceitos envolvidos. Ela subentende que há uma transposição didática interna – realizada pela noosfera, regulamentando e estabelecendo programas curriculares – e outra externa – realizada pelo professor quando planeja e contextualiza sua aula.

Ainda que o trabalho de Menezes (2004) explique com clareza os dois tipos de transposição, ao concluir, ele escreve:

> [...] Chevallard se limita a explicar a "transformação" dos saberes ditos científicos em saberes a serem ensinados, realizada por uma pequena parcela da sociedade que pensa, segundo óticas às vezes muito distintas, o funcionamento didático, a qual chama de *noosfera*. (MENEZES, 2004, p.129).

Discordamos do autor quando utiliza o termo "pequena parcela". Ao que tudo indica, se fosse uma pequena parcela a realizar a transposição didática, os professores estariam alheios a isso, pois são muitos, uma grande massa.

A questão a ser destacada é: Essa grande parcela da sociedade, os professores, realizam a transposição didática ou participam de etapas da mesma?

Segundo Chevallard (2005) os professores trabalham com a transposição didática e não, a *fazem*. Assim, Menezes (2004), em suas conclusões finais, estaria de acordo com o enfoque de Chevallard. Porém, no decorrer da dissertação do autor fica muito claro que, para ele, o professor realiza a transposição didática, a saber, a transposição didática interna; logo, a parcela que faria/realizaria a transposição didática seria grande.

Como se pode observar, os trabalhos apresentam marcas de uma "teoria" em construção, fato que causa discussões acerca das diferentes interpretações. Esse é o caso da transposição didática no Brasil.

Outro trabalho que discutiu a prática da transposição didática amplamente, e que revelou a importância epistemológica deste processo, foi o de Ricardo (2005).

Assim como o trabalho de Alves Filho (2001) – da Física, Ricardo também apresentou informações relevantes que se diferenciam da visão de transposição didática na matemática. Isso porque, Ricardo revela que na Física escolar o saber não tem sua legitimidade epistemológica garantida, permitindo que a textualização dos saberes escolares da Física apresentem conceitos deturpados.

O que interessa destacar da pesquisa de Ricardo (2005), para que se faça crescer neste trabalho as discussões sobre o conceito de transposição didática, é o parágrafo citado abaixo:

> [...] na medida em que a transposição didática, e também a noção de competências, coloca em questão a pertinência dos saberes escolares, não é somente a sua legitimidade epistemológica que está em jogo, mas principalmente e, talvez, unicamente, a sua legitimidade cultural, pois nesse caso esta é uma forma ampliada daquela, já que o *status* de saber sábio é outorgado pela cultura. Entende-se agora porque não é fácil colocar em dúvida a importância do que é ensinado na escola, pois pareceria que se estaria discutindo a relevância da ciência para a sociedade. Compreende-se também porque a transposição didática é uma violência contra a integridade do ato de ensinar, conforme Chevallard. Depois de constatado que há diferenças entre, por exemplo, a física ensinada na escola e a física dos físicos, a credibilidade assegurada pela legitimidade epistemológica atribuída à física não é garantida para o seu ensino. (RICARDO, 2005, p. 168).

Embora no parágrafo supracitado, Ricardo demonstre preocupação acerca da legitimidade dos saberes que se ensina na escola, há uma contradição em suas palavras que nos permite inferir: na realidade cabe sim ao professor, ao educador, ao didata, a quem a melhoria do ensino interessar, questionar o que é relevante da ciência para a sociedade. Não questionar os conceitos, os assuntos, as produções científicas, quando são divulgadas e compreendidas, é o mesmo que se omitir e aceitar todas as imposições que acontecem, sendo elas benéficas ou não.

Não questionar é deixar uma produção científica na prateleira, sem uso, sem serventia, sem divulgá-la, pois só respondendo para que serve é que passa a fazer sentido.

Assim como Cardozo (2003), a próxima autora a ser comentada, Wagner (2006), também destaca a dependência/influência de fatores sociais e culturais na transposição didática.

Nas palavras de Wagner (2006) – fundamentadas em Brasil·(2001) – o saber, ao se tornar objeto de ensino abarca ainda outros influentes, como os sociais e culturais e, para tanto, cabe-lhes estudos de âmbito histórico, político, sociológico e outros. Muito sucinta, a autora apresenta o que a levou estudar a transposição didática e o que significa para ela este processo: “[...] se a proposta é de fato preocupar-se com outro tipo de ensino, com sentido e aplicações práticas dentro e fora da escola, o professor deve considerar um outro aspecto: a necessidade de transpor o ensino sábio ao ensino a ser ensinado" (WAGNER, 2006, p.55).

Seguindo a ordem de apresentação e considerando os aspectos pertinentes das pesquisas escolhidas que contribuíram para com este artigo, citemos Inafuco (2006) "A escola é responsável pelo *saber ensinado* que corresponde ao que o professor ensina, *registrado no plano de aula*, não sendo necessariamente igual ao que o aluno aprende, nem o que se intencionava ensinar. (INAFUCO, 2006, p.19 – grifo nosso).

A afirmação citada leva a crer num processo de transposição didática realizado pelo professor. Porém, essa constatação não foi verificada explicitamente no trabalho de Inafuco (2006).

A observação que podemos fazer é a de que os trabalhos em geral, usam apenas alguns dos elementos da transposição didática para pesquisa, mas apenas alguns detalham sobre todos os elementos subjacentes ao processo.

O trabalho de Brito Menezes (2006), por exemplo, atentou para esta necessidade.

Baseando-se em Chevallard (2001), Arsac (1989) e Bordet (1997), a autora apresentou os aspectos do processo da transposição didática, como também as relações deste conceito com a noção de epistemologia do saberes, sociologia e psicologia empregada aos saberes.

Já Silva (2007), compartilhando da mesma rede de autores que acreditam haver uma transposição didática realizada pelo professor, como Luccas (2004), Menezes (2004), Inafuco (2006) e Brito Menezes (2006), ele afirma explicitamente que uma das etapas da transposição didática é feita pelo professor e muito mais, afirma ainda que é o professor que realiza a transposição do saber sábio para o saber ensinado.

Porém, como defende-se neste artigo, o professor *não realiza* a transposição didática, mas sim, participa de uma etapa dela, pois o professor, dentre tantos personagens, é apenas um, que se for muito engajado, pode contribuir com o processo, mas não realizá-lo completamente.

Outro autor a tratar da transposição didática foi Ribeiro (2007). Em seu trabalho ele se propôs a discutir sobre as noções matemática, paramatemática e protomatemática e concluiu um trabalho excepcional, explicando senão alguns dos elementos mais difíceis da teorização da transposição didática que são os três tipos de noções citadas anteriormente.

No último trabalho analisado, de Wagner Wuo (2005), foi observado que o autor não empregou a teorização da transposição didática como foco central da pesquisa, embora tenha usado o conceito explicado por Chevallard sobre a transformação do saber científico em saber escolar.

Na visão de Wuo (2005), os saberes escolares não cumprem uma conceituação tão rígida e condizente com a produção científica original, porque há uma dependência de outros fatores contingentes no desenvolvimento das textualizações escolares, tais como: “a tecnologia, a história, a sociologia, as outras ciências, a arte, que desempenham um papel não de meros complementos e curiosidades, mas estão ligados a uma visão da ciência dentro da cultura humana” (WUO, 2005, p.97).

Podemos ressaltar que de acordo com Wuo (2005), a textualização dos livros didáticos escolares sofre sim, influências de outras áreas e não só da ciência de origem. Porém, não acreditamos que são estas influências que distanciam o saber escolar de seus conceitos originais, ainda que haja uma forte tendência a contextualizações nos textos escolares e que estas podem imprecisar os conceitos.

Na seção seguinte ao explicar sobre a transposição didática interna e externa, veremos que as influências contextuais que marcam os textos do saber estão à mercê do conhecimento que o professor tem ou não sobre os saberes. Estas sim são influências que podem distanciar o saber escolar do saber científico – considerado correto.

2 SOBRE A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA INTERNA E A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA EXTERNA

As designações, transposição didática externa e transposição didática interna são decorrentes da própria separação feita por Chevallard quando cita uma transposição didática *lato sensu* e outra *stricto sensu*.

Pela interpretação de Ricardo (2005), isso fica mais evidente:

> A noosfera é o lugar onde se pensa o funcionamento didático segundo ideologias diferentes, constituindo, conforme Chevallard, *“o centro operacional do processo de transposição”* (1991, p.34) e expressa o trabalho externo da transposição didática, que é a de estabelecer o saber a ensinar – é uma transposição didática *lato sensu*. O trabalho interno, que delimita o saber ensinado, ocorre no interior do sistema de ensino e se fixa sobre um conteúdo de saber preciso – é uma transposição didática *stricto sensu*. (RICARDO, 2005, p.172 – grifos do autor).

A *transposição didática interna* e *externa* são então, as distinções feitas no processo de transposição didática segundo os agentes que as realizam e como eles as realizam.

No trabalho de Brito Menezes (2006) estes conceitos estão bem explícitos e são interpretados seguindo autores como Chevallard (1991), Bordet (1997), Arsac (1989) e Henry (1991).

Segundo Brito Menezes quando o *saber* é designado a tornar-se um *saber escolar* ele sofre dois grandes momentos de transformação:

- "a 'transposição didática (externa)' que acontece na *noosfera*, onde são selecionados os saberes que entrarão no jogo didático; onde o saber científico ganha a 'roupagem didática', a partir de currículos e programas de ensino" (BRITO MENEZES, 2006, p.34 – grifos da autora). Tais "programas, currículos, livros didáticos" aparecem como instrumentos reguladores, que normatizarão o que se deve ensinar na escola, consolidando uma primeira etapa da transposição didática, a transposição didática externa (BRITO MENEZES, 2006, p.75, 76);
- e a transposição didática interna que se trata daquela que atua na relação professor-aluno-saber dentro da sala de aula. "Nesse segundo momento da transposição didática, não mais a 'noosfera' se institui como elemento central dessa transformação, mas sim, o próprio professor, considerando a sua relação com o *saber* e com o *aluno*" (BRITO MENEZES, 2006, p. 34 – grifos da autora).

No entendimento desta autora o professor e o saber se relacionam mutuamente. Segundo ela, essa relação determina, em larga medida, de que forma o professor organizará as situações de ensino a serem propostas, que postura ele assumirá perante os alunos; enfim, que 'cara' ele vai dar ao saber, no processo de *transposição didática*. (BRITO MENEZES, 2006, p.37 – grifos da autora).

Por haver uma relação entre professor e saber, a autora esclarece que há um processo interno de transposição didática, mais especificamente realizado pelo professor; ou seja, o professor seria o responsável pela etapa de adaptação/deformação do *saber a ensinar* descrito em manuais e livros didáticos, a fim de torná-lo *saber ensinado*. Esta adaptação se efetivaria no momento da relação didática. (BRITO MENEZES, 2006, p. 83).

Esta adaptação que se efetiva, acontece, na visão da autora, na relação didática professor-aluno, o que para ela é o momento final da transposição didática.

Compartilhando da mesma idéia, já esclarecia Menezes (2004):

> O passo final na transformação sofrida pelo saber científico é aquele que acontece *intramuros* da sala de aula, cujos parceiros envolvidos são, a rigor, professor e aluno, e que tem no professor o elemento humano responsável por tal transposição. Logicamente, não podemos pensar que a *transposição didática interna* depende unicamente do professor; ela envolve questões

> bem mais amplas, que conferem uma complexidade considerável a tal processo. (MENEZES, 2004, p.29 – grifos do autor).

Com idéias similares as de Menezes, Alves Filho, já em 2001, escrevia:

> Ao professor cabe contemporizar tais correntes de interesse – referindo-se aos interesses da instituição escolar – no momento da preparação de sua aula e no instante em que na sala de aula exerce o magistério. Nesse momento, as pressões externas levam o professor a praticar uma nova Transposição Didática. (ALVES FILHO, 2001, p.86).

O que o autor quis dizer é que o professor realiza uma segunda transposição didática, hoje conhecida como transposição didática interna e, apesar de descrever este trecho em seu trabalho, noutro momento ele afirma que o professor trabalha com simplificações dos saberes e não com uma transposição dos saberes; logo, o professor não trabalharia com uma transposição didática.

As dúvidas de qual é o papel do professor no processo da transposição didática fazem parte de alguns trabalhos, mostram-se em trechos que se contradizem e permanecem em outros trabalhos. Para desfazer estes conflitos este artigo buscou elucidar um pouco mais a questão da transposição didática interna e externa.

Em Brito Menezes (2006), por exemplo, não foram observadas contradições sobre estes conceitos. Ao contrário disso, foi mostrado que o professor faz a transposição didática:

> O que Chevallard quer propor, no nosso entendimento, é que a transposição didática já vem sendo feita desde há muito tempo, quando a *noosfera* – a esfera 'pensante' – propõe um tratamento, uma 'didatização', uma deformação do saber científico, para torná-lo apto a ser ensinado. Mas se consideramos que a Transposição Didática Interna marca um novo momento, uma nova etapa desse processo, talvez possamos dizer que o professor não apenas ***está na*** transposição didática, mas que ele, legitimamente, ***faz*** a transposição didática. (BRITO MENEZES, 2006, p.86 – grifos da autora).

Embora pareça convincente a explanação dos autores Alves Filho (2001), Menezes (2004), Ricardo (2005) e Brito Menezes (2006) sobre haver duas transposições didáticas, o que se defende neste artigo é que o processo de transposição didática age do início ao fim seguindo normas, conceituações e parâmetros bem definidos por uma noosfera, não havendo subdivisões de transposições neste percurso.

A idéia que nos parece mais coerente, seguindo os estudos de Chevallard (2005), é de que o professor não *faz* a transposição didática, ele apenas *participa* de uma etapa dela, sendo um instrumento de divulgação do saber, ensinando e perpetuando a transmissão dos saberes.

A única circunstância que admitiríamos haver uma transposição didática interna seria: o professor, conhecedor da história da transposição didática do saber, estuda e transforma o *saber a ensinar* em *saber ensinado,* textualizando coerentemente os saberes, elaborando contextualizações cabíveis. Para isso, o professor necessitaria "resgatar a contextualização histórica da produção do saber sábio, diminuindo o excesso do artificialismo e da neutralidade do saber a ensinar" e do saber ensinado (ALVES FILHO et al, 2001, p. 90). Esta situação, a qual de fato, do nosso ponto de vista, aconteceria a transposição didática interna é a mais plausível para dizer que o professor *faria/realizaria* a transposição didática.

E é por isso que adotamos certo ceticismo quanto a uma segunda transposição didática, pois na maioria das vezes, quando o professor tenta contextualizar um saber da sua forma ele acaba por embaraçá-lo. São poucos os professores que se interessam pela epistemologia dos saberes dentre outros estudos, tais como: os psicológicos, sociológicos, etc. para de fato realizar inquestionavelmente uma transposição didática interna. Tomando como exemplo o professor de Matemática e nos restringindo a conceitos específicos, acreditamos que poucos procuram conhecer as definições adotadas e avalizadas pela academia em anais e publicações científicas para então adequar o vocabulário ao estágio de compreensão do estudante e tentar assim produzir uma transposição didática eficaz.

REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, J. P. et al. A eletrostática como exemplo de transposição didática. In: PIETROCOLA, M. **Ensino de física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: ed. da UFSC, 2001. p.77-99.

BERNAL, M. M. **Estudo do objeto proporção:** elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado. Florianópolis, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). UFSC, 2004.

BRITO MENEZES, A. P. de A.. **Contrato didático e transposição didática:** inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à Álgebra na 6ª série do ensino fundamental. Recife, 2006. Tese (Doutorado em Educação). UFPE, 2006.

CARDOZO, E. Q.. **Noções matemáticas e paramatemáticas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral I:** uma intervenção através da engenharia didática. Itajaí, 2003. Dissertação da Universidade do Vale do Itajaí, 2003.

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado,** Tradução: Claudia Gilman. 3. ed. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica**. São Paulo, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo, 2004.

INAFUCO, J. K.. **As equações algébricas no ensino médio:** um estudo de uma seqüência didática utilizando software gráfico. Florianópolis, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Cientifica e Tecnológica). UFSC, 2006.

LUCCAS, Simone. **Abordagem histórico-filosófica na educação matemática: apresentação de uma proposta pedagógica**. Londrina, 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2004.

MENEZES, M. B. de. **Investigando o processo de transposição didática interna:** o caso dos quadriláteros. Recife, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE, 2004.

RIBEIRO, A. J.. **Equação e seus multisignificados no ensino de matemática:** contribuições de um estudo epistemológico. São Paulo, 2007. Tese (Doutordo em Educação Matemática). PUC, 2007.

RICARDO, E. C. **Competências, interdisciplinaridade e contextualização:** dos Parâmetros Curriculares Nacionais a uma compreensão para o ensino das ciências, de. Florianópolis, 2005. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). UFSC, 2005.

SILVA, R. da. **Análise de um processo de estudo de semelhança**. Belém, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências Matemáticas). Universidade Federal do Pará, 2007.

WAGNER, R. R.. **A relação dos professores de matemática com o processo de transposição didática, pelo entendimento da interdisciplinaridade, da contextualização e da complexidade do conhecimento**. Ponta Grossa, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). UEPG, 2006.

WUO, Wagner. **A física ensinada e a cultura**: uma análise relacional do conhecimento de física em escolas públicas de ensino médio. São Paulo, 2005. Tese (Doutorado em Educação: História, Política e Sociedade). PUC, 2005.

MÃES DE MEIOS POPULARES: DISTANCIAMENTOS E APROXIMAÇÕES ENTRE PRÁTICA COTIDIANA E O SABER MATEMÁTICO DE SEUS FILHOS

Klinger Teodoro Ciríaco - UFMS

Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

RESUMO: Este trabalho relata o encaminhamento de uma pesquisa realizada pelos autores, em que se investigam as possíveis relações entre as práticas de letramento matemático de mães de uma escola de meios populares e as implicações no desenvolvimento escolar de seus filhos. A figura materna se apresenta no contexto extra-escolar pesquisado, como principal responsável pela educação escolar do filho. Letramento matemático é aqui entendido, como a utilização da matemática no contexto social e questiona-se se essas práticas, além de exercidas neste âmbito, permitem conexões com as práticas escolarizadas. A Matemática, apreciada como produto cultural, tem sua história determinada por condições econômicas, sociais e culturais variadas, às quais se vincula o nível de letramento dos indivíduos. Assim, entender possíveis relações entre o uso da matemática no dia-a-dia por um grupo de mães de uma escola da periferia do município de Três Lagoas – MS, bem como as possibilidades de sua utilização enquanto meio de 'letrar' matematicamente seus filhos, constitui-se como importante contribuição para o ensino-aprendizagem da matemática na escola. Utiliza-se como opção metodológica a pesquisa qualitativa e a análise de conteúdo de Bardin (2002) para o tratamento dos dados. As questões metodológicas baseiam-se em autores como Demo (2000), Lüdke e André (1986), Flick (2004). A fundamentação das questões discutidas no âmbito da Educação Matemática em D´Ambrósio (1986), Toledo (2004), Fonseca (2004) e Bicudo (1997) seu embasamento. Os dados aqui apresentados serão teoricamente aprofundados no decorrente ano (2009) em que se desenvolve o trabalho de conclusão do curso de graduação em Pedagogia, gerador da pesquisa.

PALVRAS-CHAVE: Práticas de mães. Letramento matemático. Saber popular e escolar.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa se estrutura a partir de constatações obtidas em trabalhos anteriores, que apontam o despreparo da escola para dar sustentabilidade às questões sócio-culturais intervenientes aos sistemas educativos, e ao tratamento adequado das implicações destas questões na ação pedagógica que desenvolve no seu interior.

O objetivo principal deste trabalho é investigar as possíveis relações que ocorrem entre as práticas de letramento de mães de alunos de uma escola de periferia (dos meios populares) e o desenvolvimento matemático escolar dos alunos.

No caso específico da matemática, as dificuldades existentes afloram o dia-a-dia da escola, a educação matemática dotada de significado não apenas formal, mas também criativo crítico e político, quando bem gerida e reconstruída pode ajudar, no sentido de minimizar a evasão escolar, e, em última instância, contribuir para diminuir a exclusão educacional que é uma das facetas da exclusão social.

Neste sentido, este trabalho propõe a busca de caminhos teoricamente sustentados para a integração de ações entre família e escola no contexto didático-pedagógico, no sentido de compartilhar os saberes escolares e não escolares.

Pretende, a partir da investigação das práticas de letramento matemático de mães de alunos de uma escola pública municipal de periferia, analisar a existência de possíveis relações entre as práticas e o desenvolvimento matemático escolar dos alunos comparado com as interfaces do letramento matemático presentes no contexto.

O Letramento matemático é entendido por Toledo (2004), como as habilidades básicas de registro matemático para atender as exigências feitas pela sociedade:

> Preparar listas de compras, verificar o vencimento dos produtos que serão comprados, comparar preços antes de comprar, conferir o consumo de água, luz ou telefone, procurar as ofertas da semana em folhetos e jornais, comprar a prazo, anotar dívidas e despesas, conferir troco, conferir notas e recibos, fazer ou conferir acertos de contas ou orçamento de serviços, pagar contas em bancos ou casas lotéricas, anotar números de telefones, ver as horas em relógio de ponteiros ou digital, ler bula de um remédio que comprou e ler manuais para instalar aparelhos domésticos são tarefas que fazem parte do cotidiano...”. (TOLEDO, p. 97).

Partindo deste conceito, o objetivo é propiciar condições para ampliar as formas de letramento em meios populares, tendo como pressuposto de que a figura materna se apresenta neste contexto como responsável pela educação do filho. Questiona-se assim, qual a relação existente entre o letramento matemático destas mães e o desenvolvimento matemático escolar de seus filhos? Qual a metodologia adotada pelos professores no sentido de contribuir para a aquisição das habilidades matemáticas? E, por fim, como é a relação entre a família e a escola em questão?

PRÁTICA SOCIAL & MATEMÁTICA: UMA PONTE PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA?

> A escola tem uma responsabilidade social e não deve permitir que seus alunos saiam despreparados para atuar como cidadãos conscientes em uma sociedade cada vez mais permeada pela ciência e pela tecnologia. Parte disso consiste em habilitá-los a resolver problemas do nosso contexto, que possam ser formulados matematicamente. (SILVA, 2002, p. 60).

Fala-se muito em modelagem matemática, resolução de problemas, etnomatemática, história da matemática, uso de computadores, etc., mas como fazer essa relação da matemática cotidiana com a estruturada no modelo escolar?

Alternativas para inserção das camadas populares nos meios letrados têm sido buscadas via educação formal pelos organismos sociais sem grande sucesso, haja vista a série de resultados das avaliações nacionais e internacionais tais como ENEN, SAEB, INAF, PISA e outros sistemas de avaliação. As dificuldades decorrentes desta busca afloram no dia a dia da escola no caso específico do ensino de matemática, cujos resultados apontam índices comprometedores de aproveitamento quando testadas as habilidades básicas necessárias à esta inserção social. Ilustram estas afirmações os resultados do Saeb 2005, cuja média de proficiência em Matemática obtida pela quarta série do Ensino Fundamental das escolas urbanas municipais no Brasil foi de 178,9 pontos em uma escala entre zero e quinhentos. (BRASIL/INEP/SAEB, 2005).

Sabendo-se ainda que *o grande desafio que encontra a educação é, justamente, sermos capazes de interpretar as capacidades e a própria ação cognitiva não de forma linear, estável e contínua que caracteriza as práticas educacionais mais correntes,* cabe então refletir sobre novas alternativas que possibilitem encaminhamentos intra e extra-escolares. (D'AMBROSIO, 2004, p.38).

Também levando em consideração que o aprimoramento da formação escolar não envolve somente a ação dos professores, diretores, mas do conjunto de cidadãos atuantes na escola, aí incluídos pais, alunos e outros setores sociais, esta proposta de trabalho aponta encaminhamentos neste sentido.

Tendo como base pesquisa anteriormente realizada que aponta a existência de um grande número de famílias de alunos da rede municipal de Três Lagoas em que, a figura materna, aparece com responsabilidade total pela educação de seus filhos, buscarei então neste estudo investigar as possíveis relações que ocorrem entre as práticas de letramento de mães de uma escola de periferia (dos meios populares) e o desenvolvimento matemático escolar de seus filhos na perspectiva da percepção dos professores.

Esta busca não se justifica simplesmente para constatar ou não a existência destas relações, mas para compreensão dos caminhos necessários à "adoção de uma nova postura educacional, na verdade a busca de um novo paradigma de educação" para "substituir o já desgastado ensino-aprendizagem, baseado numa relação obsoleta de causa-efeito". (*Ibid*)

O saber matemático assim pensado não é apenas o produto do intelecto, mas também um produto cultural, portanto torna-se necessário e urgente a adoção de novas abordagens para a educação matemática.

> É necessário uma prática educacional que proponha mudanças no modo de pensar e agir do professor e que este tenha presente a necessidade de democratizar o ensino. Para isto, faz-se urgente a aplicação da didática crítica, contextualizada e socialmente comprometida com a formação do professor e do aluno. (SILVA, 2002, p. 68).

Adotar mudanças metodológicas no currículo escolar para o ensino de matemática requer fazer com que o aluno vivencie situações de investigação, exploração, questionamento e reconstrução nas aulas. (SILVA, 2002).

Parto da premissa de que as atividades em sala de aula não podem prescindir das experiências destas mães, adquiridas na luta pela vida, no trabalho, na construção de alternativas para intervenção na sociedade, e ainda de que o professor pode sim contribuir para a construção de um conhecimento matemático que facilite a vida do aluno em seu convívio social.

As experiências das mães poderão ser mediadoras da formação matemática de seus filhos, se delas pudermos abstrair as práticas de letramento matemático, consideradas enquanto *um agregado de habilidades, conhecimentos, crenças e hábitos, ..., habilidades gerais de comunicação e resolução de problemas, que os indivíduos precisam para manejar as situações do mundo real ou para interpretar elementos matemáticos ou quantificáveis envolvidos em tarefas*. (Cumming, Gal, Ginsburg, 1998, p.2) Apud TOLEDO (2004:94).

CAMINHOS METODOLÓGICOS

Como proposta metodológica foi estabelecida para a realização deste trabalho a abordagem de pesquisa qualitativa, devido a sua abrangência e pela vantagem em facilitar ao pesquisador o contato direto com o ambiente e com a situação que se está investigando. Esta abordagem permite entender o contexto no seu cenário natural e preservar a complexidade do comportamento humano, observar os fenômenos, observar os fenômenos em um pequeno grupo, interpretar comportamentos e técnicas de observação da realidade, através de participação em ações do grupo, por meio de entrevistas ou conversas para descobrir as interpretações sobre as situações observadas, permitindo comparar e interpretar as respostas encontradas em situações adversas.

Neste sentido, Lüdke e André em estudos de Bodan e Biklen (1986, p.46-50) destacam que *a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte de dados e o pesquisador como o seu principal instrumento* [...] *os dados coletados são predominantemente descritivos* [...] *a preocupação com o processo é muito maior que o* *produto* [...] *o "significado" que as pessoas dão às coisas e a sua vida são foco de atenção especial do pesquisador* [...] *a análise dos dados tende a seguir um processo sintético*.

São sujeitos da investigação, mães e alunos moradores do bairro São João – periferia da cidade de Três Lagoas – MS – além dos professores que lecionam nesta escola. A coleta dos dados compreenderá entrevistas coletivas e a observação de reuniões quinzenais, em que um grupo de mães vivenciará experiências interativas de letramento matemático. Será ainda objeto de análise, documentos escritos dos filhos (cadernos, provas, atividades, etc) e a percepção de seus professores no que se refere ao aprendizado da linguagem matemática. As análises de cunho qualitativo levarão em conta, além do resultado desta coleta, o diálogo com o referencial teórico adotado.

Dentro deste contexto, a contribuição sobre o que pensam e como ensinam matemática por parte dos professores que lecionam na escola se faz necessária para uma melhor compreensão das faces do letramento matemático existentes dentro e fora da escola.

A organização dos trabalhos compreenderá um primeiro período de preparação do aluno pesquisador em reuniões de estudos em grupos com seu professor orientador, para embasamento teórico inicial e um segundo período em que se farão os contatos com a realidade a ser pesquisada, que será concomitante com a preparação de materiais necessários para entrevistas e outros instrumentos de coleta de dados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É compreendendo a matemática como um forte fator cultural, que influencia diretamente no currículo escolar, que julgamos pertinente rever o currículo escolar a cerca de melhorar as competências matemáticas dos alunos levando em consideração o contexto ao qual o mesmo se insere. Assim fica evidente que as práticas cotidianas exercida pelas mães de meios populares têm uma significativa influência no desenvolvimento escolar de seus filhos. Essa afirmação foi possível por meio das observações realizadas no ano de 2007 e 2008 no Plano de trabalho[18] de iniciação científica vinculada à pesquisa: *Mães, crianças e livros: investigando práticas de letramento em meios populares,* desenvolvido pelos autores deste texto.

Para desenvolver o trabalho foram realizados encontros quinzenais, com um grupo de mães em uma escola da rede municipal de ensino de Três Lagoas – MS, a fim de propiciar condições para que estas mães e filhos se envolvessem em situações de letramento

[18] Letramento matemático das mães de meios populares: implicações no desenvolvimento matemático escolar de seus filhos, sob a orientação da Professora Drª Neusa Maria Marques de Souza (DED/CPTL)

matemático a partir da didática de resolução de problemas, promovendo o acesso dos sujeitos pesquisados (mães e filhos) a textos de conteúdos matemáticos formais e não formais.

Nas reuniões realizadas com as mães, o contato com textos contendo registros matemáticos esteve presente em algumas das histórias a elas contadas, sobre as quais junto com seus filhos, realizaram atividades seqüenciais aos temas tratados. Livros de autores renomados como: Ruth Rocha, Sylvia Orthof e Bartolomeu Campos de Queirós, foram escolhidos pelas próprias mães com o intuito de serem lidos e trabalhados nos encontros. As ações visaram possibilitar que esse grupo de mães acompanhado por seus filhos, tivesse acesso a obras de literatura infantil, como forma de ampliar as possibilidades de letramento tanto das mães como dos filhos.

Com isso o desempenho das mães se deu na confluência de vários componentes, incluindo o conhecimento dos domínios específicos da matemática e das estratégias utilizadas, bem como de suas capacidades cognitivas gerais e do conhecimento de mundo adquirido fora e dentro da escola ou com as exigências do contexto social no qual se insere.

D´Ambrósio (2002, p.5) considera que:

> [...] voltada ao ambiente sócio-cultural a matemática consiste em um corpo de artes, técnicas, modos de conhecer, explicar, entender, lidar com os distintos ambientes naturais e sociais, estabelecido por uma cultura. Dentre as várias artes e técnicas desenvolvidas pelas distintas culturas, incluem-se maneiras de comparar, classificar, ordenar, medir, contar, inferir, e muitas outras que ainda não reconhecemos.

Nesse sentido pode-se pensar o letramento matemático na relação que se estabelece entre práticas sociais e a matemática. Como afirmam Mendes & Grando (2007, p.17), “essas práticas são altamente valorizadas e legitimadas por determinados grupos sociais se tornando hegemônicas na sociedade”.

O letramento matemático implica a capacidade de colocar e resolver problemas matemáticos em situações diversas, assim passa a exercer uma relação direta entre práticas sociais e a matemática, de modo que o conhecimento matemático não esteja apenas ligado ao contexto escolar, mas antes relacionado aos usos específicos de um determinado grupo social, neste caso as mães, quando se utilizam de mecanismos que criam para auxiliar os filhos em tarefas escolares.

Neste raciocínio a matemática pôde ser entendida como parte da cultura, e sua utilidade como fundamental em muitas práticas sociais compreendendo, como afirma Tolchinsky (2003) diversidade dos números em telefones, em endereços de casa, correspondências, placas, etc.

Compreender a matemática como um fator ativo nas ações diárias, exige uma confluência da leitura e escrita dos números e de domínios específicos bem como capacidades cognitivas de conhecimento de mundo adquirido dentro ou fora da escola. Com respeito a esta questão, o conhecimento notacional evolui no contexto da diversidade (formas de representar algo) paralelo à contribuição dos saberes escolares ou não escolares.

Assim as práticas de letramento e letramento matemático escolares, por sua vez, por serem altamente valorizadas e legitimadas em determinados grupos sociais se tornam hegemônicas na sociedade, é necessário analisar e discutir as diversas práticas fora do contexto escolar, com o objetivo de problematizar e articular as relações que podem ser estabelecidas entre elas e as práticas escolares de letramento matemático, para isso cabe ressaltar que esta pesquisa confirmou na coleta de dados a existência de uma ligação entre letramento e letramento matemático nas estratégias que as mães se utilizam como forma de letrar seus filhos pequenos.

REFERÊCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIL, Viviane S. *Educação Matemática de Jovens e Adultos:* trabalho e inclusão.

Florianópolis : Insular, 2002.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. *Filosofia da Educação Matemática.* 3ª ed. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL. INEP, 2005. SAEB-*2005 Primeiros Resultados:* médias de desempenho em perspectiva comparada. fev. 2007. disponível em (http://www.inep.gov.br/saeb2005) acesso em 15/04/2007.

BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais***:** Matemática. Brasília: Ministério da Educação-Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan, A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática. In. FONSECA, Maria da C.F.R. (org). *Letramento no Brasil:* habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo : Global :Ação Educativa : Instituto Paulo Montenegro, 2004

FONSECA, Maria da C.F.R. (org). *Letramento no Brasil:* habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002.. São Paulo : Global :Ação Educativa : Instituto Paulo Montenegro, 2004

FLICK, Uwe. *Uma introdução à pesquisa qualitativa***.** Trad. Sandra Netz. -2. ed. – Porto Alegre: Bookman, 2004.

GRANDO, Regina Célia; MENDES, Jackeline Rodrigues (orgs). *Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento.* São Paulo: Musa Editora, 2007. – (Musa educação matemática; v.3).

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. *Pesquisa em Educação:* abordagens qualitativas. São Paulo : E.P.U., 1986.

MACHADO, Nilson J. *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo : Cortez, 1990.

SILVA, Josias Alves de Melo. *Educação Matemática e exclusão social*: tratamento diferenciado para realidades desiguais. Brasília: Plano Editora, 2002.

TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana. *Além da Alfabetização:* a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. 4.ed. São Paulo: Ática, 2003.

PROGRAMAS DE ENSINO DA ARITMÉTICA PARA AS ESCOLAS PRIMÁRIAS NOS PRIMEIROS ANOS DA REPUBLICA BRASILEIRA

Luiz Carlos Pais – UFMS

RESUMO: O objetivo deste artigo é analisar elementos históricos da educação matemática brasileira no contexto dos primeiros anos que sucederam o movimento da proclamação da República. De forma mais específica pretende-se analisar os programas de ensino da aritmética prescritos para as escolas primárias, tendo como fonte primária o texto do regulamento instituído pelo decreto n° 981, de 8 de novembro de 1890, conhecido como a reforma Benjamim Constant. A intenção é partir de dados contidos no texto oficial e analisar aspectos do ensino da matemática primária na interface das dimensões que ligam os conteúdos aos aspectos metodológicos. Tal proposta presente ser implementada com base no pressuposto de que a dimensão política está interligada com a maneira de conduzir as práticas escolares. Esse objetivo é conduzido por uma abordagem do tipo antropológico, proposta por Yves Chevallard, quanto às práticas e aos argumentos das instituições ligadas à educação escolar. Foi possível constatar que os desafios da educação matemática no período de transição do Império para a República estão associados à tentativa de modernização das práticas de ensino, através da adoção do método intuitivo, articulando conteúdos tradicionais da Aritmética clássica com uma visão mais dinâmica dos aspectos experimentais e intuitivos, através do uso de materiais didáticos e objetos mais próximos do universo de vivência dos alunos. A prioridade do ensino primário era preparar os alunos para ingressar no ensino secundário e assim terem a chance de ingressarem no ensino superior, missão veiculada pelos diferentes estabelecimentos existentes no país a partir do modelo instituído pelo Ginásio Nacional nos primeiros anos da República.
PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Ensino da Aritmética na Escola primária. História da Educação Matemática.

1. Considerações iniciais

Um ano após a proclamação da República, depois de serem lançadas as bases da nova ordem política para as instituições militares, fazendárias e econômicas, é aprovado um novo regulamento da instrução primária e secundária, instituído pelo decreto n° 981, de 8 de novembro de 1890. Essa legislação teve o objetivo de regular o funcionamento das escolas localizadas no município do Rio de Janeiro, sede do poder executivo, denominada de distrito federal. Mesmo que esse regulamento não tivesse o poder legal de determinar os rumos da educação em todo o território nacional, continuou existindo a mesma linha de influência do período imperial. As orientações nele contidas visavam ditar um modelo a ser seguido em todas as escolas do país. Nesse sentido, as concepções educacionais avalizadas pela visão positivista, sob a liderança do Ministro Benjamim Constant, chegavam aos diferentes Estados da federação e eram formalizadas nos textos oficiais, às vezes, com pequenas alterações em função das realidades locais. Dessa maneira, no quadro político e institucional do período inicial da república brasileira, o objetivo da pesquisa relatada neste artigo é **analisar elementos característicos das práticas e dos argumentos defendidos para o ensino da**

Aritmética escolar no contexto da primeira reforma da instrução pública para o ensino primário da fase republicada do Brasil.

2. Elementos do referencial teórico

O estudo dos elementos históricos e didáticos da educação matemática, nos limites de um determinado contexto institucional, pode ser conduzida com o suporte da Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard (1998), no quadro da Didática da Matemática. Em sintonia com essa referência, adotamos ainda a noção de Transposição Didática, proposta por Chevallard (1991). Uma das ligações entre essas teorias é o conceito de transposição de praxeologias, através do qual interpretamos aspectos relacionados ao movimento de saberes entre instituições participantes da rede de influência do campo educacional da matemática. Ao interpretar a dimensão histórica da educação matemática através de uma abordagem antropológica, optamos por destacar aspectos característicos de praxeologias localizadas no contexto considerado.

Ao fazer essa leitura, consideramos a dimensão didática associada à dimensão matemática. As práticas, métodos, recursos e tarefas propostas em uma instituição recebem respaldo de um consórcio de outras instituições associadas ao sistema escolar. Mesmo não havendo concordância plena entre os discursos dessas instituições, no transcorrer de período de tempo mais longos, em dado momento, predomina a convergência de um discurso hegemônico. As práticas adotadas para resolver as tarefas matemáticas escolares estão ancoradas e defendidas com base em tecnologias e teorias matemáticas, em sintonia com argumentos didáticos revestidos de bases ideológicas e escolhas políticas.

Os acontecimentos históricos são interpretados através de discursos e práticas prescritas por instituições que participam do movimento da transposição didática. Ao fazer essa leitura, procuramos contemplar a dimensão social e política subjacentes às propostas educativas. Tendo em vista esse interesse, interpretamos essa pesquisa como um entrelaçamento das dimensões histórica e didática.

Nesse sentido, a intenção é identificar raízes das culturas didática e matemática que sustentam práticas escolares da época e do contexto considerados. Ao persistir com essa intenção, optamos por pesquisar a legislação educacional instituída pela reforma Benjamim Constant, para o município do Rio de Janeiro e com a intenção de influenciar as demais instituições escolares do país.

Pretendemos não perder de vista que todo discurso praxeológico tem sua validade ancorada em uma espécie de rede de instituições, cujos poderes estão associados ao ensino da Matemática. Dessa maneira, é bom diferenciar as *ações* docentes, concebidas aqui como sendo de cunho pessoal, das *práticas* que ganham aval das instituições. O professor que ensina Matemática pode, até mesmo, sugerir procedimentos pessoais para resolver uma equação, mas a validade dessa opção cria corpo na medida em que recebe o aval das instituições envolvidas. O risco decorrente do aval dessas práticas é a possibilidade de tornar obscuras os interesses ou as tramas características das relações de poder existentes em suas entranhas. Daí a necessidade de viés crítico na condução das práticas escolares.

3. Análise de elementos históricos

Quanto às orientações para a instrução primária o regulamento de 1890 previa que a mesma seria ministrada em **escolas públicas de duas categorias**, as quais foram chamadas de *escolas primárias do primeiro grau*, estruturadas em seis anos de estudo para as crianças de 7 aos 13 anos, e *escolas primárias do segundo grau*, com três anos para os alunos com idade entre 13 e 15 anos. Como os objetivos previstos para essas duas categorias de escolas eram diferentes, as normas ditadas para o ensino da matemática também deveriam variar em função deles. Cada escola pública era específica para meninos ou para meninas e para freqüentar uma escola do segundo grau era preciso ter o certificado de conclusão do primeiro grau. Para compreender as diferenças entre essas duas categorias de escolas primárias, destacamos alguns elementos com os quais sinalizamos para os motivos dessa diferenciação. Em particular, a importância atribuída a cada uma estava sintetizada nos direitos concedidos aos portadores dos respectivos *certificados*.

Os alunos aprovados nos exames finais dos seis anos das ***escolas do primeiro grau***, ao receberem o certificado, tinha o direito de obter *livre entrada* nos estabelecimentos de ensino secundário ou normal. Cumpre lembrar que o principal objetivo do ensino secundário era preparar os filhos das classes mais abastadas para o ingresso em um dos cursos superiores existentes em Recife, Salvador, São Paulo ou Rio de Janeiro. Mas, caso contrário, se o aluno concluinte do ensino secundário não tivesse a sorte de ser admitido em uma faculdade, o certificado conferido pelas escolas primárias do primeiro grau permitia o ingresso em uma escola normal, cujo diploma permitia o acesso ao magistério primário.

Decorrido o prazo de seis anos após a publicação do regulamento, isto é, a partir do momento em que formasse as primeiras turmas das escolas de primeiro grau, o respectivo certificado seria exigido como *condição indispensável* para conseguir um posto de trabalho em alguma repartição pública. Em outros termos, o certificado conferido pelas escolas do primeiro grau abria três perspectivas aos alunos concluintes: ingressar no ensino secundário e preparar para o ingresso no ensino superior, ingressar no curso normal e se preparar para ser professor primário ou estar habilitado para conseguir um emprego público.

A *cultura escolar* delineada na concepção dessa categoria de instrução primária do primeiro grau, inserida no cenário político da época, mesmo não estando necessariamente vinculada à natureza específica de cada uma dessas três perspectivas de vida – ser professor primário, cursar uma carreira superior ou ser funcionário público, passou a funcionar como um dos elementos definidores das oportunidades de defesa das classes sociais. As práticas escolares, normalmente inseridas em um complexo conjunto de conteúdos, recursos e métodos, estão em sintonia direta com valores avalizados por outras instituições, envolvendo Estado, Igreja, Exército, Comércio, Academia, entre várias outras.

O certificado de conclusão da ***escola primária do segundo grau*** proporcionava ao portador uma vantagem a mais em relação ao concedido pelas escolas do primeiro grau, no sentido de aumentar suas chances de conseguir um emprego público. Ao terminar os três anos de estudo das escolas do segundo grau, o portador do certificado estavam isento, por força da referida legislação, da exigência de prestar exames de português, geografia e *matemática*, em concursos para obter um emprego público em órgãos administrativos do governo, desde que o cargo pretendido não fosse de natureza técnica profissional. Em outras palavras, as escolas do segundo grau preparavam os alunos para conseguir um cargo em órgãos da administração pública.

As orientações dadas às práticas das escolas do segundo grau, nos primeiros anos da fase republicada, coincidem com as finalidades previstas pela legislação francesa que ficou conhecida como Lei Guizot, de 1833, por ocasião das primeiras medidas de expansão da educação escolar para as classes populares. Para que houvesse essa expansão era preciso, naquele momento, prever uma formação inicial para o trabalho, ao contrário, dos alunos do ensino secundário cuja finalidade era ter acesso aos cursos superiores.

Outra noção inserida na reforma instituída pelo decreto de 1890 estava no sentido atribuído ao termo *curso*, concebido, diferentemente daquele dos dias de hoje. O artigo 3º estipulava que as escolas primárias do primeiro grau estavam estruturadas por *três cursos* denominados*: elementar*, *médio e superior,* cada um composto por dois anos de estudos. O primeiro destinado aos alunos de 7 aos 9 anos, o segundo de 9 aos 11 e o terceiro dos 11 aos

13. Essa organização era concebida dentro da visão positivista, pois, Benjamim Constant era um fervoroso defender da filosofia de Augusto Comte, atribuindo à matemática certa superioridade em relação às demais disciplinas.

Para se ter uma idéia das orientações que permeavam esse início de proposta republicana para a educação escolar, em sintonia com a visão cientificista e positivista, cumpre-nos ressaltar outras aspectos tais como a ***questão de gênero***, cuja tradição até aquele momento era indicar um programa reduzido de estudo da matemática para as meninas. Seguindo a tendência característica do século XIX, as aulas nas escolas para meninas eram ministradas por professoras e de forma análoga, nas escolas para meninos, as aulas eram regidas por professores. Porém, a proposta republicana inova nesse sentido, prevendo que nas escolas de meninos seriam dirigidas preferencialmente por professoras. Entretanto essa flexibilização estava prevista somente para o curso elementar enquanto que os outros dois cursos deveriam ser dirigidos por professores. Para as escolas femininas, em todos os três cursos, seriam admitidas somente professoras.

A década de 1890 é o momento de criação dos ***primeiros grupos escolares*** e uma das características desse tio de estabelecimento eram os prédios supostamente apropriados para dignificar a nova idéia de *agrupar* certo número de escolar isoladas. Porém, no caso das escolas do primeiro grau, quanto a esse aspecto, o regulamento analisado é mais modesto, pois de acordo com a intenção dos seus redatores continuava a idéia de manter um professor para cada escola. O artigo 8 previa a construção de edifícios específicos para esse ensino de acordo com "os mais severos preceitos da higiene escolar e com habitações anexas destinadas ao professor", portanto, continua a idéia de que o professor deveria morar na própria escola. O projeto de construção de tais edifícios deveria ser aprovado pelo conselho diretor da instrução pública.

As orientações gerais contidas no regulamento de 1890 previam a expansão dos dispositivos didáticos a serem usados pelos professores, principalmente no ensino primário. No plano abstrato da lei, estava prevista a existência de uma biblioteca especial em cada escola, além de um museu com materiais pedagógicos para o ensino das diferentes matérias o qual deveria ter coleções de peças de mineralogia botânica e de zoologia e *tudo quanto fosse indispensável para o ensino concreto.* Dessa maneira, o texto incorpora no plano do discurso educacional a influência do ***método de ensino intuitivo*** e das lições de coisas.

Ainda no que diz respeito ao material de apoio às atividades escolares, o artigo 9 do regulamento previa a construção de um ginásio de esportes, no espaço físico de cada estabelecimento escolar, onde os alunos pudessem fazer os exercícios físicos, além de um pátio de jogos e recreações e um *jardim preparado segundo preceitos pedagógicos*. Toda essa estrutura, juntamente com os materiais didáticos e mais os *programas minuciosos* de cada matéria, os livros escolares adotados, tudo deveria ser formulado ou indicado pelo conselho diretor da instrução pública com a devida aprovação do governo central.

O ***plano de estudo*** previsto para os seis anos de estudo previstos para as escolas primárias do primeiro grau compreendia as seguintes matérias:

> Leitura e Escrita. Ensino prático da língua portuguesa. Contar e calcular. Arithmetica prática até regra de três, mediante o emprego, primeiro dos processos espontâneos, e depois dos processos sistematizados. Sistema métrico precedido do estudo da geometria prática. Elementos de geografia e história, especialmente do Brasil. Lições de coisas e noções concretas de ciências físicas e historia natural. Instrução moral e cívica. Desenho. Elementos de música; Ginástica e exercícios militares; Trabalhos manuais para os meninos. Trabalhos de agulha para as meninas. Noções práticas de agronomia. (Artigo 3º do Regulamento de 8 de novembro de 1890)

Destacamos nesse programa as orientações metodológicas contidas no decreto que aparecem, com clareza, na parte referente ao ensino da aritmética, ao ressaltar a prioridade a ser pelos professores dada aos processos espontâneos para somente depois trabalhar com a sistematização da linguagem matemática. Outro aspecto presente nesse programa de ensino é a indicação de um enfoque *prático* e *concreto*, permeando o ensino da língua portuguesa, da aritmética na parte referente ao estudo do sistema métrico decimal e das ciências, indicando os princípios defendidos no contexto do método de ensino intuitivo. Essa orientação metodológica figura no próprio texto do artigo que definia as matérias a serem ensinadas: *em todos os cursos será constantemente empregado o método, servindo o livro de simples auxiliar e de acordo com os programas minuciosamente especificados.*

O plano de estudo das escolas primárias do segundo grau compreendia, durante os três anos, as seguintes matérias:

> Caligrafia; Português; Elementos de língua francesa; Arithmetica (estudo complementar). Álgebra elementar. Geometria e trigonometria; Geografia e historia, particularmente do Brasil; Elementos de ciências físicas e história natural aplicados à industria, agricultura e higiene; Noções de direito pátrio e de economia política. Desenho ornamental, de paisagem, figurado e topográfico. Música; Ginástica e exercícios militares; Trabalhos manuais para os meninos e Trabalhos de agulha para as meninas. (Artigo 4º do Regulamento de 8 de novembro de 1890)

Os ***programas de ensino*** da Aritmética previstos para os seis anos das escolas primárias do primeiro grau, pelo regulamento de 1890, eram os seguintes:

Curso	Classe	Programas de Aritmética
Elementar	1ª	Contar, primeiramente pelos processos espontâneos, empregando os dedos, riscas, pedrinhas (cálculos), grãos, contas, etc., e depois os rosários, o contador mecânico, o crivo numeral e os ábacos, usada, entretanto, a terminologia própria da nomenclatura sistemática. Conhecimento prático das unidades fracionárias: metade, terça parte, quarta parte, etc., e comparação dessas unidades entre si. Escrever os algarismos. Exercícios práticos de somar, diminuir e multiplicar os números simples. Exercício mental de problemas fáceis. Conhecimento prático do metro, e sua divisão em décimos e centésimos. Ler e escrever qualquer numero de três algarismos. Conhecimento prático da moeda-papel até notas de 100$000.
	2ª	Ler e escrever números compostos até seis algarismos, empregando os processos primitivos e o sistemático. Idéia clara da unidade, dezena e centena de milhar. Valor das letras maiúsculas usadas como algarismos romanos. Exercícios das quatro operações, sempre sob o ponto de vista concreto. Calculo mental. Termos da fração e sua significação. Ler e escrever fiações decimais até cinco algarismos. Da semana; do mês; do ano; do dia em horas e minutos. Conhecimento prático das moedas nacionais. Medidas métricas.
Médio	1ª	Revisão do programa anterior. Ler e escrever números compostos de mais de seis algarismos. Sistema de numeração romana. Conhecimento do quadrado, cubo, raiz quadrada e raiz cúbica. Sistema métrico completo. Conhecimento prático das principais moedas estrangeiras. Problemas concretos. Calculo mental.
	2ª	Revisão do programa anterior. Propriedades das frações ordinárias e decimais. Problemas. Calculo mental.
Superior	1ª	Revisão da matéria estudada; operações sobre as facções ordinárias e decimais. Números primos; crivo de Eratosthenes. Principais caracteres da divisibilidade dos números escritos no sistema decimal. Princípios da decomposição dos números em seus fatores primos. Maximo comum divisor, empregando em primeiro lugar as linhas retas. Problemas. Cálculo mental.
	2ª	Noções sobre os números complexos e suas operações. Regra de três e suas aplicações, pelo método de redução à unidade. Revisão geral. Problemas. Calculo mental. Noções de escrituração mercantil

Ao indicar que o estudo da contagem deveria ser iniciado pelo uso de vários objetos materiais do cotidiano da criança, pelos chamados de *processos espontâneos*, os redatores da legislação deixam transparecer a indicação dos princípios do ***método de ensino intuitivo***, para em um segundo momento utilizar objetos mais estruturados como ábacos e o contador numérico, uma espécie de calculadora mecânica que antecedeu as atuais calculadoras. Entretanto, mesmo que essa proposta de modernização do ensino da aritmética fosse algo novo naquele momento, no contexto educacional brasileiro, a valorização da sistematização do saber matemática através da nomenclatura clássica. Nesse sentido, encontramos nos primeiros momentos da fase republicana um discurso oficial em favor da diversificação dos registros de linguagem usados no estudo da aritmética, sem abrir mão da maneira clássica de sistematização através dos termos usuais da ciência matemática.

Da mesma maneira como acontece nas orientações prescritas para o ensino de outros conteúdos da aritmética, no estudo das frações encontramos uma ênfase no sentido de valorizar os ***conhecimentos práticos***, indicando uma orientação pragmática até então não assumida com tanta clareza pelos regulamentos concebidos na fase do Império. Desse modo, nas orientações para o estudo das quatro operações da aritmética também aparece a valorização de ***exercícios práticos***, reforçando o viés da visão pragmática contida na reforma concebida por Benjamim Constant.

A incorporação do estudo do ***sistema métrico decimal***, no contexto da aritmética escolar, naquele momento representava a consolidação de uma indicação iniciada há duas décadas anteriores, a partir do momento em que o Brasil adotou o uso do referido sistema como obrigatório, indicando um novo conteúdo incorporado na cultura escolar a partir das circunstâncias avalizadas pelas instituições associadas às práticas escolares. Também no estudo do sistema métrico, encontramos uma ênfase no viés do que os redatores chamaram de *conhecimentos práticos do metro e suas divisões em décimas e centésimos*, bem como no caso do sistema monetário adotado no país, naquele momento.

No caso do cálculo mental, as indicações da reforma Benjamim Constant são claras no sentido de indicar sua prática, com regularidade, a partir da segunda classe do curso elementar, aparecendo explicitamente em todas as duas classes do curso médio e do curso superior. Dessa maneira, ao reencontrar nos Parâmetros Curriculares Nacionais a indicação desse mesmo conteúdo, constatamos do estudo de um tema que passou vários anos sem ser destacado nos programas de ensino.

Um recurso didático que aparece com freqüência no programa analisado por nós é a indicação de uma revisão dos conteúdos estudados no ano anterior, todas as vezes que iniciar o estudo de uma nova classe. Se essa continuidade pode ser encontrada em outras matérias escolares, no caso da matemática escolar entendemos ser ela de fundamental importância uma vez que sem um domínio razoável dos conteúdos de uma determinada série fica praticamente inviável aprender os conteúdos da série posterior. Em outros termos, a ordem hierarquizada dos estudos de quase todos os conteúdos da matemática escolar assume um papel relevante na concepção do que é a disciplina de matemática.

Ao finalizar o estudo da aritmética, na última classe do primário do primeiro grau, encontramos no programa de 1890 uma rápida relação com as noções de escrituração mercantil. Entretanto, a finalidade maior dessa categoria de escola não era proporcionar uma preparação para o trabalho, como era o caso do primário de segundo grau. Por outro lado, o estudo da proporcionalidade na forma dos problemas de regra de três e de outras aplicações sinalizava para a possibilidade do aluno continuar os estudos no nível secundário e, na continuidade, concluir sua preparação para tentar o ingresso em curso superior.

Ao finalizar a análise dos programas de ensino da Aritmética nas escolas primárias do primeiro grau, lembramos que seis meses antes da aprovação do regulamento para a instrução primária e secundária de 1890, foi publicado o decreto nº 407, de 17 de maio de 1890, o qual aprovou um regulamento específico para conduzir a formação na Escola Normal da capital federal. A comparação do estudo da Aritmética prescrita para a formação dos futuros professores primários está muito próximo daquela prevista para os alunos das escolas primárias, porém, com maior profundidade em alguns conteúdos, acrescidos de indicações metodológicas.

4. Referências Bibliográficas

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Porto Alegre: *Teoria e Educação, n. 2*, p. 177-229, 1990.

CHERVEL, André. *La Culture Scolaire*. Paris, Editora Belin, 1990.

CHEVALLARD, Yves. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: a abordagem atnropologique*. In Atas da Universidade de Verão ralizada na cidade Rochelle. Clermont-Ferrand: Editora do IREM, 1998.

CHEVALLARD, Yves. *La Transposition Didactique. Du Savoir savant au savoir enseigné*. Paris: Pensée Souvage, 1991.

CHEVALLARD, Yves. *Organiser l'étude Ecologia et Regulation*, Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática, pela Editora La Pensée Sauvage: 2002.

LOURENÇO FILHO, Manoel Bergstroem. *A formação de professores da Escola Normal à Escola de Educação.* INEP-MEC, Brasília: 2001.

MOACYR, Primitivo. *A instrução e as províncias. Subsídios para a história da educação no Brasil (1834 – 1889). Das Amazonas às Alagoas.* Cia. Editora Nacional. São Paulo: 1939.

MORAIS REGO, Clóvis. Subsídios para a História do Colégio Estadual Paes de Carvalho. Editora da UFPA e L&A Ediotra. Belém: 2002.

PARA. *Relatório com que o excellentissimo senhor doutor Domingos José da Cunha Junior, presidente da província, abriu a segunda sessão da 18ª legislatura da Assembléia Legislativa Provincial em 1° de julho de 1873.* Typographia do Diário do Grão-Pará. Belém: 1873.

SAVIANI, Demerval e outros. *O legado Educacional do século XIX*. Editores Associados. Campinas: 2007.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Uma história da matemática escolar no Brasil*: 1730-1930. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2007.

UM ESTUDO DA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS EM LIVROS DIDÁTICOS

Marcilene Moreira dos Santos - UEMS

Antonio Sales - UEMS

RESUMO: Este artigo é parte de um trabalho mais amplo que vem sendo desenvolvido com acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática envolvendo a demonstração em Matemática e, mais particularmente, a argumentação na aprendizagem da geometria. Esta etapa do processo consistiu em analisar a demonstração do teorema de Pitágoras em livros didáticos do ensino fundamental. Abrange um pouco da história e da natureza da demonstração e a teoria de análise adotada é a Teoria Antropológica do Didático. Os resultados apontam para a presença da predominante do processo que se apóia nas relações métricas no triângulo retângulo.
PALAVRAS-CHAVE: Teoria Antropológica do Didático. Teorema de Pitágoras. Demonstração. Livro Didático.

1. Introdução

Dentre os conceitos matemáticos que merecem especial atenção nos cursos de Licenciatura em Matemática destaca-se a demonstração. É considerada atividade de grande relevância proceder a demonstração de toda assertiva apresentada ao futuro professor de matemática.

Demonstrar é uma atividade considerada pelos especialistas em Matemática como de fundamental importância para essa ciência. Como veremos, no decorrer deste trabalho, vários autores têm buscado investigar o seu desenvolvimento histórico, descrever o seu caráter formal, definir a intensidade da sua contribuição na constituição da ciência matemática e, ultimamente, discutem também o seu papel no processo de educação do pensamento e na formação do jovem estudante.

Balacheff (1988) e Arsac (1992) vêem orientando teses de doutorado na perspectiva da educação enquanto Frege (*apud* DOMINGUES, 2002) e Domingues (2002) focalizam-na na perspectiva de um conteúdo matemático. Isso para citar alguns nomes.

Por outro lado temos como importante documento os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, (PCN) (BRASIL, 1998), do ensino fundamental, que norteia políticas relativas ao ensino da Matemática e que também fazem, referência à demonstração.

Nessas e em outras fontes fomos buscar informações sobre a demonstração tanto do ponto de vista da sua constituição histórica como do ponto de vista do seu papel na educação, mais especificamente na formação de um pensamento matemático e cidadão.

Arsac que analisa a sua função educativa coloca a demonstração como um subproduto da argumentação e pertencente ao mesmo conjunto das conjeturas, explicações e provas, distinguindo-a, porém, das demais categorias mencionadas pelo seu rigor e formalismo apurado.

O estudo do valor educativo da demonstração se insere em um projeto mais amplo que consiste no estudo dos elementos pré-demonstrativos, como argumentação e prova, e a contribuição para a aprendizagem da geometria.

Este texto tem por objetivo estudar como os autores de quatro livros abordaram a demonstração do teorema de Pitágoras. É uma atividade de pesquisa que se insere em um trabalho mais amplo que, possivelmente, culminará em uma tese de doutorado sobre o papel da argumentação no estudo da geometria.

2. Síntese Histórica da Demonstração

A demonstração matemática tem uma longa trajetória histórica e divide-se entre as demonstrações formais e as demonstrações empíricas. Pode-se dizer que os egípcios de certa forma já praticavam a idéia de demonstração, embora essa fosse ainda de modo muito isolado, não utilizando o formalismo dedutivo das demonstrações atuais. Domingues (2002) nos informa que Próclo (Séc. V) em seu comentário ao livro Primeiro dos Elementos de Euclides, baseado numa história da geometria grega escrita por Eudemo de Rodes (séc II a. C) atribui a Tales a primazia nessa tarefa de conferir à Matemática esse status de ciência do rigor ao proceder as primeiras demonstrações.

Ainda segundo Domingues essa obra de Próclo que não chegou aos nossos tempos, afirma que:

> Tales foi o primeiro a ir para o Egito e levar para a Grécia, na volta, o saber [geometria] que encontrou. Ele descobriu muitas proposições e levou para seus sucessores os princípios adjacentes a muitas obras, valendo-se de casos gerais em alguns casos e em outros métodos empíricos (DOMINGUES, 2002).

Em decorrência desse feito coube a Tales de Mileto o mérito de ser o primeiromatemático da história. Acredita-se, no entanto, que antes de Tales descobrir as várias propriedades matemáticas estas já eram conhecidas pelos egípcios.

A Tales é conferido o título de primeiro matemático pela sua capacidade de perceber a possibilidade de desenvolver o processo de formalização desse conhecimento e fazer asserções com base em um raciocínio dedutivo.

A Matemática Pura, formal e dedutiva, desenvolveu-se principalmente devido a Escola Pitagórica, onde Tales, segundo alguns autores (BOYER, 1996) exerceu alguma influência, mesmo que indireta, por ser contemporâneo de Pitágoras, embora um pouco mais velho. Acredita-se que os pitagóricos, por volta do ano 400 a.C, podem ter dado um grande salto com relação à dedução matemática, desenvolvendo encadeamentos de raciocínio e encadeamentos de propriedades para deduzir outras propriedades para certas partes da geometria, contribuindo para a resolução de poliedros regulares e polígonos.

Mas até o final do século XIX, a demonstração matemática tinha como função convencer racional e também psicologicamente da veracidade de uma asserção. A partir de então uma análise mais profunda, com o uso da evidência intuitiva, tomou-se necessária.

Dentre os matemáticos que contribuíram para que esta fosse reformulada devemos citar G. Frege (1848-1925) que contribui para o conceito de demonstração formal. Tarski (*apud* DOMINGUES, 2002) em um artigo em que discute como se dá a construção de uma sequência de proposição onde que a primeira delas é um axioma e cada uma das demais são um axioma ou um teorema, dedutível das outras, que a precedem na sequência. Afirma que a última proposição é aquilo que se queria demonstrar.

É conhecido o embate que se travou, nas primeiras décadas do século XX, entre as três correntes da filosofia matemática, conhecidas como formalismo, logicismo e intuicionismo. A demonstração estava no centro do debate e a visão formalista da matemática foi a que prevaleceu e, dessa forma, a demonstração está tão carregada desse formalismo que, na visão de Lakatos (1978), chega ser estéril do ponto de vista educacional.

3. A Lógica da Demonstração

Davis e Hersh (1985) apresentam o famoso teorema de Pitágoras, mas está exposto através de uma demonstração formal onde só podemos acompanhar a argumentação do mesmo através da ilustração da figura dada por ele, devido ao grau de complexidade. Para Silva (2002) uma demonstração deve estar passível da compreensão humana não deixando espaço para dúvida de sua veracidade, deve conter um numero finito de proposições logicamente encadeadas, onde esses modos de encadeamentos sejam conhecidos, e para isso é necessário que as demonstrações estejam dentro de um determinado espaço lógico, ou seja, dentro de um sistema dedutível, ou mais precisamente inserido em um sistema formal com vocabulários e regras conhecidas, caso contrário não seria possível se ter um encadeamento lógico. Encadeamento lógico é muito valorizado pelos PCN. Este é essencial para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno. A lógica esta ligada a matemática e não se pode dizer que a demonstração está inserida em um contexto educativo sem que haja um encadeamento lógico onde o aluno esteja desenvolvendo a criatividade, a intuição, a capacidade de analisar e criticar, podendo assim interpretar os fatos e os fenômenos, possibilitando o desenvolvimento da capacidade de argumentar dentro de um determinado espaço de conhecimento adquirido por ele no decorrer de sua trajetória escolar e possibilitando dessa forma que ele possa evoluir para a realização de demonstrações formais por iniciativa própria.

Por várias vezes a demonstração formal foi citada, mas na realidade não houve esclarecemos sobre o que realmente a lógica define como sendo uma demonstração. No artigo publicado por Bicudo (2002), encontramos que demonstração caracteriza o que vem a ser um sistema formal. O formal é a parte “sintática de um sistema axiomático”.

Um sistema formal é composto de três partes, sendo que a primeira delas é constituída pela linguagem. Uma linguagem com símbolos próprios que se constituem em um conjunto de fórmulas. Símbolos e fórmulas devidamente especificados caracterizam uma linguagem específica.

“A parte seguinte de um sistema formal consiste em seus axiomas. A única exigência feita é que cada axioma seja uma fórmula da linguagem do sistema formal” (BICUDO 2002).

A terceira parte de um sistema formal é constituída pelas regras de inferências, que nos permitem concluir teoremas a partir dos axiomas.

Cada uma dessa regras contém explicitadas as condições que permitem fazer inferências conclusivas a partir das condições estabelecidas inicialmente, as hipóteses, e as condições encontradas no processo através de procedimentos que envolvem o uso da linguagem e das propriedades. Textualmente, Bicudo afirma que

> Uma regra em um sistema formal F é finita se tiver um número finito de hipóteses. Seja, agora, F um sistema formal em que todas as regras sejam finitas. Então, uma DEMONSTRAÇAO em F é uma seqüência finita de fórmulas, em que cada uma seja ou um axioma, ou seja, uma conclusão de uma regra cujas hipóteses precedam essa fórmula na seqüência dada. Se A for uma formula em uma demonstração P, diremos que P é uma DEMONSTRAÇÃO de A. Uma fórmula A de F será um teorema de F se existir uma demonstração de A. [...] devemos deduzir que a “demonstração matemática” é algo, cujo modelo é uma demonstração de um sistema formal [..] (BICUDO, 2002).

Para um melhor esclarecimento citamos Silva:

> demonstração como tendo várias finalidades dentre elas estabelecer a veracidade relativa de um enunciado (tese da demonstração). A veracidade da tese depende claro, da veracidade dos enunciados propostos na

> demonstração, esta é suficiente para aquela. Embora exista um relacionamento entre ambas elas são independentes entre si, em uma demonstração as conexões lógicas que sustentam um enunciado pode não induzir á convicção (essa possa às vezes ser tão longa que não é possível acompanhá-la). Mas uma demonstração matemática deve conter finitas proposições logicamente encadeadas (ou seja, embora ela possa conter um numero infinito de proposições, mas talvez seja possível descrevê-la finitamente) e oferecê-la a alguém com a finalidade de convencê-la da veracidade da tese demonstrada e para isso é necessário que as demonstrações estejam dentro de um determinado espaço lógico, ou seja, um sistema dedutível (formal determinado com um vocabulário, símbolos conhecidos) (SILVA, 2002).

4. O Quadro Atual da Demonstração na Educação

Uma demonstração é uma prova. Na concepção de Arsac é uma prova formal e cabal tendo como objetivo comprovar a veracidade de uma tese, um resultado que se conhece de antemão. Para Balacheff é o desenvolvimento de um raciocínio encadeado.

Para demonstrar, isto é, produzir uma demonstração necessita-se de muito domínio do assunto, certa dose de astúcia para perceber estruturas que o olhar comum não distingue e capacidade para estabelecer relações sutis. Para compreendê-la é necessária muita abstração. Defende-se a sua formalização e rigor na dedução com base no princípio de que após ser concluída não pode deixar espaço para nenhuma dúvida tendo em vista que não será analisada somente por um grupo de especialistas e aceita pelos demais como sendo real. Sabemos que a demonstração formal é utilizada em várias aulas por vários professores e em vários países do mundo. Será utilizada na resolução de vários problemas semelhantes. Vindo daí a sua importância e a relevância do seu estudo. Uma proposição demonstrada torna-se ferramenta para outras demonstrações e pode ser aplicada na resolução de problemas.

A demonstração, da forma como é abordada nas escolas, dizendo melhor, nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é objeto de ensino. Geralmente faz-se a demonstração diante dos alunos para que acompanhem, copiem e repitam até que a seqüência de procedimentos seja memorizada. Como conseqüência desse procedimento cria-se uma prática que não ultrapassa a sala de aula da universidade porque o acadêmico não percebe a necessidade de demonstrar (BALACHEFF, 1988). O estudo desse conteúdo, nessa perspectiva, se limita a uma prestação de contas para efeitos de se conseguir nota na prova e, dessa forma, quando esse acadêmico se toma professor da educação básica, a demonstração não é incluída no seu programa de trabalho. Osório (2002) salientou que está implícito na prática dos professores da educação básica que eles entendem não ser justo propor aos alunos processos que exijam recursos intelectuais equivalentes ao de um matemático. A atividade de demonstrar, sem uma compreensão do processo e apenas como quesito para a nota, produziu um desgaste no conceito.

Em conseqüência o desenvolvimento do raciocínio dedutivo que é um dos objetivos do ensino da matemática no nível da educação básica não chega ser estimulado. Porém, o mai grave de tudo isso é que o profissional que é formado nessa escola não sai preparado para ensinar demonstração aos alunos do ensino fundamental tanto pelo desgaste ocorrido como por considerá-la fora do alcance do aluno (OSORIO, 2002).

5. A Demonstração nos PCN de Matemática

Sendo os PCN um documento oficial esperamos encontrar neles os indicativos para uma prática docente que busca proporcionar ao aluno uma formação para o exercício pleno da cidadania. Esperamos encontrar também nele os conteúdos matemáticos que devem constar no plano de trabalho do professor bem como a devida justificativa da importância educacional desse conteúdo. Sendo que a demonstração, conforme visto em parágrafos anteriores é um conteúdo muito valorizado pelos matemáticos pela sua contribuição para garantir a validade de uma proposição, mas que, quando se trata do aspecto educacional, somente em décadas recentes que pesquisadores como Nicolas Balacheff e Gilbert Arsac vêm identificando a sua contribuição educativa, sentimos a necessidade de buscar nos PCN o respaldo teórico para projetos de orientação para a prática docente.

Do ponto de vista de seu valor educativo encontramos nos PCN que ela deve ocorrer, principalmente, no quarto ciclo. Ou seja, a sua presença deve estar na sala de aula a partir do ensino fundamental. Diz ainda o documento que não pode ser utilizada somente demonstrações empíricas, mas, devem ser exercitadas as demonstrações formais. Nesse nível de estudo, segundo o referido documento, os alunos poderão estar utilizando axiomas e teoremas tendo em vista que esse conhecimento e a manipulação desses conceitos matemáticos abrem espaço para a elaboração de conjecturas. Mas para tal é preciso que ele tenha um bom desenvolvimento lógico. É a lógica que permite a compreensão dos processos e assim facilita a argumentação bem como a demonstração.

6. A Teoria de Analise

A análise dos livros didáticos tem como suporte da Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 2001).

A TAD como uma teoria da atividade humana eficaz pressupõe que a praxeologia[19] é composta de uma tarefa, que neste caso é o estudo do teorema de Pitágoras, uma técnica, isto é, um modo de fazer, um modo de resolver a tarefa. No entanto, segundo ainda os pressupostos da TAD, toda técnica utilizada tem uma justificativa para o seu funcionamento. Essa justificativa, que tem suporte em uma teoria, chama-se tecnologia. A tecnologia, portanto, é a explicação da técnica, uma explicação racional.

Essa visão pressupõe toda atividade desenvolvida com o objetivo de estudar matemática se constitui de dois tipos de organização inseparáveis, na prática. A organização didática (OD) e organização matemática (OM). A primeira é composta de tarefas didáticas, técnicas e tecnologias didáticas. Enfim, está no campo dos aspectos pedagógicos da prática docentes. Mas ela também pode ser uma organização do aluno, daquele aluno que estuda em busca da solução de um problema específico: o problema da sua aprendizagem da Matemática.

A segunda organização (OM) está relacionada com a disposição em que os objetos matemáticos são apresentados.Com a sequência em que são dispostos naquela OD. Como esses objetos se relacionam entre si naquele contexto de aprendizagem. Porém, esta distinção é puramente teórica. Na prática de estudo da Matemática há um imbricamento dessas duas organizações.

7. O TP nos Livros Didáticos

Foram analisados quatro livros do 9º ano (8ª série),sendo todos aprovados pelo PNLD 2008. O critério de escolha dos livros foi o da acessibilidade tendo em vista que em cidades do interior as bibliotecas das escolas nem sempre possuem exemplares de todas as coleções aprovados. Quando tem nem sempre há disponibilidade para empréstimo. No texto as coleções estão identificadas pela letra A, B, C e D. As figuras citadas e os livros analisados estão no anexo.

O tema escolhido foi o teorema de Pitágoras (TP) porque consta em todos os livros analisados.

7.1. Coleção A

O livro desta coleção traz, de início, um pequeno resumo sobre quem foi Pitágoras e logo após o teorema e sua fórmula. Em seguida direciona a OD para a demonstração formal recorrendo às relações métricas no triângulo retângulo. Uma OD do estilo clássico.

---

[19] Praxeologia é o estudo da práxis que, por sua vez, é uma atividade racional, produto de uma reflexão teórica.

Um capítulo inteiro é dedicado ao estudo das relações métricas no triângulo retângulo e tem a demonstração como ponto culminante.

Do ponto de vista da TAD a técnica utilizada foi construir um triângulo retângulo maior, transformá-lo em dois triângulos retângulos menores, com se processa na maioria dos livros que adotam a forma clássica de abordar o assunto, e ir diretamente para a demonstração formal. A tecnologia consistiu na utilização de relações referentes aos triângulos retângulos que já haviam sido estudadas em atividades anteriores.

7.2 Coleção B

A OD dos autores dessa coleção consistiu em iniciar com o teorema. Fornece a fórmula e, diferentemente de outros autores que procedem uma demonstração formal, estes autores procuram conduzir o aluno à compreensão utilizando como recurso de comunicação um objeto ostensivo clássico. Esse ostensivo consiste na figura em que um quadrado, composto de quadradinhos, e outros dois quadrados semelhantes são construídos um sobre cada cateto. Como esses quadrados estão quadriculados é possível fazer a verificação de que o número de quadradinho de um (o que tem por lado a hipotenusa) é igual à soma do número de quadradinhos dos outros dois quadrados. É também uma figura clássica.

O passo seguinte é a demonstração formal e a tecnologia utilizada consiste nas relações métricas do triângulo retângulo. Porém, diferentemente dos autores anteriormente citados nessa OD os passos da demonstração são explicitados com mais detalhes, inclusive chamando a tenção para alguns passos da fatoração algébrica utilizada no processo.

A OD contempla ainda a demonstração utilizando como objeto ostensivo um quadrado de lado a inscrito em um quadrado de lado $b+c$ de modo que a seja a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos b e c (figura nº 1).

Como continuação é proposta ao aluno a tarefa de demonstra o referido teorema a partir de uma outro quadrado composto por um quadro menor, no centro, de lado b-c e quatro triângulos retângulos de catetos b e c e cuja hipotenusa é o lado quadrado maior (figura nº 2).

7.3 Coleção C

A OD desses autores consiste apresentação *a priori* do teorema através das relações métricas no triângulo retângulo. Não há muito detalhamento e nem a utilização de outros desenhos. Dessa OD faz parte um resumo história da Escola Pitagórica e a história do teorema, pós Pitágoras incluindo a citação de outras demonstrações (figura nº 1 e 3) incluindo a que pareceu no trabalho do “matemático hindu Bháskara (c.1114-1185) (figura nº

2) acompanhada apenas da palavra “Veja” e a de Garfield (figura nº 4) sem mostrar o processo, exceto o dessas duas últimas.

7. 4 Coleção D

Esses autores apresentam uma OD particular. Inicia propondo uma atividade de construir, com barbante, uma “corda de nós” semelhante à utilizada pelos egípcios na medição das terras às margens do Nilo e tentar formar um triângulo retângulo a partir dele.

Recorrem em seguida ao clássico exemplo de representar os quadrados sobre a hipotenusa e sobre os catetos divididos em quadradinhos para a verificação da relação entre eles. Representação essa que denominam de “demonstração do teorema de Pitágoras feita por Euclides”.

São apresentadas, em seguida, duas demonstrações utilizando o recurso tecnológico da figura nº1 e da figura nº 3, e as relações entre áreas. Houve o cuidado de destacar, em ambos os casos, os ângulos retos, dando ênfase que se trata de áreas e destacando a relação entre essas áreas. Portanto a tecnologia utilizada para validar a técnica usada na demonstração consistiu em mostrar que há uma equivalência entre áreas. Essa técnica não é muito usual.

Considerações finais

O teorema de Pitágoras ocupa lugar de destaque em todos os livros estudados. Essa proeminência se justifica tendo em vista o destaque se que se dá à Escola Pitagórica, suas excentricidades e produtividade. Devido à sua contribuição à ciência matemática e ao mito que e criou em torno do personagem que lhe dá o nome.

Algumas técnicas e tecnologias se repetem tais como a clássica que tem suporte tecnológico nas relações métricas no triângulo retângulo.Não é apenas a mais usual mas é também mais complexa tendo em vista que se utiliza de recursos abstratos. É a que utiliza de menos recursos visuais. É a mais utilizada porque é a que melhor atende os pressupostos da corrente formalista que norteia a praxeologia da maioria dos docentes que atuam nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Aquelas técnicas que utilizam a tecnologia da equivalência de áreas aparecem, às vezes, como curiosidade ou como técnica complementar.

8. Referências

ARSAC, Gilbert, et al. **Initiation au raisonnement dédutctif au colleg**e. Lyon, Fr: Presses Universitaires de Lyon, 1992.

BALACHEFF, Nicolas. **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège.Grenoble**, Fr: Université Joseph Fourier, 1988 (Tese de Doutorado)

BICUDO, Irineu. Demonstração em Matemática. **BOLEMA**, Ano 15, n. 18 (set. 2002), p. 79-90

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

CHEVALLARD , Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemática**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**. 2.ed. Rio de Janeiro:Francisco Alves, 1985

DOMINGUES, Hygino H. **A Demonstração ao Longo dos Séculos**. BOLEMA, Ano 15, n. 18 (set. 2002), p. 55-67.

LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemática**: provas e refutações. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1978.

OSORIO, Victor Larios. Demostraciones y conjeturas en la escuda media. **Revista Eletctrónica de Didáctica de las Matemáticas**. Afio 2, num.3. Enero 2002.Disponível em: < http://www.uag.mxlmatematicas/redm/> Acesso em: ago 2007.

SILVA, Jairo José da. A Demonstração Matemática da Perspectiva Lógica Matemática. **BOLEMA,** Ano 15, n. 18 (set. 2002), p. 68-78.

ANEXO

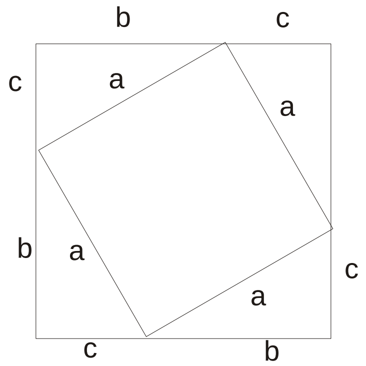


Figura nº 1

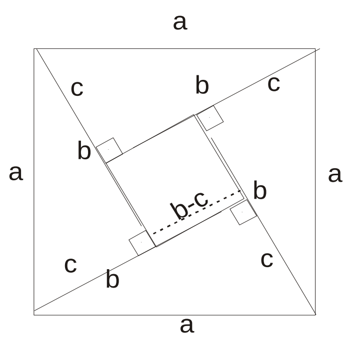


Figura nº 2

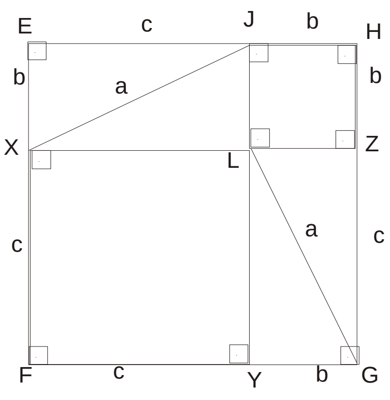


Figura nº 3

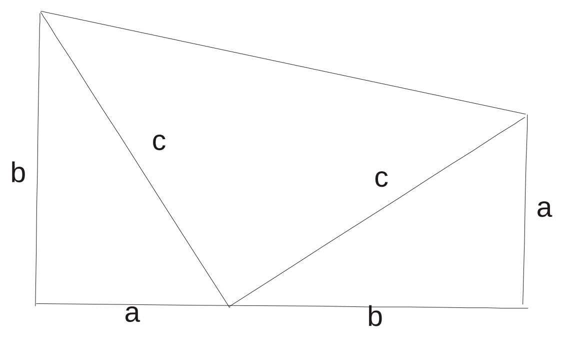


Figura nº 4

LIVROS ANALISADOS

CAVALCANTE, Luis Carlos, SOSSO, Juliana, VIEIRA, Fabio; POLI, Ednéia. **Para Saber Matemática**: 8º série. São Paulo: Saraiva, 2006.

CENTURION, Marília; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo**. Matemática na Medida Certa (novo)**: 8ª serie. São Paulo: Scipione, 2003.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**: 8ª série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

MORI, Iracema; SATIKO, Dulce. **Matemática**: idéias e desafios: 8ª série.14. ed.reformulada.São Paulo: Saraiva, 2006.

ESTUDO DE PROPORCIONALIDADE E PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO MENTAL

Maria José Santana Vieira Gonçalves - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

RESUMO: Este artigo apresenta de uma forma geral considerações sobre uma pesquisa em andamento, cujo objetivo geral é investigar a aprendizagem de conceitos de proporcionalidade e procedimentos de cálculo mental empregados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de situações-problema que envolvam o raciocínio proporcional. Sua relevância está no fato de considerarmos que são muitas as contribuições da resolução de problemas e do cálculo mental para a aprendizagem da Matemática. Para atingir o objetivo da pesquisa busca-se aporte na Teoria das Situações Didáticas (Brousseau), por meio de situações-problema que permitam ao aluno participar da construção e evolução do seu conhecimento. Os procedimentos de investigação adotados são os previstos pela Engenharia Didática (Artigue): análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori. A fim de dar fundamentação teórica e didática à pesquisa foi realizado nas análises preliminares, um levantamento bibliográfico sobre as concepções de proporcionalidade e sobre o cálculo mental. Os estudos realizados permitiram delimitar algumas variáveis importantes que foram consideradas durante a concepção das atividades da sequência didática. Na fase da experimentação os dados serão coletados por meio de observações realizadas durante as sessões de atividades da sequência didática a ser desenvolvida em classe. Com o objetivo de fazer, caso necessário, ajustes na sequência didática previamente elaborada, foi aplicado um teste piloto. Na análise a posteriori desse teste constatou-se algumas das previsões elencadas na análise a priori. Observou-se também, durante a aplicação do teste, o quanto os alunos recorrem aos algoritmos quando realizam cálculos. Esperamos, ao concluir esta pesquisa, contribuir para a aprendizagem da Matemática bem como levantar novas questões para o avanço dos estudos sobre o tema investigado.
Palavras-chave: Proporcionalidade. Cálculo Mental. Ensino Fundamental.

Introdução

O ensino e aprendizagem de Matemática vêm, ao longo de muito tempo, sendo tema de diversos estudos e pesquisas, na sua maioria, em busca de alternativas que possam contribuir para minimizar dificuldades de aprendizagem da mesma. Dentre os estudos que abordam a questão da aprendizagem da Matemática chamam atenção as pesquisas realizadas em diversos países como Espanha, Argentina e França, as quais relatam contribuições que o cálculo mental pode trazer para a aprendizagem da Matemática.

Despertam também interesse as pesquisas que apontam uma relação positiva entre o cálculo mental e a resolução de problemas. No relato de suas experiências, Butlen e Pezard (2000,p.5) destacam que “uma prática regular de cálculo mental libera espaço mental para resolver problemas.” Afirmam ainda que essa prática constante permite aumentar as capacidades de iniciativas dos alunos, fazendo com que estes explorem, de maneira rápida, diferentes formas de resolverem um problema.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) orientam para os procedimentos de cálculo a serem trabalhados, sobretudo nas séries iniciais do Ensino Fundamental, enfocando o cálculo mental, escrito, exatos e aproximados, envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais. Destacam também que “os procedimentos de cálculo mental constituem a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano”.

Entretanto, conforme afirmam Guimarães e Freitas (2007,p.1), “(...) as escolas brasileiras, em sua maioria, se limitam em utilizar o cálculo escrito e o exato.” Correa (1997) também verificou em sua pesquisa que “o que predomina são algoritmos escritos.”

Essa constatação suscita uma grande preocupação, pois como destaca Pais (2006,p.104), “um dos problemas do ensino dos algoritmos decorre da concepção equivocada de que as ações neles previstas podem ser apenas memorizadas, em detrimento de sua compreensão, como se esse nível de aprendizagem estivesse fora dos objetivos escolares.”

Diante da realidade brasileira que se apresenta em relação ao trabalho com o cálculo mental e considerando as pesquisas que relatam as contribuições desse tipo de cálculo para a aprendizagem da Matemática surgiu-nos um questionamento: seria possível trabalhar com procedimentos de cálculo mental durante o estudo de algum conceito matemático?

A resposta a esse questionamento nos pareceu ser afirmativa considerando o estudo de conceitos de proporcionalidade, pois dentro desse setor de estudo, os problemas propostos envolvem operações dos campos aditivos e multiplicativos, possíveis de serem realizados por meio do cálculo mental.

Por outro lado, o fato de muitas situações da vida cotidiana funcionarem de acordo com as leis de proporcionalidade, como destacam os PCN (BRASIL,1998), reforça a necessidade do domínio dos procedimentos de cálculo mental para aplicá-los no dia a dia.

Considerando as propostas dos PCN (BRASIL,1998) quanto ao cálculo mental e a proporcionalidade, bem como algumas contribuições do cálculo mental para a aprendizagem da Matemática, apontadas pelas pesquisas, acreditamos ser possível propor uma pesquisa que investigue a aprendizagem de proporcionalidade tendo o cálculo mental como procedimento de cálculo na resolução de problemas propostos.

Sendo assim, apresentamos essa pesquisa, ora em andamento, cujo objetivo geral é *investigar aprendizagem de conceitos de proporcionalidade e procedimentos de cálculo mental empregados por alunos do 7º ano do ensino fundamental durante a resolução de* *situações-problema que envolvam o raciocínio proporcional.* Para atingir este objetivo busca-se aportes nos referenciais teóricos e metodológicos descritos a seguir.

Referencial Teórico

A teoria utilizada em nossa pesquisa é a Teoria das Situações Didáticas desenvolvida na França por Guy Brousseau (1986). Tal escolha justifica-se pelo fato dessa teoria tratar de formas de apresentar, a alunos, conteúdos matemáticos, possibilitando análise e compreensão do fenômeno da aprendizagem de conteúdos específicos de Matemática em sala de aula, envolvendo professor, aluno e o conhecimento matemático.

A Teoria das Situações Didáticas envolve assim, a tríade que compõe o sistema didático: o professor, o aluno e o saber, não deixando, no entanto, de considerar o meio ao qual pertencem o aluno e o professor. E é sobre esse meio que o professor pode inferir, propondo alterações e novos problemas, desestabilizando então o sistema didático e propiciando ao aluno momentos para que ocorra a aprendizagem por *adaptação*, conforme denominou Brousseau (1986). As situações descritas na teoria de Brousseau são por ele classificadas em situação didática e situação adidática.

Uma situação didática é descrita por Brousseau (apud Freitas, 2008, p.80), como

> um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição.

Em nossa pesquisa, ao propormos aos alunos uma atividade envolvendo o conteúdo de proporcionalidade dentro de um contexto que lhe faça sentido e orientarmos que seja resolvido utilizando como procedimentos de cálculo o cálculo mental, estamos vivenciando uma situação didática.

Se ao comunicarmos o problema ao aluno formos capazes de provocar uma motivação para que o aluno o aceite como sendo seu e queira resolvê-lo, estaremos realizando uma *devolução* (Brousseau, 1986).

A situação adidática ocorre conforme palavras do próprio Brousseau (apud Pais, 2002, p.68), “quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo (...)”. É, portanto, na situação adidática que ocorre a aprendizagem por parte do aluno, pois é nesse momento que o aluno agindo independentemente apropria-se dos conceitos em estudo.

Para examinar as relações envolvidas no processo de elaboração do conhecimento matemático do aluno, Brousseau desenvolveu uma tipologia de situações didáticas onde descreve os procedimentos realizados pelo aluno no seu caminhar para o saber matemático. Essa tipologia é composta pelas situações de ação, formulação, validação e institucionalização.

Uma *situação de ação* acontece quando o aluno age tentando encontrar uma solução para o problema proposto pelo professor, sem se preocupar em citar a teoria envolvida no conteúdo em estudo. É uma ação mais experimental.

Ocorre uma *situação de formulação* quando durante o processo de busca, ou na apresentação da solução do problema, o aluno já destaca alguma teoria e faz uso de conhecimentos adquiridos anteriormente. O que caracteriza essa situação então são as afirmações (formulações) que o aluno faz referente às suas conclusões ou descobertas.

Constata-se uma *situação de validação* quando o aluno, na resolução do problema proposto, faz uso de provas com a intenção de justificar por meio da teoria ou de argumentos que ele considera válidos, a solução apresentada. Dessa forma, o aluno tenta convencer o outro da validade de algo que ele acredita.

As *situações de institucionalização* ocorrem com a intervenção do professor junto ao aluno para nesse momento sistematizar e fazer uma síntese dos conhecimentos sobre o conteúdo em questão, podendo até apresentar o conteúdo matemático envolvido de uma maneira formalizada.

É, portanto, com esse tipo de situações que pretendemos trabalhar em nossa pesquisa, nos colocando enquanto pesquisador, na função de promotor de situações didáticas, visando levar o aluno a se tornar participante e responsável por sua aprendizagem através da provocação de situações adidáticas de ação, formulação e validação.

Referencial Metodológico

A Engenharia Didática desenvolvida por Artigue (1988) foi escolhida como nosso referencial metodológico. Esta teoria caracteriza-se como uma forma de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em Educação Matemática e acreditamos estar em concordância com nosso referencial teórico.

Em nossos estudos observamos que a Engenharia Didática contempla tanto a dimensão teórica, como um produto de uma análise a priori (caso metodológico da pesquisa), quanto a experimental, como sendo uma produção do ensino (caso das sequências de aula em sala).

A Engenharia Didática é caracterizada na concepção de Artigue (apud Machado 2008, p.235), "(...) como um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino".

Em relação aos procedimentos metodológicos para nossa pesquisa, adotamos os propostos pela Engenharia Didática: análises preliminares; concepção e análise a priori das situações didáticas; experimentação; análise a posteriori e validação.

Os passos dados na pesquisa

Quanto às *análises preliminares* para a construção da engenharia consideramos o conceito matemático de proporcionalidade em questão; a análise do funcionamento do ensino atual em relação ao conteúdo proposto a partir da observação de livros didáticos atuais de Matemática e do programa curricular que direciona o ensino no ano escolar em que será realizada a experimentação.

A fim de obter subsídios que pudessem fundamentar nossa pesquisa, nos campos didático e matemático, realizamos um levantamento bibliográfico buscando conhecer o que existe na literatura matemática sobre o conteúdo matemático em estudo, ou seja, a proporcionalidade. Pesquisamos ainda dados que pudessem indicar possíveis entraves ou dificuldades quanto ao uso do cálculo mental e a aprendizagem de conceitos de proporcionalidade.

Visando esclarecer a noção de cálculo mental que adotamos em nossa pesquisa, julgamos necessário alguns esclarecimentos nesse sentido.

O Cálculo Mental

A expressão cálculo mental por vezes gera determinadas dúvidas quanto à sua definição, pois para alguns significa fazer cálculos "de cabeça", com rapidez e mecanicamente. Para outros, o termo é entendido como a realização de cálculos sem uso de lápis e papel e operando somente com valores exatos. Parra (2006,p.186), verificou que a expressão cálculo mental "para algumas pessoas, está associada à repetição de memória das tabuadas de multiplicação; para outras, representa uma capacidade admirável que possuem algumas pessoas.”

No entanto, não abordamos o cálculo mental por esse prisma em nossa pesquisa. Adotamos como noção de cálculo mental, o que Wolman (2006, p.13) nomeou como o

> conjunto de procedimentos que, analisando os dados a tratar, se articulam sem recorrer a um algoritmo preestabelecido, para obter resultados exatos ou aproximados. Mais precisamente, ele se caracteriza pela presença de uma diversidade de técnicas que se adaptam aos números em jogo e aos conhecimentos (ou preferências) do sujeito que as emprega.

Consideramos ainda dois aspectos complementares do cálculo mental, abordados por Anselmo e Planchette (2006). O primeiro seria “o cálculo mental automatizado que pede pouco esforço, porque se apóia sobre resultados completamente memorizados e disponíveis instantaneamente”. Em nossa pesquisa consideramos o cálculo mental automatizado não como cálculos decorados sem compreensão, mas o cálculo institucionalizado como saber matemático, adquirido a partir de situações que envolvem o sistema de numeração decimal e as propriedades das operações. Desta forma, o cálculo automatizado será adotado como um instrumento a ser utilizado como estratégias de cálculo na resolução de situações-problema durante a aprendizagem de proporcionalidade.

O segundo aspecto abordado por Anselmo e Planchette (2006, p.6) é o cálculo mental pensado, onde

> os resultados são obtidos por uma reconstrução pessoal. (...) Para um mesmo cálculo os procedimentos variam de acordo com os indivíduos, o momento e o contexto onde o cálculo é proposto. Os procedimentos são elaborados a partir de propriedades implícita ou explicitamente conhecidos das operações (comutativa, distributiva e associativa).

Quando, em nossa pesquisa, olhamos o cálculo mental sob essa perspectiva, estamos dando a este uma atenção especial quanto à compreensão dos procedimentos de cálculos empregados.

Portanto estamos considerando os procedimentos de cálculo mental diferente dos adotados quando se utiliza um algoritmo, pois segundo Wolman (2006, p.13), o algoritmo

> consiste numa série de regras aplicáveis em uma ordem determinada, sempre do mesmo modo, independentemente dos dados que garantem alcançar o resultado buscado num número finito de passos. As contas convencionais que se utilizam para resolver as operações constituem procedimento desse tipo: nelas se recorre a uma única técnica para uma operação dada, sempre a mesma, independente de quais sejam os números em jogo.

Concordamos com Parra (1996), quando afirma que o objetivo central do trabalho do cálculo mental não se resume somente a liberar espaço mental ou à rapidez para realizar cálculos. Segundo a autora, o cálculo mental traz outras vantagens ao educando. Suas principais hipóteses são de que: (a) As aprendizagens no terreno do cálculo mental influenciam na capacidade de resolver problemas; (b) O cálculo mental aumenta o conhecimento no campo numérico; (c) O trabalho de cálculo mental habilita para uma maneira de construção do conhecimento que favorece uma melhor relação do aluno com a Matemática; (d) O trabalho de cálculo pensado deve ser acompanhado de um aumento progressivo do cálculo automático.

Proporcionalidade

Para direcionar e orientar nosso trabalho na fase da elaboração das atividades que comporiam a sequência didática realizamos uma pesquisa bibliográfica sobre as concepções de proporcionalidade.

Destacamos Costa (2005) que, em sua dissertação de mestrado, apresenta um panorama sobre a forma como é apresentado o conteúdo de proporcionalidade em livros didáticos dos anos 70, 80 e 2000. Em sua análise, Costa observou que a disposição do conteúdo de proporcionalidade vem após o estudo de equação do 1º grau, o que influencia no uso de regra de três como procedimento de resolução das situações propostas. Constatou ainda que as técnicas fundamentais utilizadas nas resoluções dos exemplos e ou exercícios resolvidos nos livros observados foram modelagem fracionária, modelagem proporcional e modelagem algébrica. Não apareceu a utilização da redução à unidade em nenhum dos livros pesquisados.

Nos estudos realizados por Barreto (2001) encontramos os problemas de proporcionalidade sendo resolvidos por meio das estratégias do valor unitário e funcional. A pesquisadora ainda destaca em seu trabalho a incidência de procedimentos aditivos nas situações consideradas e apresentação de dificuldades dos alunos em relação às categorias de problemas.

Schliemann e Carraher (1997) comprovaram em sua pesquisa sobre proporcionalidade envolvendo crianças em sala de aula e crianças trabalhadoras que estavam fora da sala de aula, as diversas estratégias apresentadas por elas durante a resolução de problemas de proporcionalidade. Tais estratégicas foram classificadas como escalar, funcional e regra de três. Analisaram também as facilidades e as dificuldades relacionadas a um determinado tipo de estratégia. Mereceu ainda destaque em seus estudos a importância do contexto proposto nas atividades envolvendo proporcionalidade.

Encontramos em Post, Behr e Lesh (1995) um estudo sobre o raciocínio proporcional e sua importância no aprendizado da álgebra. Os pesquisadores apresentam os métodos de resolução que julgam pertinentes de serem estudados antes do algoritmo padrão e que são por eles denominados de taxa unitária, fator de mudança e interpretação gráfica da proporcionalidade.

A partir das análises realizadas em relação ao conteúdo matemático de proporcionalidade foi possível delimitar nosso objeto de estudo, a fim de atingir o objetivo proposto de trabalhar com o cálculo mental. Dessa forma, optamos por trabalhar com grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

Na segunda fase da engenharia, a fase da *análise a priori*, elaboramos atividades que compõem a sequência didática, considerando algumas variáveis didáticas, como contexto (familiar, práticas sociais, compras e vendas); forma de apresentar a atividade (oral, escrita); campo numérico (inteiros, decimais); valores das grandezas (pequenas e grandes quantidades) e operações (um procedimento de cálculo, mais de um procedimento de cálculo).

Essas variáveis podem determinar o nível de complexidade das atividades. As atividades podem ser mais simples quando envolverem, por exemplo, uma combinação das seguintes variáveis: contexto (compra e venda); campo numérico (números inteiros) e operações (apenas um procedimento de cálculo). No entanto, as atividades podem ser mais complexas quando combinarem as variáveis: contexto (práticas sociais); campo numérico (números racionais) e operações (mais de um procedimento de cálculo).

A sequência didática elaborada contém situações-problema que pretendem propiciar ao aluno uma melhor compreensão dos conceitos de proporcionalidade, que lhe permita utilizar estratégias próprias e procedimentos de cálculo mental durante as resoluções das mesmas.

A terceira fase, a *experimentação*, está prevista para março de 2009 e será realizada em uma escola pública da cidade de Campo Grande, com 15 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Entretanto, antes da realização da experimentação aplicamos uma sessão piloto, em novembro de 2008, com um grupo de 10 alunos do 6º ano. O ano escolar não foi o mesmo previsto na pesquisa porque os alunos do 7º ano já haviam estudado o conteúdo de proporcionalidade nessa época do ano letivo e isso poderia influenciar nos resultados esperados em nossa sequência didática, haja vista que a mesma é uma sequência de aprendizagem.

O objetivo da sessão piloto foi testar o que estava planejado na análise a priori e a tempo, efetuar alguns ajustes que julgássemos necessários. No início da sessão os alunos foram orientados a resolver a atividade mentalmente, sem utilizar lápis e papel, e ao encontrar uma possível solução deveriam apresentá-la aos colegas sob a coordenação da pesquisadora. Foi combinado com o grupo que só poderia falar um aluno por vez, pois a "aula" estava sendo gravada para constituir um posterior protocolo para análise.

Apresentamos a seguir uma amostra de uma das situações-problema que foram aplicadas na experimentação piloto, seguida da análise a priori e da análise a posteriori.

A pesquisadora propôs a seguinte atividade aos alunos: "O carro de Raul consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados. Para percorrer 300 km, quantos litros de combustível seu carro gastará?" [20]

Análise a priori da atividade

Essa atividade coloca em jogo as seguintes variáveis: contexto (práticas sociais); forma de apresentar a atividade (oral); campo numérico (número inteiro) e operações (um procedimento de cálculo: adição ou multiplicação).

O objetivo desta atividade é levar o aluno a compreender que existe uma relação proporcional entre as grandezas envolvidas, e que nesse caso, quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza também aumenta na mesma razão. Isso é o argumento que se espera que o aluno possa usar quando estiver fazendo a validação de sua resposta.

Nessa atividade o aluno pode buscar a solução por meio da estratégia escalar que levaria a uma solução como: "300 km são três vezes mais que 100 km, então é preciso três vezes mais combustível, isto é, 8 vezes 3, o que dá 24 litros". Outra forma de resolução, também escalar, mas substituindo a multiplicação por adições sucessivas seria: "se com 8 litros o carro percorre 100 km, com 16 litros percorre 200 km e com 24 litros percorre 300 km."

Estudos realizados por Carraher e Schliemann (1993) mostram que este tipo de problema seria de fácil solução utilizando a estratégia escalar, por apresentar números numa ordem que vai de "números menores para números maiores".

[20] CAVALCANTE, L. G., SOSSO, J.,et al. *Para saber Matemática*. 2ª ed. São Paulo:Saraiva, 2007.6ª série (7º ano), p.164.

Quanto aos cálculos, estes poderiam ser realizados mentalmente, sendo necessário apenas o domínio da tabuada (8x3= 24) ou adição de números com um ou dois algarismos (8+8=16, 16+8=24, que poderia ser feito: 10+6+8=10+14=24).

Uma dificuldade que poderia surgir na resolução do problema estaria relacionada à estratégia funcional, onde o aluno iria buscar saber quantos quilômetros seriam percorridos com um litro, o que o levaria a realizar mentalmente a divisão de 100 por 8, que daria 12,5 km (100:2 = 50; 50 :2 = 25 ; 25 :2 = 12,5). Depois teria que realizar a divisão de 300 por 12,5 para então obter 24 litros como resultado, o que poderia ser efetuado como 300:(25/2); o que equivale a 600:25=6x100:25=6x4=24.

Análise a posteriori

A atividade foi proposta oralmente ao grupo de alunos que mostrou interesse em buscar uma solução para o problema caracterizando, segundo Brousseau, uma *devolução*. Vários alunos apresentaram soluções para o problema, algumas certas e outras erradas, o que pode ser entendido à luz do nosso referencial teórico como uma *ação* dos alunos. Relatamos o caso da aluna Ana. A princípio a aluna mostrava-se insegura e antes de fazer sua exposição ao grupo dizia: “Profª eu acho que a minha [resposta] está errada”. No entanto Ana apresentou uma resposta como prevista na análise a priori, resolvendo o problema por meio da estratégia escalar e usando adições sucessivas. Na formulação de Ana: “em 100 km tem 8 litros, aí pensei em somar 8+8+8 que dá 24 litros”. Quando questionada pela pesquisadora sobre o porquê da soma, a aluna respondeu que somou porque se “o carro ia andar mais, então ele ia gastar mais”. Observou-se que a aluna, aos poucos, foi se tornando confiante e passou a *argumentar* com um colega que não havia entendido sua solução num primeiro momento. Em relação ao cálculo realizado mentalmente, observou-se que este parecia já fazer parte do repertório (cálculo automatizado) da aluna.

Os alunos que apresentaram soluções consideradas erradas para a situação-problema demonstraram não haver percebido a existência da relação proporcional entre as grandezas, nesse caso, que quando uma aumenta a outra também aumenta.

A pesquisadora constatou, durante a sessão piloto, que a maioria dos alunos do grupo recorria aos algoritmos para realizarem os cálculos presentes nas atividades. Mesmo sem disporem de lápis e papel, os alunos simulavam o lápis com um dos dedos e tocavam a carteira como se estivessem escrevendo. Alguns pareciam escrever no ar com o dedo. Outros, quando solicitados que explicassem os cálculos realizados, relatavam os passos próprios dos algoritmos.

Considerações finais

O ensino da Matemática, de modo geral, ainda é caracterizado por um ensino “pronto e acabado” que oferece poucas oportunidades para o aluno participar do processo de construção do seu conhecimento. Com vista a mudar essa realidade, estudiosos apostam no ensino da Matemática por meio da resolução de problemas. No entanto, trabalhar com resolução de problemas exige certa capacidade no ato de calcular. Os estudos realizados até então nesta pesquisa, indicam a possibilidade de um trabalho sob essa perspectiva, que aborde a aprendizagem de conceitos de proporcionalidade a partir da resolução de situações-problema ao mesmo tempo em que propõe condições para desenvolver estratégias do cálculo mental.

Diante do exposto, acredita-se que o trabalho do professor/pesquisador consiste, como afirma Brousseau (2006,p.49), em “propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que ele elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor”.

A análise da experimentação piloto contribuiu com indícios de que os referenciais teóricos e metodológicos adotados deram suporte para que se apresentasse ao aluno situações-problema dentro de um contexto que o possibilitou participar da construção do saber em jogo. Durante a resolução dos problemas o aluno teve liberdade para elaborar estratégias próprias de resolução e utilizar procedimentos de cálculo mental que julgou mais eficaz para a situação em questão.

Ao concluir esta pesquisa, esperamos contribuir com a compreensão da aprendizagem de conceitos de proporcionalidade juntamente com procedimentos de cálculo mental, bem como levantar novas questões para o avanço dos estudos sobre o tema investigado.

Referências Bibliográficas

ANSELMO,B.; PLANCHETTE,P., Le calcul mental au collège: nostalgie ou innovation? **Repères IREM**. n. 62, p. 5-20, Metz: Topiques Editions, 2006.

BARRETO,I.M.A.,**Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional:a diversidade de procedimentos de resolução.**Dissertação de mestrado.PUC-SP,2001.

BOULAY, S.; LE BIHAN, M.; VIOLAS, S. Le calcul mental. **Mathématiques,** 2004. Disponível em:< http://jclebreton.ouvaton.org/IMG/doc/Le_calcul_mental.doc.> Acesso em 03 de abr. / 2008.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. V. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU,G.Os diferentes papéis do professor.In: PARRA C., SAIZ, I., et al. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.p.48-72.

BUTLEN, D.; PEZARD, M. et al., Calcul mental et resolution de problèmes numèriques au début du college, **Repères-IREM**, n. 41, p.5-24, Metz: Topiques Editions, Metz, 2000.

CAVALCANTE, L.G., SOSSO, J.,et al., **Para saber Matemática**. 2ª ed. São Paulo:Saraiva, 2007.6ª série (7º ano), p.164.

CORREA, J.; MOURA, M. L. S., A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental. **Revista Psicologia: Reflexão e Crítica** [Porto Alegre], vol. 10, n.1, 1997.

COSTA,R.C.**Panorama de um estudo sobre razões e proporções em três livros didáticos**.Dissertação de mestrado. PUC-SP, 2005.

FREITAS,J.L.M..“Teoria das Situações Didáticas”. In: MACHADO, S.A.(Org). **Educação Matemática: uma nova introdução.** 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008. p.77-111.

GÓMEZ, B., La enseñanza del cálculo mental. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática.** n.4,2005. p.17-29.

GOMES, M.L.M., **O cálculo mental na história da Matemática escolar brasileira**, 2007. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/ComunicaçãoCientifica/Trabalhos/CC27901025620T.doc.>. Acesso em 10 de abr./ 2008.

GUIMARÃES, S. D., FREITAS, J. L. M.,**Um olhar sobre o papel do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental.** Disponível em:<http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicação_Cientifica/Trabalhos/CC79180990100T.rtf >. Acesso em 04 de abr./ 2008.

MACHADO, S.D.A.“Engenharia Didática”. In: M.S. (Org).**Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008. p.77-111.

MORES, M. E. T., CAETANO, J. J., O cálculo mental e suas contribuições para a resolução de problemas. **Revista Eletrônica Lato Sensu,** ano 3, n.1, mar de 2008. Disponível em: < http:// web03.unicentro.br/especialização/revista/edicao3/humanas/ CHCalculoMent.pdf. >. Acesso em 26 de abr./ 2008.

PAIS, L.C. **Ensinar e aprender Matemática**. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PARRA, C., “Cálculo mental na escola primária”.In: PARRA C., SAIZ, I., et al. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.

POST,T;BEHR,M.;LESH,R. “A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra”.In: COXFORD,A.;SHULTE,A.**As idéias da álgebra**. 4ª ed.São Paulo:Atual,1995.

SCHLIEMANN,A.D.,CARREHER,D.W.”Razões e proporções na vida diária e na escola”.In: SCHLIEMANN,A.D.CARREHER,D.W,et al.**Estudos em Psicologia da Educação Matemática**.2ª ed.Recife:Ed. Universitária da UFPE,1997.

WOLMAN, S. **Cálculo mental con números naturales: apuntes para la enseñanza**, 1ª ed.,Buenos Aires: Secretaria de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2006.

PRÁTICAS E SABERES DE ESTUDANTES EM FASE PREPARATÓRIA PARA O VESTIBULAR SOBRE MÚLTIPLOS E DIVISORES

Maysa Ferreira da Silva - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

RESUMO: Este artigo relata uma pesquisa em andamento no curso de mestrado em Educação Matemática, cujo objetivo principal é analisar práticas e saberes de estudantes que já concluíram o ensino médio e pretendem ingressar no ensino superior. Sua finalidade principal é contribuir com o avanço dos estudos sobre esse tema, bem como propor aos estudantes que participam desta pesquisa, momentos de reflexão sobre o ensino e aprendizagem de conceitos concernentes à divisibilidade no conjunto dos números inteiros. Por meio de uma abordagem etnográfica, pretende-se destacar aspectos didáticos e conceitos relacionados ao tema. Para isso, além da análise de documentos e de entrevistas, a observação participante também é utilizada como procedimento metodológico nesta pesquisa. Essa pesquisa esta sendo realizada a partir da análise de práticas efetivas de um grupo de alunos de um curso preparatório para o vestibular num contexto de ações afirmativas. Visando diagnosticar conhecimentos prévios dos alunos com relação a este conteúdo, no final do ano de 2008 foram realizadas três sessões experimentais em sala de aula, para as quais foi feita uma pré-análise, da qual apresentaremos aqui alguns elementos. Para esta análise estão sendo utilizadas algumas noções da teoria antropológica do didático, propostas por Yves Chevallard, tais como: praxeologia, momentos de estudo e registros de linguagem. Para a realização da parte experimental dessa pesquisa está prevista a realização de aproximadamente dez sessões, as quais serão realizadas semanalmente durante o primeiro semestre do ano de 2009. Após cada sessão será feita uma breve análise para avaliar e replanejar as atividades para a sessão seguinte, propondo avanços ou retomadas, numa perspectiva de desenvolvimento dinâmico.
Palavras Chave: Divisibilidade. Praxeologia. Saberes Escolares.

Considerações Iniciais

Neste artigo apresentamos resultados preliminares de uma pesquisa em andamento cujo objetivo é analisar práticas e saberes de estudantes que participam do curso preparatório para o vestibular, no contexto de ações afirmativas, relativos à resolução de problemas que envolvem conceitos de divisibilidade. Enfatizando mais particularmente aspectos relacionados à resolução de problemas, usando o conceito de múltiplos e divisores.

A pesquisa visa contribuir com os educadores matemáticos no sentido de melhor compreender o ensino deste tema. Objetivando também questionamentos do próprio grupo de estudantes sobre sua prática e produção dos conhecimentos envolvendo múltiplos e divisores.

A escolha desse tema se deve ao fato de que, no âmbito escolar, os estudantes são convidados a rediscutir, repensar e reconstruir conceitos e estratégias geralmente abordados no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, conforme propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN). Além disso, tais conteúdos aparecem frequentemente em questões de exames pré-vestibulares e há evidências de que o índice de acertos é baixo. Diante desses fatos, decidimos analisar práticas e estratégias utilizadas pelos estudantes desse curso pré-vestibular, diante de problemas envolvendo tais conteúdos.

Partimos de nossa prática enquanto educadora no ensino de matemática na educação básica e percebemos que os estudantes traziam dificuldades em conceitos básicos, que muitas vezes, constituem-se obstáculos para a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos. Desta forma a opção por este tema fundamenta-se também nesta constatação, pelo fato do grupo que estamos realizando a pesquisa fazer parte de nosso campo de atuação docente.

O curso preparatório para o vestibular tem a finalidade de possibilitar o acesso e permanência dos diversos grupos étnicos de baixa renda no ensino superior. Este grupo é formado por jovens e adultos afro-descendentes, índio-descendentes, portadores de necessidades especiais e brancos.

A composição das turmas que integram o curso preparatório é definida através de critérios específicos de acordo com o estatuto da Instituição, a saber: cotas de 45% afro-descendentes, 05% de índio-descendentes, 05% de portadores de necessidades especiais e 45 % de brancos; além de carta de intenção contendo as condições sócio-econômicas do candidato(a) e ser aluno(a) da rede pública ou de associações comunitárias.

Na parte experimental deste trabalho, optamos por uma abordagem do tipo etnográfico, conforme caracterização feita por André (1995). Como instrumento de análise, priorizamos as noções da teoria antropológica do didático, proposta por Chevallard (2002).

Categorias de Análise

Usaremos o termo *categorias de análise* como conceitos que o pesquisador destaca em determinada teoria e que possam ser significativas na pesquisa desenvolvida.

Face aos objetivos propostos temos, na teoria que sustenta nossa pesquisa, as seguintes categorias de análise: Praxeologia, Momentos de Estudo e Registro de Linguagem.

A organização praxeológica está dividida em Organização Didática e Organização Matemática, relacionadas de forma dialética. A organização didática refere-se à maneira de fazer escolhas quanto à forma de apresentação durante o *processo* e a organização matemática à abordagem de conteúdos matemáticos, que consideramos como *produto*.

A organização matemática é composta por quatro elementos que estão divididos em dois blocos: prático técnico e tecnológico teórico. Fazem parte do primeiro bloco o tipo de tarefa (T) e a técnica (τ) e do segundo bloco a tecnologia (Θ) e a teoria (Θ). Sendo de forma geral, assim representado: **[T, τ, Θ, Θ].** Neste contexto, encontram-se duas noções interligadas: tarefa e tipos de tarefa. Cada tipo de tarefa reúne um conjunto de tarefas e existe pelo menos uma técnica que permita resolver as tarefas do mesmo tipo. Tarefa é uma atividade específica, de caráter particular. Para explicar ou fundamentar a técnica é preciso ter uma tecnologia, a qual por sua vez também é explicada por uma teoria matemática. Toda técnica tem pelo menos um embrião de tecnologia, Chevallard (2002).

Os momentos de estudo podem ser considerados como modelo funcional do processo de estudo das Organizações Matemáticas, que estão propostas em seis momentos ou dimensões do processo de estudo. Estes momentos estão apresentados na teoria em determinada ordem, sendo que a sua efetivação depende da realidade funcional. Os momentos são: momento do encontro com um tipo de tarefa; exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; constituição de um entorno tecnológico e teórico relativo a uma técnica; trabalho da técnica; institucionalização e avaliação.

Os registros de linguagem fazem parte do conjunto das organizações matemáticas, podendo ser diferenciados em dois tipos: objetos ostensivos e não ostensivos. Os objetos ostensivos são aqueles que têm certa materialidade, e que são identificados pelos órgãos do sentido como a visão, audição, paladar, tato e olfato. Enquanto que os não-ostensivos são aqueles abstratos tais como idéias, crenças, intuições e também os conceitos matemáticos. Os objetos ostensivos e não-ostensivos encontram-se dialeticamente, por exemplo: os conceitos da aritmética são elaborados a partir da manipulação dos diferentes registros de linguagem ligados ao domínio da aritmética. Chevallard (2002).

Metodologia

No desenvolvimento de nossa pesquisa, nos baseamos em técnicas metodológicas frequentemente utilizadas na etnografia, as quais sugerem como instrumentos de investigação a análise de documentos, a observação participativa e a entrevista. Estamos buscando articular essas técnicas com os seguintes objetivos específicos:

1. Análise de atividades matemáticas que envolvem os conceitos de múltiplos e divisores em livros didáticos e questões de vestibulares ou provas oficiais;
2. Análise de documentos instituídos oficialmente relativos a múltiplos e divisores;
3. Investigação das técnicas e tecnologias relacionadas a múltiplos e divisores, por estudantes desse curso preparatório para o vestibular, diante alguns tipos de tarefas;

4. Investigação dos registros de linguagens usadas pelos estudantes desse curso preparatório para o vestibular frente às práticas de resolução de problemas relativos a múltiplos e divisores.

A utilização prática dos instrumentos de coleta e análise de dados, visando atingir os objetivos específicos, será implementada conforme as seguintes ações:

1. Analise de documentos instituídos e efetivamente usados pelos gestores educacionais em sua prática efetiva, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, Guia do Livro Didático e Livros Didáticos, nos possibilitará apropriarmos os saberes contidos nestes documentos para poder realizar a observação participante.
2. Observação participante tem por objetivo identificar as práticas, saberes e as diferentes linguagens presentes nas resoluções dos problemas realizadas pelos estudantes.
3. Entrevista aos alunos, permitirá maior exploração dos argumentos matemáticos utilizados na resolução dos problemas propostos.

Uma breve análise da experimentação prévia

Durante o segundo semestre de 2008 foram realizadas três sessões, com estudantes da turma de 2008, com objetivo de realizar atividades em sala sobre o tema, para serem utilizadas como instrumento para a coleta e análise de dados de nossa pesquisa.

A primeira sessão, da qual participaram 12 estudantes, teve uma duração de aproximadamente 30 minutos. Nela optamos por trabalhar com três atividades, que tiveram como objetivo retomar os conceitos de múltiplo, divisor, divisível, resto da divisão e divisão exata.

Por uma questão de limite de espaço no presente trabalho, apresentamos somente a atividade referente à terceira questão da primeira sessão. A escolha desta questão foi motivada pelo intenso debate que a mesma gerou no grupo durante seu desenvolvimento.

A questão 3 da primeira sessão foi assim enunciada:

- Responda as perguntas e justifique sua resposta:
- a) 0 é divisível por qualquer número?
- b) 1 é múltiplo de qualquer número?
- c) Os números divisíveis por dois são os números pares?

- d) Os números divisíveis por cinco são somente aqueles que terminam em 0?
- e) Todo número diferente de 0 é divisor dele mesmo?
- f) Se um número é divisível por 2 e por 3 simultaneamente, então ele será também divisível por 6?
- g) Se um número é divisível por 3 então ele é divisível por 9?

A segunda sessão durou aproximadamente 15 minutos e teve a participação de 8 estudantes. Nela buscou-se resgatar as discussões da sessão anterior, mais especificamente sobre a terceira questão. Para tanto, listamos as respostas registradas na folha de questões contendo as respostas dos alunos, com o objetivo de analisar coletivamente quanto à eficiência e veracidade das mesmas, do ponto de vista matemático.

A terceira e última sessão teve duração de 45 minutos aproximadamente e dela participaram nove estudantes. Nela foram apresentados oito itens com o objetivo de trabalhar com o conceito de número primo.

Para o desenvolvimento das atividades optamos por trabalhar em dupla, com o objetivo de propor discussão e reflexões das tarefas propostas. Cada estudante recebeu uma folha com questões, contendo espaço livre para cada um fazer as suas anotações.

Sugerimos que fizessem uma leitura inicial das questões individualmente, caso houvesse alguma dúvida no entendimento ou sobre o significado de algum termo deveriam questionar. Em seguida, fizemos uma leitura coletiva tirando as dúvidas manifestadas pelos estudantes, para então iniciar o trabalho em dupla.

Segundo Bosch e Chevallard (1999) o registro escrito é valorizado culturalmente pela escola. No entanto, em nossa experimentação prévia alguns estudantes manifestaram certa resistência quanto ao uso desse ostensivo. Observamos que, no momento do registro escrito, eles perguntaram se não poderiam usar somente a linguagem falada, argumentando que escrever daria muito trabalho. Nesse momento eles foram informados de que essas duas formas de expressão eram importantes e que, portanto, além de falar deveriam também escrever. Mesmo sabendo que poderiam escrever as respostas na língua materna, sem utilizar a simbologia matemática, observamos que eles preferiam a oralidade, muitas vezes completando com a linguagem gestual, para justificar as respostas das questões apresentadas, deixando o registro para um segundo plano.

Com relação à questão 3 apresentada acima, dos doze participantes apenas dois justificaram todas as respostas usando o registro escrito. Quatro justificaram somente uma ou duas das alternativas. Os outros seis se limitaram a responder por escrito, somente com **sim** ou **não**.

Item a.) **0 é divisível por qualquer número?**

Vale lembrar que já havíamos discutido, na questão anterior, o significado do termo divisível, tanto na matemática como no senso comum, e por isso não houve necessidade de voltar à discussão.

A tarefa acima pode ser classificada no seguinte tipo de tarefa: verificar se um número é divisível por outro número. Porém este tipo de tarefa trouxe certa dificuldade, pois a tarefa envolvia o número zero.

É provável que para alguns estudantes este fosse o primeiro encontro ou o reencontro com esse tipo de tarefa, onde o zero encontrava-se em questão.

Acreditamos que por este motivo houve um diferencial na participação do debate deste item, de forma geral, todos participaram sejam de forma oral ou escrita, o que não aconteceu com a mesma intensidade no desenvolvimento das outras questões.

Um dos primeiros questionamentos deu-se em relação ao número zero ser ou não pertencente ao conjunto dos números naturais. Uma vez que havíamos combinado no grupo que nos restringiríamos ao conjunto dos números naturais. Após algumas discussões chegamos ao consenso que admitiríamos o zero como elemento pertencente ao conjunto dos números naturais.

Descrevemos abaixo alguns argumentos extraídos do grupo, utilizados para justificar a veracidade das questões apresentadas. Usamos o termo argumento como sendo elemento tecnológico.

1º) Todo número multiplicado por zero é zero.

2º) Todo número dividido por zero dará zero e não terá resto.

3º) 0:19=0; 0:11=0; 0:19.

4º) Multiplicar zero pelo divisor.

5º) O resultado será zero.

Na avaliação do grupo, o 1º e 2º argumentos são os que melhor justificam a tarefa, considerando-a mais completa.

Quanto ao 3º argumento, consideraram que estava correto, porém faltavam dados para que o argumento fosse completo podendo ser um exemplo para os argumentos 1º e 2º.

Os argumentos 4º e 5º não foram aceitos por eles, sendo caracterizados como incompleto e insuficiente. E fizeram as seguintes observações: na 4ª argumentação faltou falar do resto. E na 5º outras consideraram difícil a compreensão, que deveria ter uma melhor redação.

Porém, o grupo não pensou no caso do zero ser divisor de zero. Ao levantarmos esta questão, concordaram que os argumentos serviriam no caso de o "número qualquer" não ser zero. E relembraram a frase "não dividirás por zero".

Ao revermos nossa atuação enquanto observadora participante, percebemos que o 3º argumento não foi discutido com muita profundidade, uma vez que o grupo não fez a discussão durante a avaliação das justificativas apresentadas.

Item b.) **1 é múltiplo de qualquer número?**

Esta tarefa requer que o aluno verifique e retome o conceito de múltiplo e o utilize no caso particular concernente ao número 1.

Neste item basicamente dois argumentos diferentes foram apresentados, sendo eles:

1º) Nenhum número multiplicado por 18 dará 1.

2º) 2x1=2, 3x1=3....18x1=18, portanto o número 1 sempre estará presente na multiplicação.

O segundo argumento foi apresentado oralmente por um participante do grupo. Diante o argumento apresentado questionamos novamente ao grupo qual era a definição de múltiplo. Apesar de já termos discutidos nesta sessão esta definição.

O grupo apresenta então a definição: "os múltiplos são aqueles que estão no resultado da tabuada", e voltam ao primeiro argumento apresentado tomando-o como exemplo.

Item c.) **Os números divisíveis por dois são os números pares?**

Esta questão para eles era clara. Provavelmente por isso, para a maioria bastava responder sim, não havendo necessidade de justificá-la.

Insistimos que fizessem algum registro mesmo que fosse bem simples. Os dois registros foram:

1º) {2, 4, 6, 8...}.

2º) Dois é par e seus múltiplos são pares.

Item d.) **Os números divisíveis por cinco são somente aqueles que terminam em 0?**

Não houve dúvida nesta questão, imediatamente oralmente indicaram como incompleta. Novamente insistimos que registrassem algo, somente dois alunos registram e usaram o mesmo argumento.

- Também são os terminados em 5.

Item f) **Se um número é divisível por 2 e por 3 simultaneamente, então ele será também divisível por 6?**

Esta questão também não gerou muito debate. Os estudantes prontamente apresentaram dois argumentos:

1º) O próprio m.m.c entre 2 e 3 dará 6.

2º) D={2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24}

D={3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24}

D={6, 12, 18, 24, 30}

Item g) **Se um número é divisível por 3 então ele é divisível por 9?**

Esta questão tão não gerou muito debate logo foi apresentaram um contra exemplo, os argumentos usados foram:

1º) D={3, 6, 9, 12, 15, 18}

D={9, 18...}

6 é divisível por 3 e não é divisível por 9.

2º) Os números 3, 6, 12, 15 etc. Não são divisíveis por 9.

Considerações Finais

As três sessões realizadas até o momento foram de grande importância para nossa pesquisa, uma vez que nos apontaram situações referentes algumas dificuldades, tanto sobre a organização prática (gravações, duração da sessões, entre outros), quanto ao aproveitamento das intervenções durante as sessões.

No final de cada sessão fizemos uma breve avaliação com a intenção de consolidar o planejamento da próxima, sendo esta uma prática importante em nossa pesquisa.

Nesta análise preliminar das sessões, percebemos que o nível de dificuldade das tarefas influenciou na argumentação. As tarefas que eram consideradas mais fáceis por parte do grupo de estudantes eram as que eles mais apresentaram resistência de fazer qualquer registro. Enquanto que as tarefas avaliadas pelo grupo de estudantes como mais difíceis, foram as mais ricas tanto no registro oral como no escrito.

Referências Bibliográficas

ANDRÉ, M.E.D.A. *Etnografia na prática escolar*. Campinas-SP, Papirus, 1995.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental – *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOSCH, M., CHEVALLARD, Y. *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique*. In: Recherche en Didactique des Mathématiques, vol 19, nº 1, pp. 77–124, 1999. Disponível em:< http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf > acesso em 20 de fevereiro 2009.

CHEVALLARD, Yves. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: a abordagem atnropologique*. In Atas da Universidade de Verão realizada na cidade Rochelle. Clermont-Ferrand: Editora do IREM, 1998.

CHEVALLARD, Yves. *La Transposition Didactique. Du Savoir savant au savoir enseigné*. Paris: Pensée Souvage, 1991.

CHEVALLARD, Yves. *Organiser l'étude Ecologia et Regulation*, Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática, pela Editora La Pensée Sauvage: 2002.

A ELABORAÇÃO E VALIDAÇÃO DE CONJECTURAS EM GEOMETRIA COM O AUXÍLIO DO CABRI-GEOMÈTRE

Paulo Humberto Piccelli - UFMS

Marilena Bittar - UFMS

RESUMO: Neste artigo vamos relatar uma parte de uma pesquisa de mestrado em andamento sobre a elaboração e validação de conjecturas em Geometria por alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Esta investigação se dá por meio de uma Engenharia Didática, elaborada com base na Teoria das Situações Didáticas, e para a análise utilizamos Níveis de Prova de Balacheff para estudar como o aluno irá efetuar a validação dos problemas propostos. Partiremos da hipótese que a utilização de um software auxilia os alunos na elaboração das conjecturas. O software escolhido é o Cabri-Géomètre e o objeto matemático trabalhado é: ângulos inscritos em uma circunferência, suas propriedades e teoremas. A parte do trabalho que iremos relatar neste artigo é a execução de uma seqüência didática experimental que chamaremos aqui de Seqüência Piloto, realizada em de Novembro de 2008. A seqüência foi elaborada em duas sessões, a primeira com seis atividades elaboradas para que os alunos tivessem uma familiarização com o software. A segunda, composta de quatro atividades em que os alunos basicamente precisaram fazer a construção e a manipulação com o software, o que deveria oportunizar a análise de estratégias de elaboração e validação de conjecturas pelos alunos. Apesar de não ser comum àqueles alunos a demonstração em sala de aula, tivemos alguns indícios de demonstrações que se fossem trabalhadas por mais tempo, provavelmente teria uma evolução para níveis mais sofisticados de argumentação. Essa experiência também foi de muita valia, pois apontou alguns itens a serem observados para a elaboração e execução da seqüência final desta pesquisa.

Palavras Chave: Geometria. Conjecturas. Validação. Cabri-Géomètre.

Introdução

Já faz alguns anos que os professores se deparam com uma nova forma de dar aulas. Além de quadro e giz, o professor agora também está utilizando o computador: a informática está sendo inserida nas escolas e está surgindo uma nova tendência. Não só em Matemática, mas em qualquer disciplina encontram-se professores que estão sendo incentivados a utilizar esta nova ferramenta, que agora está disponível na maioria das escolas públicas e particulares de Campo Grande.

A informática foi inserida nas escolas, mas quem está preparado para utilizar? Como utilizar esta ferramenta a favor da aprendizagem e do conhecimento? Essas são questões que me motivaram a sair em busca das respostas. A tecnologia da informação está cada vez mais presente nas escolas, porém como utilizá-las em sala de aula é uma discussão que está praticamente ausente da maioria dos cursos de formação inicial (BITTAR, 2000 e BRANDÃO, 2005).

Nesse cenário, diversas questões sobre o uso da informática aplicada à educação e, em especial, à educação matemática são postas. Como professores de matemática, e conhecendo algumas das possibilidades de uso da tecnologia no que tange a aprendizagem da matemática, além, das dificuldades dos alunos em aprender essa ciência nos interessamos em investigar, inicialmente, como a informática poderia contribuir com o processo de aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aluno. Levando em conta de que estaremos propondo momentos para que o aluno tenha uma certa autonomia sobre o aprendizado, iremos investigar também quais são as conjecturas que estes alunos conseguirão elaborar e quais serão as estratégias para a validá-las. Assim, definimos abaixo os objetivos dessa pesquisa.

Objetivos

Investigar a elaboração e a validação de conjecturas em Geometria por alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Queremos criar algumas situações onde o aluno seja um pequeno investigador e a partir da construção e manipulação de figuras com o *software* Cabri-Géomètre consiga **elaborar** e **validar** conjecturas. Trata-se de alunos do Ensino Médio de uma escola privada do município de Campo Grande; o conteúdo escolhido é o estudo de ângulos inscritos na circunferência.

Para atingir nosso objetivo geral, definimos os seguintes **objetivos específicos**:

- ✓ Investigar a utilização do Cabri-Geomètre para a elaboração de conjecturas em Geometria;
- ✓ Investigar dificuldades dos alunos para a elaboração e validação de conjecturas sobre ângulos inscritos em uma circunferência.
- ✓ Identificar, analisar e classificar as diferentes estratégias que o aluno utiliza para validar uma conjectura de acordo com os Níveis de Prova de Balacheff (1988);

Iremos utilizar o Cabri como ferramenta, e não como objeto de estudo, pois pretendemos que o aluno possa utilizar a dinamicidade do *software* para explorar o máximo possível a construção e observar suas variações. A partir dessas observações esperamos que os alunos possam elaborar algumas conjecturas sobre as ações, de forma que ele consiga conjecturar o teorema que está por trás da construção. De uma forma ou de outra o aluno estará “seguindo os passos” do cientista que elaborou aquele teorema. Sabemos que conjectura é uma suposta verdade, mas que ainda não foi provada e no nosso trabalho os alunos estarão desafiados a conjecturar teoremas que já foram provados e não há nenhuma dúvida sobre sua veracidade, mas são desconhecidos para os alunos, por isso neste caso é uma conjectura para o aluno, pois para ele ainda não está provado o que ele está percebendo em sua construção.

Sabemos, pela literatura consultada, LEANDRO (2006) que os alunos não estão acostumados a demonstrar teoremas o que gera muita dificuldade para o aluno em elaborar e realizar validações. Dessa forma estaremos verificando quais são as dificuldades que os alunos irão apresentar para fazer essa demonstração e quais serão os tipos de demonstrações utilizadas pelos alunos tentando classificá-los de acordo com os quatro níveis de prova de Balacheff: O Empirismo Ingênuo, Experimento Crucial, Exemplo Genérico e Experimento Mental (Balacheff, 1988).

Queremos propor ao aluno situações em que ele possa aprender de forma autônoma. Escolhemos a Geometria por se tratar de um assunto que os alunos apresentam muita dificuldade para o aprendizado, mas, também, por ser um campo propício para a elaboração de conjecturas. Já faz muito tempo que escutamos que a Matemática é a matéria que mais traz dificuldades para o aprendizado e isso vem se tornando alvo de várias pesquisas nos últimos anos e em particular a Geometria. Pesquisadores tentam encontrar o motivo desse fracasso na aprendizagem da Matemática e também alternativas para transformar esse fracasso em algum sucesso.

Na história dos Livros Didáticos brasileiros temos que desde Lacroix (1805) a Geometria era colocada ao final do livro, o que se estendeu até poucos anos atrás. Esse ato praticamente condenou o ensino da Geometria, pois durante muito tempo ela veio sendo deixada de lado nos currículos. De fato, geralmente o professor ensinava por último e “se desse tempo” porque esse professor também aprendeu dessa forma. Hoje temos um movimento que está justamente trabalhando ao contrário dessa idéia, a Geometria não aparece mais nos livros didáticos como último capítulo fazendo com que o professor a trabalhe durante o decorrer do ano, o que acaba sendo um desafio para o professor, pois ainda existem alguns professores que aprenderam a Geometria com o método antigo.

Temos, além disso, como hipótese que o *software* escolhido auxilia na elaboração de conjecturas por se tratar de uma geometria dinâmica; em que o aluno pode movimentar as construções e visualizar melhor as propriedades da figura.

Referencial Teórico

Como na nossa pesquisa iremos investigar a elaboração e validação de conjecturas em Geometria por alunos do Ensino Médio, vamos trabalhar então com a aprendizagem. Para explicar o que é aprendizagem, vamos tomar com base o que Jean Piaget diz.

Jean Piaget (1972) faz um paralelo entre *desenvolvimento* e *aprendizagem*. Diz que o desenvolvimento é um processo espontâneo ligado ao processo genético de desenvolvimento do organismo da criança, e a aprendizagem ocorre quando a criança é provocada por situações em que ela precisa pensar e elaborar novas estratégias para resolver um problema, "o desenvolvimento explica a aprendizagem". (PIAGET, 1972).

Piaget afirma que conhecimento não é fazer uma cópia do objeto, mas poder transformar o objeto e entender esta transformação. Ele explica melhor citando quatro fatores, os quais quando apresentados isoladamente não são suficientes para que ocorra desenvolvimento: Maturação, Experiência Física, Transmissão Lingüística, Social ou Educacional e Equilibração.

Nós acreditamos que aprendizagem se dá segundo o que Piaget nos traz, quando propõe que o aluno seja ativo para a construção do conhecimento. No caso da nossa pesquisa, precisamos elaborar situações que coadunem com o que diz Piaget. Por esse motivo, utilizaremos a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1986).

Essa teoria foi desenvolvida pelo professor e pesquisador Guy Brousseau, ela trata especificamente sobre o saber matemático, ou seja, a aprendizagem da Matemática, diferente de outras teorias em que o objetivo é a aprendizagem em geral. Segundo Freitas (2008, p. 78), "Brousseau desenvolveu um tratamento científico do trabalho didático, tendo base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios". É uma teoria onde estão envolvidos o professor, o aluno e o saber matemático e fica a cargo do professor elaborar um *meio* para que o aluno se envolva na construção do saber matemático. "Meio é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age." (FREITAS, 2008, p. 79).

Como nosso objetivo é levar o aluno a elaborar conjecturas, devemos constituir o meio para que o aluno consiga atingir o objetivo esperado.

A partir do momento que o professor cria um meio que leve o aluno a constituir um conhecimento de certo conteúdo matemático, de forma que o aluno não seja responsável por este conhecimento, este professor estará agindo de uma forma denominada por Brousseau como uma *situação didática.* Seria uma situação em que o professor fica responsável em transmitir o conhecimento para o aluno, sendo assim, o aluno apenas seguiria o modelo apresentado. Brousseau define situação didática como:

> (...) um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU, 1986, p. 8):

A situação adidática é de alguma forma um modo de o professor fazer com que os alunos "sigam os passos" dos cientistas que conseguiram desenvolver a teoria de certo conteúdo matemático. Desta forma o aluno se torna responsável pelo conhecimento, que não será transmitido pelo professor, mas construído pelo aluno. É claro que levar os alunos a conjecturar em pouco tempo teorias que provavelmente demoraram-se anos, décadas e algumas até séculos, não é tarefa fácil para o professor. Para isso é necessário que o professor proponha uma situação onde possa ocorrer uma *devolução*, ou seja, devolução nesse caso está ligada à resposta do aluno quanto ao problema proposto pelo professor. É necessário que o aluno aceite o problema, nesse caso o aluno está fazendo parte do desafio proposto e é interagindo com este desafio que se possibilita a aprendizagem. Para que a nossa proposta tenha sucesso, será um desafio para o pesquisador elaborar uma seqüência didática que seja possível para o aluno resolver as questões, essas que terão de ser elaboradas pensando nos conhecimentos prévios do aluno. Caso isso ocorra e o aluno aceite o problema como sendo dele, então dizemos que houve a devolução e, Brousseau classifica essa situação de adidática.

> Uma situação adidática se caracteriza essencialmente pelo fato de apresentar determinados momentos no processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor. (FREITAS, 2008, p. 84).

Uma situação adidática ocorre sempre que acontece a devolução por parte do aluno, ou seja, este toma para si a responsabilidade da resolução do problema. Para que ocorra o aprendizado neste caso é preciso que o aluno pesquise, desta forma o professor não precisa interferir diretamente, pois, o aluno consegue adquirir o conhecimento de forma autônoma. No nosso caso o pesquisador irá apresentar a seqüência para o aluno e deixar que ele mesmo faça suas tentativas, certas ou erradas, sem que haja muita interferência do pesquisador ou do professor. Por isso o desafio de criar uma seqüência que possa permitir essa autonomia por parte do aluno.

Depois de experimentar e formular vamos ver se é possível o aluno conseguir demonstrar aquilo que ele formulou. Não basta apenas elaborar mecanismos para resolução do problema, é necessário que verifique se estes mecanismos são válidos para certo tipo de problemas e problemas semelhantes onde seja utilizado o mesmo mecanismo para a resolução. Ao final de todo o processo, o professor entra com a institucionalização que é um processo didático, em que, o professor irá fazer um apanhado de tudo o que foi feito durante a sessão e fazer um fechamento do assunto.

Para que possamos verificar as validações dos alunos iremos nos utilizar como um segundo referencial, a Tipologia de Prova de Nicolas Balacheff (1988). Para esse autor existe uma diferença entre *explicação:* que é um discurso onde se deixa claro a validade de uma proposição, *prova*: acontece quando uma explicação é aceita por uma comunidade e *demonstração:* que é considerado pelo autor como um nível mais alto de prova, pois é uma prova aceita pela comunidade Matemática.

Balacheff em seu trabalho categoriza os níveis de prova de uma forma que cada nível depende do tipo de prova que vai das provas pragmáticas, conceituais até alcançar o nível de demonstração. Os quatro níveis são:

- ✓ -*Empirismo ingênuo:* Quando é dada uma afirmação com base em apenas alguns casos. É considerado o primeiro passo no processo de generalização.
- ✓ -*Experimento Crucial:* Quando é dada uma afirmação com base em uma proposição após a verificação para um caso especial.
- ✓ -*Exemplo Genérico:* Quando é dada uma afirmação com base em uma proposição após a manipulação de alguns exemplos de uma forma que esses exemplos fiquem com uma característica que possa ser representante de um conjunto de objetos.
- ✓ -*Experimento mental:* Quando é dada uma afirmação com base em uma proposição de forma genérica. Nesse caso, o texto da prova indica generalidade e advém de uma tentativa de revelar uma classe de objetos.

Referencial Metodológico

A idéia principal da nossa pesquisa é elaborar situações que levem o aluno a trabalhar de forma autônoma, ou seja, criar situações adidáticas. Para isso precisamos definir como serão elaboradas essas situações. Pensando nisso optamos pela Engenharia Didática (ARTIGUE, 1990), pois ela nos dá, além do modelo de elaboração, também o modelo de análise destas situações.

A Engenharia Didática é uma metodologia que foi criada para fazer a análise de situações didáticas que por sua vez tem como objeto de estudo a Didática da Matemática. Esta metodologia é geralmente utilizada quando a pesquisa tem uma parte experimental.

Diferencia-se de outras pelo tipo de validação que ela utiliza: a validação é interna, ou seja, fazendo uma comparação entre *análise a priori* e *análise posteriori* [21]. Neste caso o aluno é comparado com ele mesmo, ou seja, é analisado o desenvolvimento dele no decorrer dos trabalhos. Diferentemente da metodologia utilizada por outras ciências em que a

---

[21] Caso o leitor queira obter maiores informações sobre a Engenharia Didática recomendamos a leitura de: ARTIGUE, M.. *Ingénierie didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9, n°3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

validação é externa: ocorre quando existe um *grupo experimental* e um *grupo controle,* ao final compara-se o resultado dos dois grupos.

Aplicação e Análises da Seqüência

Foi escolhida uma turma do primeiro ano do Ensino Médio regular de uma escola privada do município de Campo Grande. O que influenciou a decisão foi a pequena quantidade de alunos na turma, apenas onze, pois nesse caso poderíamos trabalhar com toda a turma. Dentre os sujeitos um não participou da aplicação da seqüência porque faltou nos dias da aplicação, tendo assim dez sujeitos divididos em duas duplas e dois trios. O motivo de não ter sido formado cinco duplas é que tínhamos apenas quatro computadores em condições de uso. As duas sessões foram executadas em dois dias, cada dia com a duração de dois tempos de cinqüenta minutos durante o horário de aula da turma. A sessão 01 realizada no dia 04 de Novembro de 2008 foi composta por seis atividades para que os sujeitos conhecessem e manipulassem o software, nessas atividades estavam centrados apenas os comandos que os sujeitos iriam utilizar na sessão seguinte; A sessão 02 realizada no dia 05 de Novembro de 2008 foi elaborada para que os sujeitos pudessem fazer a construção e a manipulação da figura, e pudessem assim vivenciar as situações de *ação, formulação* e *validação* (Brousseau, 1986).

Não foi feito nenhum diagnóstico prévio com os sujeitos para testar o conhecimento deles sobre o tema matemático. Pela grade curricular da escola o tema, Ângulos Inscritos na Circunferência, é tratado no nono ano do Ensino Fundamental, então teoricamente é um assunto já visto, porém, pelas conversas que tivemos percebemos que os alunos não viram este assunto, portanto seria algo novo para o conhecimento deles. Outro assunto também desconhecido dos sujeitos era a validação de um teorema: de fato, provas e demonstrações é algo que eles também não estão acostumados a fazer, e raramente presenciam um professor fazendo uma demonstração durante as aulas de Matemática. Outro fator novo para os sujeitos era o *software,* pois também nunca tiveram um contato com o *software* antes da experimentação. Por isso fizemos a primeira sessão com atividades de familiarização. Essas atividades não serão analisadas, pois as dificuldades que possam aparecer com a utilização do *software* não fazem parte dos objetivos dessa pesquisa. Portanto iniciaremos as análises após a construção estar completa e correta.

Na Sessão 02 temos a primeira atividade que, resumidamente, pedia para os sujeitos construírem um triangulo qualquer, classificá-lo quanto aos lados e, em seguida, medir dois ângulos internos e o ângulo externo ao terceiro. Em seguida, concluir e validar que a soma das medidas dos ângulos $B\hat{A}C$ e $A\hat{B}C$ resulta na medida do ângulo $B\hat{C}D$ (figura 01).

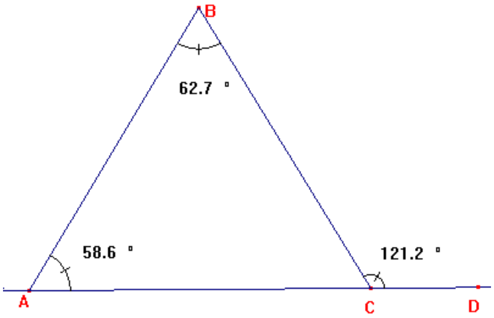


figura 01

Como variável nesta atividade temos que o sujeito pode ter dificuldade em perceber a propriedade entre os ângulos, ou seja, perceber somente que há uma variação nas medidas mas não perceber a propriedade principal da atividade, ou seja, que a soma das medidas de $B\hat{A}C$ e $A\hat{B}C$ resulta na medida de $B\hat{C}D$, pois o *software* traz o valor dos ângulos com uma casa decimal dessa forma dificultando efetuar o cálculo mentalmente e por causa de aproximações nas casas decimais pode ocorrer uma diferença de um décimo de grau de ângulo nos valores finais. Quanto à validação é esperado que os sujeitos utilizem da estratégia de um Empirismo Ingênuo, pois não estão acostumados a validar teoremas. Por exemplo, utilizar-se de alguma calculadora ou até mesmo calcular mentalmente a soma dos ângulos internos e registrarem apenas com uma simples redação o que fizeram.

Durante a realização da atividade percebemos que os sujeitos não conseguiram visualizar a propriedade, sendo assim ninguém conseguiu relatar a relação entre os ângulos conforme o registro de uma dupla: *Os três lados são de tamanhos diferentes!!! Os ângulos mudaram conforme os vértices se movimentaram!!!*. Diante disso fomos obrigados a fazer um momento didático, pois era preciso explicar o resultado final desta atividade para os alunos para que eles percebessem o que estava sendo pedido nas atividades seguintes. Mostramos com a calculadora do *software* que somando-se os ângulos internos obtínhamos como resultado o ângulo externo, e movimentando a figura tínhamos que o resultado da soma na calculadora se alterava também ficando sempre igual ao ângulo externo. Após isso o pesquisador fez a demonstração desse teorema utilizando como base o teorema das paralelas cortadas por transversais.

A atividade 02 (figura 02) consistia em construir uma circunferência e nela construir o ângulo central e o ângulo inscrito, ambos com um dos lados sobre o diâmetro da circunferência, esperava-se que os alunos pudessem conjecturar e validar que o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito. Neste caso é menos provável que os sujeitos teriam dificuldade em encontrar o resultado esperado, pois acabaram de verificar uma relação entre ângulos e provavelmente irão procurar nesta atividade 02 uma relação semelhante à atividade 01. Mesmo com uma validação apresentada aos sujeitos é de se esperar que alguns ainda precisem de mais tempo para amadurecer a sua argumentação, ou seja, podemos esperar alguns registros que não tenham relação com o objetivo da atividade.

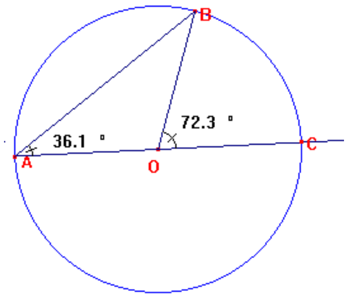


figura 02

Como variável temos novamente o valor do ângulo dado pelo software com uma casa decimal e por causa de aproximações nas casas decimais pode ocorrer uma diferença de um décimo de grau de ângulo nos valores finais. Como estratégias, os sujeitos podem utilizar-se da calculadora do software para apresentar algum resultado com uma pequena redação ou perceber que o triângulo AOB é isósceles. Com isso os ângulos $B\hat{A}O$ e $A\hat{B}O$ são congruentes, podendo assim utilizar o resultado da atividade 01 para mostrar que a soma dos dois ângulos iguais resulta no ângulo central, portanto o ângulo inscrito é o dobro do central.

Durante a realização desta atividade percebemos que uma dupla, AD e IG, conseguiu verificar e fazer uma validação classificada por Balacheff (1988) como Empirismo Ingênuo, o registro da dupla foi: *pegamos o ângulo BÔC e subtraimos o valor do ângulo BÂO e o resultado deu o mesmo valor do ângulo BÂO.* Outra dupla, AP e LN, tentou utilizar o resultado do teorema anterior, mas sem conseguir chegar na conclusão esperada desta atividade, eles mediram o ângulo $A\hat{B}O$ e registraram o seguinte: *Observamos que a soma dos ângulos internos é igual a do ângulo externo.*

As atividades 03 e 04 foram completadas somente pela dupla AD e IG, a atividade 03 tinha o mesmo objetivo que a atividade 02, com uma mudança apenas na construção, pois desta vez os lados dos ângulos não estão sobre o diâmetro da circunferência, o que se torna uma variável para o problema (figura 03) além das mesmas variáveis da atividade 02.

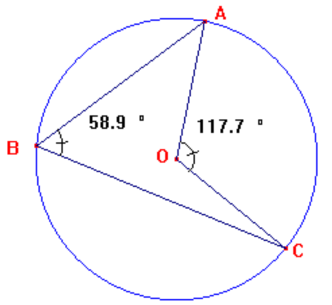


figura 03

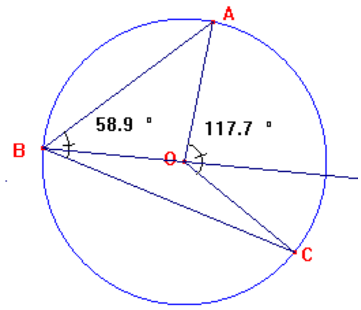


figura 04

Como estratégias, os sujeitos podem utilizar-se da calculadora do software para apresentar algum resultado com uma pequena redação. Outra estratégia seria traçar uma semi-reta com origem em *B* e passando por *O*, dessa forma obtendo dois triângulos isósceles e recaindo no resultado da atividade 02.

Nesta atividade verificamos que a dupla AD e IG conseguiu visualizar a propriedade e de uma forma semelhante à atividade 02 fez a validação, o registro desta dupla foi: $C\hat{O}B$ - $C\hat{A}B$ = $C\hat{A}B$. Desta vez a dupla não fez uma redação apenas colocou de uma forma Matemática o que eles conjecturaram, novamente sendo classificada no Empirismo Ingênuo de Balacheff (1988).

A atividade 04 se baseia no teorema que afirma que "todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo" (figura 05). Neste caso a variável é o sujeito perceber que o ângulo central $A\hat{O}B$, é um ângulo raso. O que pode dificultar essa conclusão é que durante os passos da atividade não foi pedido para medir esse ângulo fazendo com que os sujeitos tivessem que visualizar isso por conta própria.

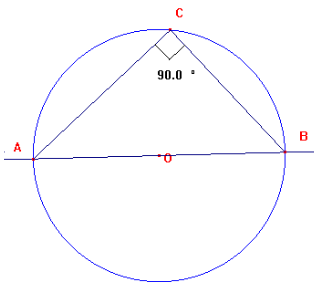


figura 05

As estratégias para a solução deste problema envolvem principalmente o que foi visto nas atividades anteriores. Caso o sujeito perceba que o ângulo central $A\hat{O}B$ é raso e o ângulo inscrito $A\hat{C}B$ é metade de $A\hat{O}B$, então $A\hat{C}B$ é reto, conclusão da atividade 02. Outra estratégia é o aluo tentar provar passando uma reta pelo vértice C, paralela ao lado $\overline{AB}$ e seguir os passos da demonstração que o pesquisador fez na institucionalização da atividade 01.

Desta vez tivemos uma demonstração pela dupla AD e IG, em que elas conseguiram verificar a relação entre o ângulo central e o inscrito, dessa forma efetuando o seguinte registro: *de acordo com as atividades anteriores, o ângulo ACB é a metade do ângulo AÔB. O ângulo ACB é sempre 90º por que o ângulo AÔB é sempre 180º* . Com esse relato podemos perceber uma evolução na argumentação chegando ao Experimento Crucial. Claro que se tivéssemos mais tempo e uma seqüência maior poderíamos avançar até que os alunos cheguem ao nível mais alto de prova segundo Balacheff (1988).

Conclusões Finais

Depois desta experiência, identificamos alguns aspectos relevantes para a elaboração da seqüência principal da nossa pesquisa de Mestrado, além de encontrar também presentes em outros trabalhos e pesquisas relacionadas ao tema.

Pela literatura consultada vimos que: Uma seqüência de familiarização com o *software* é imprescindível, pois vimos que alguns alunos não o conheciam fazendo com que se perca muito tempo durante as primeiras atividades da seqüência (SOUZA 2001); Em cada atividade as frases têm que ser curtas e bem objetivas um número de informações muito grande cansa o sujeito (SOUZA 2001);

De acordo com a experimentação concluímos que: cada sessão deve ter duração de dois tempos de aulas de 50 minutos e não ultrapassar duas horas, pois não é um tempo muito longo que os alunos cansem e é suficiente para a realização de mais de uma atividade; É interessante, após cada sessão ou até mesmo ao final de cada atividade fazer uma institucionalização, para que os alunos possam compartilhar entre si os resultados obtidos, as conjecturas formuladas e as validações e ao final o pesquisador fazer um fechamento podendo até mesmo mostrar a demonstração matemática para que os alunos possam conhecer como se faz uma prova. Estes são aspectos que iremos levar em consideração na elaboração da seqüência principal da nossa pesquisa de Mestrado que se realizará no primeiro semestre de 2009.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M.. *Ingénierie didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9, n°3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

BALACHEFF, N. *Une étude des processus de preuve en Mathématique chez les élèves de collège.* Tese de Doutorado. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1988.

BITTAR, M. *Informática na Educação e formação de Professores no Brasil*. **Revista Série-Estudos**: Periódico do Mestrado em Educação da UCDB, Campo Grande, 2000.

BRANDÃO, P. C. R. *O uso de software educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 2005.

BROUSSEAU, G. *Fondements et Méthodes de la didactique des mathématiques*, RDM, Pensée Sauvage, Grenoble, 1986.

FREITAS, J. L. M. *Situações Didáticas.* In: *Educação Matemática: uma introdução*. (org.) SILVA, D. A. São Paulo: EDUC, 3ª ed. rev. 2008.

LEANDRO, EDNALDO JOSÉ. *Um Panorama de Argumentação de Alunos da Educação Básica: O Caso do Fatorial*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2006.

MACHADO, S. A. *Engenharia Didática.* In: *Educação Matemática: uma introdução*. (org.) SILVA, D. A. São Paulo: EDUC, 3ª ed. rev. 2008.

PIAGET, J. *Desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução Paulo Francisco Slomp. Título Original: *Development and learning*. In: LAVATELLY, C. S. e STENDLER, F. *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972.

SOUZA, Maria J. A. *Informática Educativa na Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, CE. 2001.

PRODUÇÕES DE TEXTOS MATEMÁTICOS NA PERSCPERCTIVA DO LETRAMENTO DE MÃES EM MEIOS POPULARES.

Ruana Priscila da Silva - UFMS

Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

RESUMO: Nos últimos anos vários estudos foram realizados no campo da Educação Matemática apontando a necessidade de refletir sobre o ensino da mesma, a fim de garantir acima de tudo, uma formação crítico-social do indivíduo, habilitando o mesmo a conviver em sociedade exercendo sua autonomia. Partindo do pressuposto que o letramento matemático deve ser entendido como a capacidade de utilização dos conceitos matemáticos enquanto ferramenta de trabalho do dia a dia este estudo se dá no desenvolvimento de práticas de produção de textos matemáticos com mães participantes de um projeto de pesquisa em uma escola de Ensino Fundamental de Três Lagoas – MS. Nessa perspectiva o presente trabalho resulta dos encaminhamentos de uma pesquisa em desenvolvimento por alunos de Iniciação Científica - PIBIC e docentes – Pedagogia/UFMS. A pesquisa tem como objetivo investigar as possíveis vinculações entre a produção de textos matemáticos realizados por mães de meios populares com a melhoria de sua capacidade de interpretação dos problemas matemáticos escolares das tarefas dos filhos e a possibilidade desta se constituir em via de acesso aos conteúdos matemáticos veiculados pela escola, nos moldes da cultura cientificamente elaborada. Como opção metodológica adotar-se-á a abordagem de pesquisa qualitativa e como instrumento para tratamento dos dados a análise de conteúdo. Para coleta de dados serão utilizadas entrevistas semi-estruturadas e registro de vivências com grupos de mães por período determinado, em que entrarão em contato com materiais de conteúdo matemático presentes em textos escolares e não-escolares. Esta pesquisa certamente contribuirá para que as mães tomem ciência de seus saberes sobre a matemática e sobre a língua materna, num contexto não habitual, podendo resultar em uma melhor interpretação dos problemas matemáticos.

Palavras chaves: Letramento Matemático. Textos Matemáticos. Mães. Meios Populares.

INTRODUÇÃO

Muitas são as discussões e pesquisas realizadas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, que buscam desmistificar mitos e tabus já estabelecidos pela sociedade como: a matemática é difícil, matemática é só pra alguns, eu não gosto de matemática, etc. Argumentos que poderiam ser evitados no uso diário se o ensino da matemática tivesse acontecido na vida dessas pessoas de forma diferente, significativa.

Nos últimos anos vários estudos foram realizados no campo da Educação Matemática apontando a necessidade de refletir sobre o ensino da mesma, a fim de garantir acima de tudo, uma formação crítico-social do indivíduo, habilitando o mesmo a conviver em sociedade, exercendo sua autonomia.

Diante disso, surgiram alguns conceitos voltados para a matemática significativa que continuam sendo debatidos em congressos nacionais e internacionais e fundamentando pesquisas dessa área como: Letramento Matemático, Alfabetização Matemática, Numeramento, Linguagem Matemática entre outros.

Nessa perspectiva o presente trabalho resulta dos encaminhamentos de uma pesquisa em desenvolvimento por alunos de Iniciação Científica - PIBIC e docentes – Pedagogia/UFMS. A pesquisa tem como objetivo investigar as possíveis vinculações entre a produção de textos matemáticos realizados por mães de meios populares visando à melhoria de sua capacidade de interpretação dos problemas matemáticos escolares das tarefas dos filhos de uma escola de Ensino Fundamental do município de Três Lagoas-MS.

Umas das questões que impulsionou este estudo foi o fato de a matemática ser reproduzida nas escolas com um padrão científico, que na maioria das vezes é imposto e não construído. De acordo com Mendes & Grando (2007), vista neste enfoque a matemática acadêmica trabalhada nas escolas seria a única responsável pela promoção de capacidades, portanto, a única matemática possível de desenvolver no sujeito capacidades de abstração. Entretanto, esta prática resulta em um distanciamento do acesso dos alunos a este conhecimento e, a dificuldade das mães no acompanhamento escolar dos filhos.

Para a realização da pesquisa os sujeitos desta investigação foram mães de alunos das séries iniciais da escola municipal São João que mantém parceria de trabalho de extensão com a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS desde 2006.

EXISTE MATEMÁTICA FORA DA ESCOLA? OU EXISTE A ESCOLA SEM A MATEMÁTICA?

Diante de estudos realizados na perspectiva do letramento matemático até o presente momento, chega-se a constatação que pessoas pouco escolarizadas podem frente às experiências e necessidades do dia a dia executar práticas de letramento. Em experiências de pesquisa anteriormente vivenciadas pelas autoras, foi possível observar que mães de camadas populares são capazes de criar mecanismos diante da necessidade de sanar os problemas que surgem no cotidiano envolvendo conceitos matemáticos, para auxiliar nos deveres escolares de seus filhos.

Em contraposição com a visão geral que se pode encontrar sobre o ensino da matemática na escola, o Letramento Matemático deve ser entendido como o uso da matemática no contexto social, práticas estas que além de exercidas no âmbito social, muita das vezes diferentes do modelo escolar, precisam ser escolarizadas. Também pode ser entendido como denominação das habilidades básicas para utilização de registros matemáticos diante do trabalho ou da vida diária.

> Preparar listas de compras, verificar o vencimento dos produtos que serão comprados, comparar preços antes de comprar, conferir o consumo de água, luz ou telefone, procurar as ofertas da semana em folhetos e jornais, comprar a prazo, anotar dívidas e despesas, conferir troco, conferir notas e recibos, fazer ou conferir acertos de contas ou orçamento de serviços, pagar contas em bancos ou casas lotéricas, anotar números de telefones, ver as horas em relógio de ponteiros ou digital, ler bula de um remédio que comprou e ler manuais para instalar aparelhos domésticos são tarefas que fazem parte do cotidiano [...]. (TOLEDO, 2004 p. 97).

Esta é uma habilidade que faz parte da competência do sujeito do ponto de vista da autonomia sócio-educativa. A participação da família na escola tem sido discutida como ponto essencial para a prática da gestão democrática e um dos fortes pontos de contato até então existentes está na participação dos pais, mais freqüentemente das mães na orientação das tarefas escolares de seus filhos.

Assim busca-se investigar no desenvolvimento de práticas de produção de textos matemáticos com as mães participantes, a possibilidade destas se constituírem em vias de acesso aos conteúdos matemáticos veiculados pela escola, nos moldes da cultura cientificamente elaborada.

Compreender a matemática como um fator constante no dia-a-dia implica em entender o porquê dela, haja vista que durante o processo de escolarização seu ensino basicamente persiste na idéia de conceber os objetos de ensino como cópias dos objetos da ciência. Fazer com que mães e filhos/alunos entendam sua função facilita o processo de aprendizagem. O bom acompanhamento das tarefas escolares acarreta a construção de vínculos, podendo ser considerado como fundamental para o desenvolvimento escolar da criança e para as relações entre mães e filhos.

> Todas as crianças assinalam que suas mães e às vezes também pais e irmãos maiores desempenham um papel decisivo como "educadores": não só os ajudam com temas de casa, quando estes apresentam alguma dificuldade, como lhes explicam aqueles conteúdos nos quais elas têm dúvidas e até, em alguns casos, se adiantam às explicações dos professores, como se assumissem a obrigação de preparar os filhos para assimilar facilmente aquilo que o docente vai ensinar-lhes. (ZUNINO, 1995 p. 19).

Já é sabido que o significado da matemática para o aluno resulta da vinculação entre seu aprendizado social e escolar, considerando seu conhecimento prévio baseado em uma inteligência prática adquirida no âmbito familiar. Assim surge a necessidade de criar mecanismos que estabeleçam aproximações entre as práticas de letramento das mães e crianças de meios populares às práticas escolares para concretização destes conhecimentos sobre escritas numéricas.

O método escolhido para fazer essa aproximação entre práticas de letramento e práticas escolarizadas foi à produção de textos matemáticos, pois além de manter o contato com a língua materna e o domínio da mesma, auxilia na compreensão e interpretação de problemas matemáticos, já que a matemática também possui seu componente de escrita.

APRENDER MATEMÁTICA ATRAVÉS DE TEXTOS... É POSSIVEL?

Uma das preocupações está em tornar a matemática significativa para mães e filhos, ou seja, como afirma Zunino (1995) fazer com que eles percebam a importância que a utilização da matemática escolar tem na sua vida diária. Que a matemática não se aprende somente na escola e, que é possível compreendê-la, no cotidiano, em brincadeiras, com calendários, endereços, compras no supermercado, entre outras maneiras.

Para que isso possa ocorrer no ensino da Matemática, faz-se necessário deixar de ver a matemática acadêmica como a única detentora do saber. Diante disso, Knijnik (1996, p.46) sugere que "o ensino da matemática deve considerar o conhecimento produzido tanto no cotidiano como no universo acadêmico, fornecendo comparações entre eles, a fim de que se analisem as relações [...] no uso desses dois saberes".

Já nos textos matemáticos o que pode ser notado é a grande dificuldade na leitura e compreensão dos mesmos, *fator este que está ligado na ausência de um trabalho específico com o texto do problema* (Smole e Diniz, 2001). Para que isso seja evitado se faz necessário um trabalho do professor com o aluno antes de aplicar o texto, ou seja, se existem termos ou conceitos até mesmo palavras que as crianças desconheçam, o professor deve sanar as duvidas de seus alunos, permitindo que os mesmos tenham livre acesso dentro do texto.

Tomando a leitura como o canal de ligação para o trabalho escolar também nas aulas de matemática, facilitará a compreensão do aluno sobre o que está sendo proposto no problema da mesma forma que facilitará a mãe no momento da orientação. Saber matemática não é sinônimo apenas de fazer contas, pois...

> ...se alfabetizar em matemática é mais do que simplesmente conhecer o número e saber fazer contas "secas", sem vida: a alfabetização matemática

> busca dar condições para que os jovens e adultos possam entender, criticar e propor modificações para situações de sua vida pessoal, da vida coletiva do assentamento e do mundo mais adiante. (MST, 1996 p.2).

Quando se fala da escrita matemática é impossível não fazer correlação com a Linguagem Matemática, pois não existe dicotomia entre ambas. A escrita compõe a linguagem e a linguagem compõe a escrita dentro do processo de ensino-aprendizagem. A matemática, enquanto linguagem é capaz de criar seus próprios símbolos e elaborar suas próprias ordens, pois se trata de ciência viva. Porém, existem diferenças gritantes entre a linguagem matemática vivenciada na escola com a linguagem matemática vivenciada em casa, pois *a linguagem matemática não é só um fator do desenvolvimento intelectual do aluno, mas também um instrumento fundamental na sua formação social.* (VERGANI, 1993). Sendo assim, se torna fundamental aproximar a linguagem matemática da escola com a linguagem matemática materna.

Sobre os textos matemáticos, Rabelo (2002), classifica em cinco grupos diferentes: Histórias Matemáticas – histórias fantasiosas que envolvem a matemática como as de Malba Tahan; Histórias da Matemática – texto que comentam histórias do conhecimento envolvendo pesquisas científicas; Personalidades Matemáticas – textos contando histórias de personalidades envolvidas com a construção do conhecimento matemático; Matemática do Cotidiano – são os textos do dia a dia.

Todos esses textos podem ser trabalhados em sala de aula ou não, aproximando "o leitor" da linguagem matemática escolar, garantindo o exercício da leitura e escrita – quando proposto que ele crie seu texto – gerando uma melhor interpretação da matemática que nos cerca a todo instante.

METODOLOGIA

A opção metodológica consistiu na abordagem qualitativa, visto que essa modalidade de pesquisa fundamenta-se em dados coligados e nas integrações interpessoais, na co-participação das situações em que os dados não são encarados como totais e absolutos.

Para realização deste trabalho propõe-se, portanto como metodologia a abordagem qualitativa que permite ao pesquisador manter contato direto com seu objeto de estudo, preservando a complexidade do comportamento humano, observando a realidade através da participação em ações do grupo, por meio de entrevistas, conversas, permitindo ao mesmo tempo comparar e interpretar as respostas encontradas em situações adversas como afirmam Lüdke e André (1986).

As investigações serão realizadas em observações quinzenais com um grupo de mães por um período determinado, a partir de leituras e relatos orais de situações formais e não-formais de vivências matemáticas do dia a dia. Serão trabalhados, tanto a interpretação como a elaboração de textos matemáticos pelas mães.

Para a análise dos dados serão considerados aspectos referentes ao domínio dos mecanismos práticos da matemática, ou seja, a utilização da "matemática do cotidiano", partindo do pressuposto sobre a existência de uma diversidade de práticas de letramento desenvolvidas pelas mães no seu dia a dia.

A opção por atividades que propiciassem o contato das mães e filhos/alunos com situações próprias à utilização do letramento matemático será utilizada com o intuito de explorar, além dos conhecimentos específicos da matemática a capacidade de interpretar e utilizar o sistema notacional específico da matemática.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A partir dos estudos já desenvolvidos em planos de trabalho em conclusão vinculados à pesquisa, observou-se que existe uma dificuldade das mães em interpretar problemas matemáticos devido principalmente à barreira da leitura e da escrita. Como afirma Rabelo (2002) a utilização de atividades que envolvam questões de interpretação textual auxilia a compreensão da matemática no cotidiano escolar e no âmbito social, sendo assim a escolarização considerando o letramento matemático poderá facilitar a aprendizagem e a apropriação da leitura e escrita matemática.

Segundo Mendes & Grando (2007) a escola valoriza um tipo de escrita (um tipo de prática de letramento e numeramento) que não pode ser tomada como a única forma de escrita possível. Não existe a possibilidade de outra forma escrita que seja mais condizente com os procedimentos orais presente em tais práticas. E sendo assim, entende-se que esses procedimentos presentes no cotidiano das mães se bem trabalhados e fundamentados teoricamente junto a elas, servirão como elementos para a produção de textos matemáticos.

Percebe-se que o uso de narrativas permite a aproximação do texto escolar com as experiências cotidianas, ou seja, permitem a assimilação de diversas situações tanto escolares como não-escolares. De acordo com Mendes & Grando (2007), *a produção de textos cumpre um papel importante para a aprendizagem do aluno, em matemática.*

Como a pesquisa Mães, Crianças e Livros: Investigando Práticas de Letramento em Meios Populares, que já vem acontecendo desde 2007, já foi possível reunir com algumas mães em três encontros. No primeiro encontro foi lido para as mães o livro Mania de Explicação da Adriana Falcão, e em seguida foi proposto que elas interagissem de acordo com o que era proposto durante a leitura.

No segundo encontro foi lida a estória criada por um participante da pesquisa, com o título “O lenço que queria ser...”. A participação tanto de mães como filhos foi intensa, a estória foi muito bem aceita e em seguida foi pedido a elas que fizessem as dobraduras propostas na estória com o lenço. E no terceiro encontro foi apresentado o livro Olha o Olho da Menina da Marisa Prado, em seguida foi solicitado para as mães que criassem um texto relatando qual a maior mentira que já haviam contado, já que o livro falava sobre mentiras.

Nesse último encontro foi possível recolher as atividades escritas para serem analisadas juntamente com as próximas atividades que serão aplicadas, já que um dos instrumentos de coleta de dados é a elaboração de textos escritos pelas mães.

Pelo fato da pesquisa dessa narrativa derivar de outra pesquisa já em andamento, foi possível utilizar alguns dados já comprovados como o fato que as mães mesmo não sendo escolarizadas conseguem desenvolver mecanismos provenientes do letramento matemático.

Nesses encontros realizados com as mães e filhos foram geradas discussões revelando tanto significados presumidos pelas mães sobre os entes matemáticos, como a maneira pela qual elas negociavam esses significados. Foi observado grande esforço por parte das mães em auxiliar seus filhos durante o desenvolvimento das atividades. Houve situações em que se desenvolveram relatos e discussões sobre a utilização do conhecimento matemático informal e outras de produções escritas entre mães e filhos.

Foram realizadas observações nas residências de algumas mães participantes da pesquisa a fim de levantar os tipos de materiais escritos presentes em seus lares. A tabela a seguir apresenta as ocorrências seguidas das analises das observações e de entrevistas semi-estruturadas realizadas com as cinco mães sujeitos da pesquisa.

Das observações feitas nas residências a fim de constatar quais os tipos de materiais escritos presentes e, como os mesmos influenciam no processo de letramento utilizado pelas mães com seus filhos, foram encontrados os seguintes resultados:

TABELA1: TIPOS DE MATERIAIS ESCRITOS ENCONTRADOS.

SUJEITO	*MATERIAIS*
1-	-Alguns livros didáticos, livros de romance, suspense, livros de receitas, cadernos de receitas (escritos à mão e com muitos recortes), calendários, Bíblia, revistas, revistas

	religiosas, lista telefônica, contas de banco, água, luz e outros, folhetos de supermercado e propagandas, dicionários, enciclopédias, bulas de remédio, recados na geladeira, livros de literatura infantil, manual de eletrodomésticos.
2-	-Calendário, Bíblias, revistas, livro religioso, bulas, folhetos de propagandas, livro didático, folhetos religiosos, manual de eletrodoméstico.
3-	-Livros infantis, livros didáticos, literatura para vestibular, enciclopédia de livros: Biologia, Química, Matemática, Física, História e Geografia, Bíblias, livro de histórias bíblicas, livro de literatura infantil, calendário, lista telefônica, dicionário, agenda telefônica, revistas e jornais antigos, embalagens de produtos alimentícios e cartas de correspondência.
4-	-Livros de literatura infantil (12), livros didáticos, revistas, folhetos de propagandas, Bíblias, livro de oração, dicionário e calendário.
5-	-Livros de literatura infantil, dicionário, apostilas escolares, revista, enciclopédias, listas telefônicas, agenda telefônica, calendários, manuais de eletrodomésticos, Bíblia, recados na geladeira, revistas de receitas, livro de receitas, recorte de embalagens e bulas de remédios.

Como afirma Galvão (2003) “por um lado, a posse não é sinônimo de leitura, por outro, a não posse não é sinônimo de não leitura”, possuir materiais escritos não significa praticar leitura. Segundo Soares (2003) letramento é mais que alfabetizar, é ensinar a ler e escrever dentro de um contexto onde a escrita e a leitura tenham sentido e façam parte da vida do aluno. Assim, para constatar se realmente esses materiais encontrados exercem algum tipo de função nas famílias, as mães foram questionadas sobre as formas como os utilizam no cotidiano. As respostas obtidas estão representadas nas tabelas a seguir.

TABELA 2: FORMA DE UTILIZALAÇÃO DOS MATERIAIS

SUJEITO	*COMO UTILIZA*
1-	-As revistas são para a filha poder recortar e fazer tarefas; os recados na geladeira para lembrar de datas e compromissos; O livro de literatura para a filha; os livros didáticos para realização de tarefas da filha; os livros de romance e suspense para leitura própria; A filha também começou a ler esses livros.
2-	-As revistas são para as tarefas de recorte do filho; Revistas de fofoca para leitura da mãe.
3-	-Revistas, jornais e livros didáticos antigos para atividades de recorte do filho.
4-	-Revistas para as atividades de recorte; livros de literatura infantil para “contar” para os filhos.
5-	-As enciclopédias para pesquisa que realiza junto com os filhos durante as tarefas; literatura infantil para os filhos lerem; recados na geladeira para a comunicação.

Segundo Galvão (2003), isso significa que as práticas de letramento estão presentes nessas famílias, pois um dos indicadores é a presença e uso de materiais escritos na família.

CONCLUSÃO

Digno de realce é o fato que a pesquisa ainda está em andamento podendo ocorrer algumas alterações nos dados já obtidos ou acréscimos dos mesmos. Mas já é sabido o fato de que as mães pouco ou não escolarizadas demonstram preocupação com a escolarização de seus filhos e, mesmo sem possuírem conhecimentos da matemática formal, participam do processo ensino/aprendizagem, pelo fato de assumirem a obrigação de preparar seus filhos para as aulas. (Zunino, 1995)

Em seu dia-a-dia colocam em prática esses conceitos mesmo desconhecendo-os formalmente. Conseguem realizar atividades práticas em que utilizam matemática, como analisar em qual supermercado a despesa será menor – as quantidades necessárias de alimento para o almoço – os juros das prestações mais extensas, entre outras coisas que puderam ser observadas. Mas não se dão conta que estão trabalhando conceitos matemáticos, que, para elas, consistem naqueles modelos e formas que a escola difunde a partir dos livros que seguem formatos pré - estabelecidos.

Foi possível perceber que mães de camadas populares são capazes de criar mecanismos de utilização dos conceitos matemáticos diante da necessidade de sanar os problemas que surgem no cotidiano, mas encontram dificuldade para auxiliar nos deveres escolares de seus filhos quando apresentados no formato da matemática escolar. Elas exercem práticas do letramento e letramento matemático, sem que estas sejam valorizadas até por elas mesmas.

Sendo assim, a utilização de textos matemáticos propiciará condições para que as mães se envolvam em situações de letramento matemático a partir do contato com materiais de conteúdos matemáticos formais e não-formais. Promoverá situações dialógicas e discussão sobre a forma de utilização do conhecimento matemático informal pelas mães.

Auxiliará na produção de textos matemáticos pelas mães a partir de seus conhecimentos prévios e da prática diária como forma de aceso a cultura escolarizada. Melhorará a competência das mães quanto aos textos matemáticos tendo como foco a interpretação de problemas matemáticos como princípio para a resolução de problemas.

Esta pesquisa certamente contribuirá para que as mães tomem ciência de seus saberes sobre a matemática e sobre a língua materna, num contexto não habitual, podendo resultar em uma melhor interpretação dos problemas matemáticos.

Conclui-se que para que seja desmistificada a visão preconceituosa sobre o conhecimento das famílias de meios populares e que se possa contribuir para a superação das discriminações e preconceitos em torno deste assunto, cabe à escola valorizar essas práticas de letramento dos meios populares, estabelecendo vias de interação entre escola/comunidade. E a partir dessas vivências, contribuir para sedimentar as relações apontadas como meio eficaz de consolidação da interação escola/ família/práticas de letramento e letramento matemático.

REFERÊNCIAS

BITTAR, Marilena; FREITAS, José L.M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília: Ministério da Educação-Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GALVÃO, Ana M.O. Leitura: algo que se transmite entre gerações? In: RIBEIRO, Vera M. (org). **Letramento no Brasil:** Reflexões a partir do INAF 2001. São Paulo: Editora Global, 2003.

GRANDO, Regina C.; MENDES, Jackeline R. (orgs). **Múltiplos olhares:** matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007. – (Musa educação matemática; v.3).

KNIJNIK, Gelsa. Exclusão e resistência: Educação Matemática e legitimidade cultural. In: MONTEIRO, Alexandrina; JUNIOR, Geraldo P. **A Matemática e os Temas Transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

LOPES, Celi A. E. **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

LUDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: E.P. U, 1986.

MST – Movimentos dos Trabalhadores Rurais sem Terra. Alfabetização de jovens e adultos: Educação Matemática. In: LOPES, Celi A. E. **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RABELO, Edmar H. Textos Matemáticos: Produção, Interpretação e Resolução de Problemas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

SMOLE, Kátia C.S. DINIZ, Maria I. (orgs). Textos em matemática: por que não? In: LOPES, Celi A. E. **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SOARES, Magda. **O que é Letramento**. Santo André: Diário do Grande ABC, Agosto. 2003. Disponível em: http://www.diarionaescola.com.br/29se08.pdf. Acesso em: 10/03/2008.

TOLEDO, Maria H.R.O. Numeramento e escolarização: o papel da escola no enfrentamento das demandas matemáticas cotidianas. In: FONSECA, Maria C.F.R. (org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas: reflexões a partir da INAF 2002. São Paulo: Global, 2004.

VERGANI, T. Um horizonte de possíveis sobre uma educação matemática viva e globalizante. In: LOPES, Celi A. E. **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

ZUNINO, Delia Lerner de. **A matemática na escola:** aqui e agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PARTICULARIDADES SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA ESCOLA FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOBRE O TEMA MEDIDAS

Rúbia Grasiela da Silva - UFMS

Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

RESUMO: Este artigo relata vivências de uma pesquisa de mestrado em fase de análise de dados. Trata-se de uma investigação qualitativa que tem como sujeitos licenciandos dos cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática da UFMS – Campus de Campo Grande, com objetivo principal de investigar os conhecimentos propostos em programas de algumas disciplinas selecionadas dos currículos e os adquiridos na formação acadêmica para o ensino do tema medidas na escola fundamental. A escolha do tema derivou de lacunas já apontadas por inúmeros pesquisadores quanto a insuficiência de conhecimentos pedagógicos dos licenciados em Matemática e de conteúdos específicos de matemática dos licenciados em Pedagogia, o que nos levou a investigar a formação desses indivíduos selecionados (quatro de cada uma das licenciaturas). Estão sendo também analisadas a partir de encontros entre os sujeitos pesquisados, possibilidades de trocas de conhecimentos entre os mesmos e de integrações curriculares entre seus cursos, além dos programas das disciplinas selecionadas, das entrevistas em duplas e grupais já realizadas e do material produzido durante oito encontros com os sujeitos da pesquisa. Nesses encontros foram realizadas discussões, planejamentos e trocas de conhecimentos entre os sujeitos da pesquisa, abordando os temas: medidas de comprimento e medidas de massa. Como eixo teórico utilizamos o modelo proposto por Lee Shulman sobre a base do conhecimento do professor. Segundo o autor, três tipos de conhecimentos são indispensáveis ao professor: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico geral e conhecimento pedagógico do conteúdo. Pretende-se assim, além de conhecer a realidade da formação dos sujeitos buscarmos caminhos e possíveis soluções para a formação acadêmica e possibilidades de integração entre conhecimentos de professores que ensinam Matemática na Escola Fundamental.

Palavras-Chave: Formação de Professores, Medidas, Conhecimentos dos Professores.

Considerações iniciais

Como sabemos, o desempenho dos nossos alunos, especialmente em relação à Matemática, tem alcançado níveis baixíssimos nos programas de avaliação do MEC. Possivelmente esse deve ser um dos motivos, pelo qual, vem ocorrendo um significativo aumento do número de pesquisas no Brasil em torno da formação de professores para o ensino de Matemática, conforme relatado por Fiorentini *et al* (2003) em sua pesquisa sobre a formação de professores que ensinam Matemática no período de 1978 a 2002. Esse campo de pesquisa tem sido bastante árduo e cheio de inquietações e muitas dessas repousam sobre: o que ensinar; como ensinar (métodos e práticas que devem ser adotados); quais recursos utilizar; e, ainda, sobre os conhecimentos necessários aos professores para o ensino da Matemática. Até a década de setenta, em termos mundiais, não existiam muitas pesquisas em torno da formação de professores. Essas só ganharam espaço significativo a partir da década de 80 (CURI, 2005; FIORENTINI *et al*, 2003)

Porém, esse avanço não está acontecendo com pesquisas acerca da formação inicial de professores para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na pesquisa feita por Fiorentini *et al* (2003) são encontradas especificamente apenas duas investigações. Esses dois estudos mostram deficiências em relação à formação didático-Matemática dos professores. Fiorentini *et al* (2003) apontam ainda que essa formação didático-Matemática do professor nos cursos de pedagogia não tem atraído interesse dos pesquisadores em Educação Matemática. Segundo Curi (2005), os professores dos anos iniciais concluem seus cursos de formação sem terem conhecimentos matemáticos necessários à docência, no que se referem a conceitos, procedimentos e linguagem matemática. A pesquisadora conclui ainda, que parece haver uma concepção de que o professor não precisa saber o conteúdo a ser ensinado, mas somente como ensiná-lo.

Pesquisas como a de Souza & Garnica (2004) e Fiorentini *et al* (2003) nos apontam uma dicotomia, entre conteúdo e conhecimentos pedagógicos, existente nas licenciaturas em Matemática. Segundo pesquisadores como Ponte (1998), Wilson; Shulman e Richert (1987) para que um professor consiga ensinar Matemática, não basta sabê-la em si própria, claro que o bom conhecimento da mesma é primordial para seu ensino, porém, esse ensino não se dá sem formação pedagógica, assim como, não acontece só com ela.

Ponte (2002) afirma ainda, que não é possível realizar um processo de transformação curricular e pedagógica, sem antes, ter um conhecimento acentuado acerca dos problemas que envolvem a prática profissional dos professores. O que dá ainda mais relevância científica a pesquisa que realizamos.

Voltando um breve olhar sobre o tema medidas, observamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) que esse tema é trabalhado em todos os ciclos do Ensino Fundamental. Porém, como o próprio PCN coloca, esse tema não tem sido muito abordado nos anos finais do Ensino Fundamental. O documento enfoca ainda a grande importância da presença do estudo do tema, visto que, mostram ao aluno, de forma bastante clara, a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. Além de explorarem conceitos relativos ao espaço e às formas, trabalham também, os significados dos números e das operações e dá ainda, uma idéia da proporcionalidade.

Diante desses resultados, optamos por investigar a formação inicial de professores que atuarão no Ensino Fundamental no que diz respeito ao ensino do tema Medidas. Isso porque, além de acontecer nesse período à formação básica do aprendiz, segundo as pesquisas existentes (SOUZA e GARNICA, 2004, FIORENTINI *et al* 2003 e CURI, 2005) coabitam ao menos dois problemas na formação inicial de seus professores de Matemática: a falta de conhecimentos pedagógicos na Licenciatura em Matemática, e a falta de conhecimentos específicos da Matemática na Pedagogia voltada a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na seqüência apresentamos os principais objetivos, a teoria que orienta a realização de nossa pesquisa, a metodologia do estudo com descrição dos instrumentos de coleta de dados e por fim traremos algumas observações preliminares de uma pequena parte de nossos dados.

Objetivos da Pesquisa

Nosso objetivo nessa pesquisa é, a partir de encontros entre os sujeitos pesquisados, além de investigar os conhecimentos propostos nos currículos e os adquiridos na formação acadêmica de futuros pedagogos e licenciandos em Matemática para o ensino do conteúdo matemático medidas na escola fundamental, analisar possibilidade de trocas de conhecimentos entre os mesmos e integrações curriculares entre seus cursos.

Os conhecimentos investigados são os assim caracterizados por Wilson, Shulman, e Richert (1987): o *conhecimento do conteúdo do objeto de estudo* (no nosso caso, conhecimentos matemáticos sobre o tema Medidas), *o conhecimento pedagógico do objeto de estudo* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo.* Os dados foram colhidos nos programas de disciplinas dos cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática da UFMS, Campus de Campo Grande, e durante encontros com quatro alunos de cada curso, para entrevistas e atividades conjuntas voltadas ao tema Medidas.

Para melhor explorarmos e explicitarmos nosso objetivo principal desmembramo-no em quatro objetivos específicos:

1. Caracterizar as disciplinas de conteúdos pedagógicos nas propostas curriculares do curso de Licenciatura em Matemática, e as disciplinas de conteúdos matemáticos, nas propostas curriculares do curso de Pedagogia;

2. Analisar os conteúdos dessas disciplinas em relação à formação pedagógica, dos licenciandos em Matemática, e matemática, dos licenciandos em Pedagogia, sobretudo, ao que se refere ao tema Medidas;

3. Investigar os conhecimentos adquiridos durante a formação acadêmica de graduandos em Licenciatura em Matemática e graduandos em Pedagogia para o ensino do tema em questão;

4. Analisar possibilidades de trocas de conhecimentos entre licenciandos em Pedagogia e licenciandos em Matemática, tanto no que se refere ao ensino do tema em questão, quanto nas possibilidades de integração curricular entre seus cursos.

Os dois primeiros objetivos estão ligados a investigação da formação acadêmica. O alcance desses objetivos nos possibilitará conhecermos e analisarmos, ao menos em parte, as propostas do curso de Pedagogia, referentes à formação matemática de seus licenciandos, e as propostas do curso de Licenciatura em Matemática, referentes à formação pedagógica de seus graduandos.

Esse primeiro contato com os cursos investigados, entre outras coisas, objetiva nos dar uma base para melhor compreendermos os dados colhidos durante encontros com seus acadêmicos. Podem ainda nos revelar, em partes, se os objetivos dos cursos estão sendo alcançados, ou até mesmo, se as propostas oficiais estão sendo colocadas em prática. Não pretendemos simplesmente apontar falhas dos cursos, mas encontrar as causas de possíveis lacunas na formação, no intuito, de ajudarmos a suprir a necessidade de readequação curricular de alguns cursos de formação de professores que ensinam Matemática.

O último objetivo reforça, ainda mais, que o papel dessa pesquisa não consiste em apontar problemas, mas começar a pensar em soluções. Por isso, pretendemos analisar trocas de conhecimentos entre licenciandos dos dois cursos pesquisados. Essa análise procura averiguar se é possível que essas trocas, ou integrações curriculares entre ambos, venham de alguma forma, funcionar como algumas das maneiras de proporcionarmos melhor formação Matemática aos licenciandos em Pedagogia e do mesmo modo, melhorar a formação pedagógica aos licenciandos em Matemática.

Referencial Teórico

A maioria dos estudos sobre conhecimento de base do professor no Brasil tem sido influenciada pelos estudos de Lee Shulman. (FIORENTINI *et al*, 2003) Este autor norte americano ao investigar os exames aplicados a professores nos EUA, nos mostra que a formação de professores, até a década de 70, tinha o conhecimento sobre o conteúdo a ser ensinado como foco maior. A partir da década de 80, houve uma grande mudança e a preocupação com questões metodológicas e procedimentais ganharam maior ênfase. Ele e seus colaboradores denominaram então esta ausência de conteúdo, tanto na formação de professores, como nas pesquisas sobre o ensino, de o problema do "paradigma perdido", apontando a dicotomia existente entre pedagogia e conteúdo, que percebemos hoje nos cursos de formação inicial de professores que ensinam Matemática. (1986, p. 6)

Os estudos de Shulman procuram determinar que tipos de actividades ou ações dos professores são mais eficientes na tentativa de promover o ensino. Para Wilson; Shulman e Richert (1987, p. 111) o professor deve conhecer os meios de representar um conceito aos alunos de modo que esses possam compreendê-lo da melhor forma possível:

> Os professores bem sucedidos, simplesmente têm uma compreensão intuitiva e pessoal de um conceito, princípio ou teoria particular. Ao melhor, para se promover a compreensão, eles mesmos devem entender os meios de representar os conceitos para os alunos. Eles devem ter conhecimentos sobre as maneiras de transformar o conteúdo com o objetivo de ensinar. Nos termos de Dewey, eles devem transformar ou "psicologizar" o conteúdo. Para transformar ou psicologizar a matéria, os professores devem ter um conhecimento sobre ela, que inclui uma compreensão pessoal do conteúdo, assim como o conhecimento das maneiras de passar essa compreensão, a fim de promover o desenvolvimento do conhecimento do conteúdo nas mentes dos alunos.

Seus estudos sobre a base de conhecimento dos professores revelam a importância do conhecimento do professor, apontando conhecimentos que funcionam como uma base inicial ao professor que os utilizará para construírem novos conhecimentos e aperfeiçoarem os já existentes. Segundo Mizukami (2004), esses conhecimentos podem ser agrupados em: *conhecimento do conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico geral e conhecimento pedagógico do conteúdo.*

O *conhecimento do conteúdo do objeto de estudo* refere-se ao conteúdo em si (no nosso caso, conhecimentos matemáticos, e de maneira mais particular, o tema Medidas). Shulman (1986) utiliza o conceito dos autores Leinhardt e Smith para exemplificar o conhecimento do conteúdo matemático. Para eles esse conhecimento envolve conceitos, operações de algoritmos, as conexões entre os procedimentos de diferentes algoritmos, o subconjunto do sistema numérico, a compreensão da classe dos erros dos alunos e a apresentação do currículo.

O *conhecimento pedagógico geral* inclui todo tipo de conhecimento relacionado à educação, como por exemplo, o processo de ensinar e aprender, o conhecimento do aluno, processos cognitivos, contextos educacionais em todos os níveis e conhecimentos de outras disciplinas que se inter-relacionam.

Já *o conhecimento pedagógico do objeto de estudo* refere-se a como ensinar um determinado conteúdo (as formas de representações e analogias que o professor utiliza para facilitar a aprendizagem dos alunos). Esse conhecimento é adquirido com a preparação e a instrução real da aula e será enriquecido se o professor tiver os outros dois tipos de conhecimentos mencionados.

Contudo, é fundamental consideramos que estes conhecimentos estão interligados, a falta de um deles, interfere fortemente na maneira como o professor irá ensinar. Daí a notar a ligação com nosso objeto de estudo.

Metodologia

Realizamos uma pesquisa qualitativa apoiada na descrição feita por Bogdan e Biklen (1999). Como objeto de estudo escolhemos os cursos de Pedagogia – Licenciatura – Habilitação em Anos Iniciais do Ensino Fundamental e Licenciatura em Matemática, do Campus Campo Grande, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).

Nesse momento iniciamos a análise dos programas de algumas disciplinas desses cursos. Do curso de Matemática as disciplinas que contêm de alguma forma conteúdos pedagógicas: Estrutura e Funcionamento do Ensino Fundamental e Médio, Fundamentos de Didática, Prática de Ensino de Matemática I, Prática de Ensino de Matemática II, Prática de Ensino de Matemática III, Prática de Ensino de Matemática IV e Psicologia do Desenvolvimento e da aprendizagem.

Do curso de Pedagogia, as disciplinas que contêm algum tipo de conteúdo matemático: Ensino de Matemática I, Ensino de Matemática II, Didática e Tecnologias Educacionais I, Didática e Tecnologias Educacionais II e Prática de Ensino em Matemática.

Optamos por analisar somente os programas de disciplinas de cunho pedagógicos do curso de Matemática, justamente por pretendermos focalizar os conhecimentos pedagógicos contidos em sua proposta. Já no curso de Pedagogia, pretendemos analisar os conhecimentos Matemáticos trabalhados durante a formação, por isso, selecionamos as disciplinas que contêm algum tipo de conhecimento matemático. Como já apontado, muitos pesquisadores já relataram a ausência de conteúdos pedagógicos nas licenciaturas em Matemática, e a ausência de conteúdos específicos na Pedagogia, e é nesses problemas que pretendemos nos situar.

Além de termos em mãos esses programas, fizemos entrevistas, semi-estruturadas, dividindo os sujeitos da pesquisa em duplas. Cada uma das duplas foi entrevistada sobre as disciplinas escolhidas. Como embasamento para o uso deste instrumento, utilizamos os pressupostos teóricos de Szymanski; Almeida e Brandini (2004).

O primeiro encontro aconteceu com os grupos separados, ou seja, em um momento nos encontramos com os quatro graduandos da Pedagogia, e em outro, com os quatro da licenciatura em Matemática. Propomos que em duplas planejassem uma aula sobre medidas de comprimento e medidas de massa, os alunos da Pedagogia planejaram uma aula para alunos do quinto ano do Ensino fundamental e os da Licenciatura em Matemática preparam uma aula para alunos do sexto ano. No segundo, uma dupla realizou a análise do plano de uma dupla do outro grupo, a princípio livre, e num segundo momento direcionado por meio de algumas questões por nós colocadas. No terceiro encontro fizemos entrevista em duplas. No quarto, cada dupla utilizou vinte minutos para ministrar a aula planejada. No quinto, instigamos discussões sobre o plano e sobre a aula de cada dupla. No sexto, houve continuação das discussões e divisão em duplas, compostas por um licenciando em Matemática e um licenciando em Pedagogia para novas discussões a partir de alguns textos sobre conhecimentos necessários ao professor. No sétimo, houve um planejamento de aula sobre medidas de área e medida de perímetro, feito pelas duplas formadas no encontro anterior. No último encontro realizamos entrevista grupal com todos os sujeitos, focalizando as experiências ocorridas nos encontros anteriores.

Algumas observações preliminares

Nosso primeiro encontro teve dois objetivos principais, um deles foi motivar discussões e colher material que nos possibilitassem investigar os conhecimentos adquiridos pelos sujeitos durante a formação inicial, o segundo era ter um material, antes das discussões com os dois grupos da pesquisa, para que pudéssemos observar se essas discussões influenciariam de alguma forma os conhecimentos anteriores desses licenciandos.

O segundo encontro, além de propiciar um primeiro contato dos grupos por meio de um plano de aula, objetivou observar se os conhecimentos contidos naqueles planos ajudariam, de alguma forma, as duplas analisadoras a construírem ou modificarem seus conhecimentos.

Apresentaremos a seguir algumas observações preliminares destes dois primeiros encontros. Estamos adotando como categorias de análise de nossa pesquisa três conhecimentos definidos por Lee Shulman: *conhecimento do conteúdo*, *conhecimento pedagógico e conhecimento pedagógico do conteúdo,* e por isso vamos olhar para esses dois encontros a partir desses conhecimentos.

Conhecimento do conteúdo

Antes de começarmos os encontros, três dos quatro integrantes do grupo de Pedagogia deixam claro que não gostavam de Matemática, que sabiam muito pouco e que estavam carregados de traumas deixados por seus professores da disciplina durante a escola básica. O grupo todo assume que aceitaram o convite para participar dos encontros na tentativa de acabar com esses traumas e construírem novos conhecimentos matemáticos.

Uma das duplas do grupo de Pedagogia só utiliza no plano de aula os conceitos de duas das unidades de medidas do sistema métrico decimal: o milímetro e o centímetro. A outra trabalha com confecção de uma régua na cartolina e a utiliza para medições de objetos da sala de aula, não chegando a trabalhar com conceitos de unidades de medidas. Ambas focam suas atenções em ensinar os alunos a medirem. Ao analisarem esses planos, as duplas da licenciatura em Matemática fazem uma crítica à ausência de conteúdos matemáticos nessas aulas. Os analisadores não entendem porque começar com milímetro e centímetro, quando o metro, além de originar o sistema métrico decimal, é a unidade de medida padrão. As duplas também questionam a falta de contextualização histórica alegando que elas estão impedindo que os alunos fiquem a par da construção da Matemática. O grupo sugeriu aos licenciandos em Pedagogia que trabalhassem a história do metro e a partir dessa unidade, introduzissem os múltiplos, submúltiplos e as relações entre eles existentes, e que então, trabalhassem ainda as técnicas de conversões. As duplas do grupo da Licenciatura em Matemática planejam suas aulas contendo toda a proposta dada as duplas do outro grupo.

Vale ressaltar ainda que as duplas de Pedagogia utilizaram duas horas para planejarem uma aula sobre medidas de comprimento, enquanto que as duplas de Licenciatura em Matemática utilizam uma hora, e uma delas chegou a planejar três aulas nesse tempo. No último encontro, o grupo de Pedagogia foi questionado quanto à diferença de tempo gasto para planejar uma aula no primeiro encontro, e o tempo de trinta minutos gasto para planejarem em duplas, com um membro de cada curso, uma aula sobre medidas de área e medidas de perímetro. O grupo responde espontaneamente que no segundo plano tiveram a ajuda de companheiros que dominavam o conteúdo, então ficou mais fácil desenvolver as atividades. Shulman (1987) diz que o professor precisa encontrar maneiras de representar o conteúdo ao aluno, e para isso, busca meios em sua compreensão sobre o conteúdo. Nesse caso o grupo da Pedagogia foi prejudicado por não possuir essa compreensão do conteúdo, mas vale ressaltar, que o grupo procura buscá-la. Um bom exemplo desse interesse foi quando o grupo analisou os planos de aula dos licenciandos em Matemática e não conseguiu compreender as técnicas de conversões das unidades de medidas, diante disso discutiram em duplas as informações contidas nos planos. Não satisfeitos, procuraram nossa ajuda e pediram para levar o plano para casa, a fim de realizarem um estudo mais aprofundado antes do próximo encontro, onde teriam que ministrar uma aula.

Com isso, nossas observações revelam indícios de que o grupo não possuía o conhecimento dos conteúdos: medidas de comprimento e medidas de massa, fato também confirmado na entrevista em duplas. Mostram ainda sinais de que a ausência desse domínio prejudica a elaboração de uma aula, confirmando o modelo de Lee Shulman sobre a base do conhecimento do professor. Queremos esclarecer que o grupo de licenciandos em Pedagogia, além de buscar e consultar materiais voltados ao tema antes de preparar a aula, consultou fontes disponíveis no momento. Observamos que apesar do curso de formação inicial não ter conseguido proporcionar os conhecimentos matemáticos em questão, segundo o grupo por conta do pouco tempo que é dedicado ao ensino da Matemática, eles buscaram em outras fontes esse conhecimento, porém, alegam posteriormente que essa busca não conseguiu suprir as necessidades existentes.

Conhecimento Pedagógico

A maior preocupação do grupo de Pedagogia estava na estrutura do plano de aula. As duplas discutem o tempo todo sobre, por exemplo, pressupostos teóricos, pressupostos metodológicos, técnicas e tempo cronometrado para cada momento da aula, termos esses desconhecidos para o outro grupo. Preocupam-se em fazer avaliação diagnóstica para partir dos conhecimentos dos alunos e privilegiam discussões sobre as melhores maneiras de ajudarem os alunos a se apropriarem e compreenderem determinado conteúdo. Procuram sempre manter interação com esses alunos propondo atividades dinâmicas e diálogos.

O grupo de Licenciatura em Matemática estrutura o plano de aula com objetivos, recursos didáticos e metodologia, porém, antes de fazê-lo procura saber se há necessidade dessa estrutura. Buscam apresentar atividades dinâmicas, contextualizam as explicações com o cotidiano dos alunos e demonstram preocupação em interagir com os mesmos, porém, alegam ter dificuldades em fazê-lo. Essa dificuldade é destacada pelo grupo de Pedagogia durante a análise dos planos. O grupo analisador alega que os alunos não conseguirão compreendê-los, que eles estão propondo muito conteúdo para uma única aula, e que não estão considerando o aluno como sujeito de aprendizagem. É possível notar o fato na seguinte fala de uma das duplas: Silva: “Mas eles não vêem os alunos como sujeitos de aprendizagem. Está tudo muito imposto.” Fátima: “É. Assim eles rompem com o principal, com a base do ensino e aprendizagem.” Silva: “E essa é a base da educação, essa troca é a base da nossa teoria.”

Esses dados apresentam vestígios de que os limites do conhecimento pedagógico, dos licenciandos em Matemática, não estão permitindo que eles realizem o que Shulman (1987) chama de *transformação* que pode ser interpretada como a arte de representar o conteúdo de uma forma que o torne compreensível ao aluno.

Conhecimento Pedagógico do Conteúdo

Segundo Wilson, Shulman e Richert (1987) esse conhecimento vai sendo construído com a prática, o que justifica a ausência do conhecimento pedagógico de medidas de comprimento e medidas de massa no repertório dos alunos de Pedagogia, dado que esses não tiveram nenhum contato com o conteúdo durante o curso. Entretanto, as duplas se remetem em vários momentos a seus professores da Escola Básica para buscarem construí-lo, em um deles, uma das duplas planeja trabalhar com placas de quilometragem porque um antigo professor conseguiu com que ela aprendesse fazendo uso desse material.

Ao analisarem o plano de uma dupla da Pedagogia, os licenciandos em Matemática elogiam uma atividade que julgam conseguir envolver o aluno. Mas justamente por considera - lá pouco provida de conteúdo, começam a readequá-la para ser usada como introdução dos submúltiplos do metro. Shulman (1987) considera que o conhecimento do conteúdo pedagógico se faz com a mistura do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico. Podemos observar que os grupos começam essa mistura para construírem maneiras de representar o conteúdo para os alunos, ou seja, para construírem elementos do terceiro conhecimento da base.

O grupo de Licenciatura em Matemática não mostrou interesse em conhecer os conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto a ser ensinado. Enquanto que o grupo de Pedagogia usou de seus conhecimentos pedagógicos para preparar um momento de avaliação diagnóstica e conhecerem as pré-concepções e concepções que os alunos trazem em relação ao conteúdo. Para Shulman (1986) o conhecimento dessas concepções ou pré-concepções acerca de um determinado conteúdo se faz indispensável por além de proporcionar ao professor um conhecimento sobre tópicos que facilitem ou dificultem a aprendizagem do aluno, revelar concepções errôneas que os mesmos possam vir a ter sobre esses conteúdos, o que geralmente acontece, segundo o autor.

O grupo de Pedagogia apresenta dificuldades em compreender termos próprios do ensino da Matemática, como por exemplo, haste não graduada. Após termos explicado o objeto, o grupo critica o seu uso alegando que ele dificultaria a aprendizagem do aluno. Só em discussões posteriores, quando os licenciandos em Matemática explicam que usariam a haste não graduada porque pretendiam construir os submúltiplos do metro e marcá-los na haste juntamente com os alunos, que os licenciandos em Pedagogia compreendem o uso do objeto. Podemos observar assim, possíveis evidencias da necessidade do conhecimento do conteúdo para construção do conhecimento pedagógico do conteúdo, necessidade essa já citada por Wilson, Shulman e Richert (1987). Sem saber estabelecer as relações dos submúltiplos com o metro, o professor até poderia graduar uma haste, no entanto, essa postura comprometeria a compreensão do processo pelos alunos.

Considerações Finais

Uma dupla do grupo de pedagogia, em um dos primeiros encontros, declara que seu curso não privilegia de forma mais adequada conteúdos específicos, tais como a Matemática. Isso porque seu curso se preocupa em formar um professor crítico e munido de muitos outros conhecimentos, de forma a ser capaz de posteriormente buscar novos conhecimentos em materiais pedagógicos. Porém, com o decorrer dos encontros, a própria dupla descobre que os materiais existentes não são capazes de proporcionar o conhecimento do conteúdo que o professor necessita. E vão de encontro com o modelo teórico da base do conhecimento do professor ao declararem que ele precisa conhecer as estruturas, as conexões entre os conteúdos e as aplicações da Matemática para conseguirem fazer a *transformação*, ou seja, consultar sua própria compreensão para transformá-la em representações do conteúdo que possibilitem que os alunos o compreendam.

Ao que tudo indica, os dados apresentados começam a mostrar indícios de que, quando há conhecimento do conteúdo a ser ensinado e conhecimento pedagógico, as probabilidades de que o professor consiga construir representações do conteúdo de maneira a torná-los compreensíveis aos alunos é muito maior.

Referências Bibliográficas

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1999.

BRASIL: Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** Vol. 3. Ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF. 1997.

CURI, Edda. **A Matemática e os professores dos anos inicias.** São Paulo: Musa, 2005.

FIORENTINI *et al*. **Formação de Professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira**. Revista Educação em Revista – Dossiê Educação Matemática, Belo Horizonte: UFMG, 2003

FRANCO, Laura P. B. **Análise do Conteúdo.** Série Pesquisa. Brasília. Líber Livro Editora, 2007.

GATTI, Bernardete Angelina. **A construção da Pesquisa em Educação no Brasil**. Série Pesquisa. Brasília: Líber Livro Editora, 2007.

MIZUKAMI, M. G. N. M. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman.** Revista do centro de Educação – edição 2004 – vol. 29 – nº 2. universidade Federal de santa Maria – RS. Disponível em: http://coralx.ufsm.br/revee/2004/02/r3.htm. Acesso em 07jul2008.

PONTE, J. P. **Da formação ao desenvolvimento profissional**. Conferência Plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat- 1998, realizado em Guimarães. In Actas do ProfMat 98 (pp. 27-44). Lisboa: APM. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentesjponte. Acesso em 08jul2008.

____________. "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", Conferência no seminário promovido pelo Conselho Nacional de Educação, em Lisboa, 2002. Disponível em http://www.spce.org.pt/sem/96JP.pdf . Acesso em 09jul2008.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in teaching.** Educational Researcher: Washington, v. 15, n.2, Febuary, 1986. p.4-14.

SOUZA, Luzia Aparecida & GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **Formação de professores de Matemática: um estudo sobre a influência da formação pedagógica prévia em um curso de licenciatura.** Ciência & Educação, v. 10, n. 1, p. 23-39, 2004

SZYMANSKI, Heloisa; ALMEIDA, Laurinda Ramalho de; BRANDINI, Regina Célia Almeida Rego. **Entrevista na pesquisa em Educação.** Série: Pesquisa em Educação. Brasília: Líber Livro Editora, 2004.

WILSON, S.; SHULMAN, L. S.; RICHERT, A. E. **150 ways of knowing: Representations of knowledge in teaching**. In: CALDERHEAD, J. (Ed.). Exploring teachers' thinking. Grã-Bretanha: Cassel Educational limited, 1987, pp. 104-124.

O USO DO LIVRO DIDÁTICO PELO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Sonner Arfux de Figueiredo - UEMS
Antonio Sales - UEMS

RESUMO: Este artigo analisa o discurso de quatro professores licenciados em Matemática e que atuam no ensino fundamental, com relação a alguns dos aspectos do livro didático: a apresentação do mesmo ao aluno e manuseio durante as aulas. A análise foi feita tendo por referencial teórico os trabalhos de Maurice Tardif e Claude Lessard e indica a necessidade de investimentos no preparo do professor para um melhor aproveitamento do livro didático.

Palavras-chave: Livro Didático; Formação de Professor de Matemática; Programa Nacional do Livro Didático.

1. Considerações iniciais

A atividade docente envolve múltiplos fatores e instrumentos. O resultado do trabalho do professor está condicionado a fatores sociais e individuais; aos relacionamentos com pessoas que administram a sua vida profissional, com pessoas que o buscam em procura do saber e com objetos de trabalho que são utilizados para facilitar a compreensão dos conceitos que procura ensinar. Nenhum desses fatores está desvinculado do outro e todo recorte para análise, por mais necessário que seja, é uma redução, de um fazer tão amplo, a uma única dimensão (TARDIF & LESSARD, 2005).

Segundo Tardif e Lessard (2005, p. 31), para compreender a atividade docente é necessário conhecer as relações que o trabalhador estabelece com o seu objeto e com a natureza desse objeto. Em cada “ocupação, arte ou ciência, ofício ou profissão” os objetos possuem características próprias que requerem conhecimentos específicos, tecnologias e instrumentos e trabalhos particulares, modalidades diferenciadas de trabalho.

Considerando que não ensina quem quer, mas quem está autorizado para isso, também devemos supor que não pode ser ensinado o que se quer, mas o que deve ser ensinado, o que está previsto nas diretrizes curriculares. Supomos ainda que a metodologia de trabalho do professor ou a didática específica também não pode ser aleatória. Deve-se ter uma prática norteada pelo que a sociedade espera da escola e essa perspectiva social chega ao professor através dos documentos oficiais e dos livros didáticos (CHERVEL, 1990; TARDIF, 2002).

Este nosso trabalho é, portanto, um recorte. Ele se limita a estudar a relação do professor com o livro didático (LD). E os aspectos estudados se limitam às questões relacionadas com o uso em sala de aula, apresentações do mesmo ao aluno.

Este recorte se justifica quando levamos em conta que um dos instrumentos de trabalho do professor e que se faz presente em todas as escolas de todos os níveis é o livro didático. Supomos que conhecer os objetivos do Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD), definir os objetivos da disciplina e as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, a partir desse instrumento trabalho, se reveste de grande importância tendo em vista os próprios objetivos do referido programa. Supomos também que a presente discussão contribui para que entendamos as dificuldades encontradas pelo professor de matemática na utilização desse material, qual a contribuição efetiva dos investimentos no PNLD na didática do professor e como, finalmente, o aluno é beneficiado pelo programa. Enfim, quais as dificuldades que necessitam ser superadas por esse profissional na elaboração de um plano de trabalho ou organização das atividades didáticas a partir do LD e outros documentos?

Com o PNLD já não há mais dificuldades de acesso ao LD e nem motivos para alegações de que o livro não possui boa qualidade. Qualidade que significa ausência de erros conceituais e de problemas ético, uma apresentação gráfica adequada e atraente, presença do manual do professor e conteúdos mínimos exigidos pelas diretrizes curriculares. Dessa forma, determinados cuidados, anteriormente necessários, podem ser dispensados enquanto outros se tornaram imprescindíveis diante das novas perspectivas educacionais.

A intenção de pesquisar o relacionamento do professor com o LD, surge de questões vivenciadas nas orientações de estágios supervisionados, curso de extensão universitária e também a experiência profissional de ambos os autores. A experiência pessoal lhes insinuava que o professor de matemática tem dificuldade para reformular a sua prática e que mesmo que adotem instrumentos de trabalho atualizados pedagogicamente estes influenciam pouco na elaboração das atividades didáticas.

A formação do professor de Matemática, de forma geral, se dá em cursos de licenciatura com ênfase em bacharelado. Os professores que atuam nesses cursos privilegiam os conteúdos da ciência de origem e tem pós-graduação em programas de matemática pura ou aplicada onde as questões pedagógicas não entram em pauta. Dessa forma os licenciados em matemática, talvez mais do que os outros licenciados, são produtos de uma formação pedagógica precária. Sua formação é marcada pela predominância de um processo de inculcamento de certas práticas discursivas unidimensionais e cuja ênfase de trabalho é a aprendizagem de conceitos matemáticos e a resolução de exercícios padronizados.

Discutir essa prática com o professor é uma conjetura quase remota tendo em vista a preparação que recebeu. Da mesma forma qualquer sugestão de organização didática ou matemática que fuja a esses parâmetros presentes em sua formação tende a causar estranhamento, provocar indiferença, por a proposta em suspense e, quase sempre, causar descrédito na proposta apresentada. No entanto, é do nosso entender que é preciso conhecer melhor as relações que esse profissional estabelece com o LD para direcionar os questionamentos e investir na preparação de material de formação continuada.

2. Aspectos Teóricos da Pesquisa

Um aspecto importante do trabalho docente está relacionado com as suas finalidades (TARDIF, 2005) que são múltiplas e se manifestam sob diversas formas. Tardif enumera essas formas em que as finalidades se manifestam como sendo: os motivos, os objetos, projetos, planos, programas, etc.

Os fins da educação sempre se manifestam. Alguns de modo declarado e formal. Esses fins podem ser colocados em evidência em determinadas circunstâncias ou nascerem a partir dessas mesmas circunstâncias. Não são fins definitivos. Estão em constante mudança tendo como fatores o tempo, a ação, os recursos disponíveis, os interesses da sociedade ou até mesmo da academia. São, também, fatores de transformação dessas finalidades a experiência do professor, por exemplo, que ao ganhar novas dimensões imprime um novo objetivo no seu fazer, a mudança na direção da escola, nas equipes da Secretaria de Educação e assim por diante.

Essas finalidades constituem as partes essenciais do trabalho porque elas estruturam “a atividade humana em geral e a atividade laboral em particular” (TARDIF, 2005,p. 195).

As finalidades do trabalho docente são, portanto, elementos norteadores dos planejamentos, das ações didáticas, das organizações do conteúdo, das escolhas de material e das opções pedagógicas.

Enfim de modo geral a prática docente reflete a consciência dessas finalidades. Consciência essa no sentido que lhe atribuiu Husserl (2000), que reflete a condição de quem percebe.

O professor, portanto, definirá o uso do LD em conformidade com a consciência que tiver da finalidade desse instrumento trabalho, produto de uma ampla discussão sobre questões pedagógicas e didáticas. No entanto, como um sujeito da educação formal que existe na sociedade que integra, o professor tem dificuldade para refletir sobre os propósitos dos investimentos governamentais na educação, podendo não se dar conta do que dele é esperado.

Dessa forma, estudar as relações que o professor estabelece com o livro didático é buscar compreender não somente quais as relações que o professor estabelece com esse instrumento de trabalho docente, mas também compreender quais os fins da educação que ele concebe, qual a sua adesão aos programas da Secretaria da Educação Básica do MEC, qual a sua disposição em tentar algum processo de inovação na sua prática docente.

Com base em Tardif (2002, p. 208) pressupomos que o professor toma decisões em conseqüência dos objetivos que deseja alcançar. Objetivos que foram definidos a partir da sua "consciência profissional" porque "de um modo geral o professor sabe o que faz e porque o faz".

O professor expressa o conhecimento profissional através de um discurso que se apresenta em forma de atividades, "raciocínio prático, encadeamento de informações, relato explicativo, justificativas". Na argumentação verbal ou atitudinal o professor revela a sua consciência profissional.

As finalidades pedagógicas inerentes ao seu trabalho levam o professor à tomada de certas decisões levando em conta "o contexto em que se encontra" e as contingências imediatas ou de longo prazo.

3. As Finalidades do Livro Didático

O livro didático é um instrumento de trabalho do professor ou é uma ferramenta para o aluno? Ao assumir o papel de avaliar o livro didático e distribuí-lo o governo tem deixado claro quais os interesses que norteiam essa ação.

Segundo Bittencourt (2004) nos primórdios do século XIX o governo idealizou os autores de obras didáticas como sábios e empenhados no cumprimento de uma tarefa patriótica.

Célia Cassiano em sua tese de doutorado analisa também a questão do investimento e dos objetivos da implantação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD): proporcionar atendimento escolar de qualidade ao maior número possível de alunos.

Educação de qualidade é um termo que requer maiores esclarecimentos. O seu sentido pode variar de uma dada época para outra ou de um contexto para outro. No entanto, pode-se supor que qualidade em educação significa adequação ao contexto sociocultural que se quer forjar ou manter.

Já em 1854, no contexto do primeiro Império, o Decreto nº 1325 de 10 de fevereiro daquele ano, em seu artigo 7º e parágrafo primeiro, estabelecem que os Delegados de distrito embora não pudessem exercer o "magistério público ou particular, primário ou secundário" tinham a responsabilidade de visitar trimestralmente os:

> estabelecimentos particulares desse genero [escolas] que tenhão sido autorisados, observando se neles são guardados os preceitos da moral e as regras hygienicas; se o ensino dado não he contrario á Constituição, á moral e ás Leis; e se cumprem as disposições deste Regulamento(sic).

Estava explicito na lei o significado de qualidade de ensino para a época: conformidade com a moral e as leis. É nessa perspectiva também que o autor do livro didático cumpria e deve cumprir a sua tarefa patriótica.

Hoje supomos que ensino de qualidade é aquele que está em conformidade com os documentos oficiais que norteiam a política de ensino (LDB, PCN, Diretrizes Curriculares, etc.) porque, supostamente, atendem aos anseios da sociedade. Também entendemos que os LD elaborados em conformidade com essa proposta, devidamente avaliados e recomendados, contem, de forma implícita, esse ensino de qualidade que a sociedade espera da escola.

A importância dessa questão, de conhecer a trajetória desse aspecto da política educacional brasileira reside no fato de que os livros didáticos "estabelecem em grande parte as condições materiais para o ensino e aprendizagem nas salas de aulas na maioria dos países do mundo"(CASSIANO, 2007, p. 4). Ele é o mediador entre o currículo proposto e o currículo real, aquele que se desenvolve na prática. É através dele que o conhecimento específico de cada disciplina chega na sala de aula e se materializa. É uma das forças socioculturais.

A instituição do PNLD evidencia a preocupação com a redemocratização e com o enfrentamento de diversos problemas relacionados com a educação. Após a ditadura militar um decreto governamental (nº 91.542 de 19 de agosto de 1985) instituiu o Programa Nacional do Livro Didático com o objetivo de promover a valorização do magistério "mediante a efetiva participação do professor na indicação do livro didático", atender aos "propósitos da universalização e melhoria do ensino de 1º grau".

Os principais problemas a serem enfrentados são também discriminados no documento como sendo: "A falta de uma consciência nacional sobre a importância da política social da educação"; "Baixa produtividade do ensino"; "Aviltamento da carreira do magistério" e "Inexistência e um adequado fluxo de recursos financeiros para a educação básica". É com base no item segundo e no item quarto que se constituiu a política pública do livro didático.

Para este nosso trabalho os itens segundo e terceiro são fundamentais, sendo que por aviltamento estamos entendendo as dificuldades decorrentes da formação inicial no que diz respeito ao preparo para a elaboração de um programa de trabalho que levem em conta questões didáticas, pedagógicas e sociais. O programa de trabalho do professor é centrado em conteúdos e tempo.

O PNLD tinha ainda por objetivos evitar a evasão e a repetência devido à "impropriedade dos currículos, que conflitam com a realidade dos alunos, na medida em que os conteúdos curriculares, freqüentemente, são tratados com superficialidade, repetições desnecessárias e marcante presença de temas acessórios" (CASSIANO, 2007, p. 24).

Dessa forma o LD é também um elemento aglutinador do currículo nacional. Nesse caso o seu uso deve se dar levando em conta a proposta pedagógica e didática do autor tendo em vista as ressalvas e recomendações contidas no Guia de Livros Didáticos. O PNLD foi criado visando orientar a produção de livros didáticos que pudessem nortear a prática do professor.

Documentos oficiais não deixam dúvidas quanto ao objetivo dos programas do livro didático.

> O governo federal executa três programas voltados ao livro didático: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) e o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adulto (PNLA). Seu objetivo é o de prover as escolas das redes federal, estadual e municipal e as entidades parceiras do programa Brasil Alfabetizado com **obras didáticas de qualidade** (grifo nosso) (BRASIL, 2009).

Prover "obras didáticas de qualidade" pressupõe a expectativa de prover a escola brasileira de uma educação também de qualidade. Orientar o professor para uma prática visando essa almejada qualidade.

4. A Metodologia

Foram entrevistados cinco professores, licenciados em Matemática, que atuam no ensino fundamental. Alguns atuam também no ensino médio e um atua somente no segundo ciclo dos anos iniciais do ensino fundamental. A entrevista foi gravada, transcrita e submetida à revisão dos entrevistados. Alguns fizeram apenas correções de ordem gramatical e semântica, mantendo, no entanto, intacta a idéia original.

Um deles fez adaptações significativas no texto mudando-lhe o significado inicial. O discurso desse professor foi desconsiderado. Não porque tivesse deixado de ser espontâneo, mas porque entendemos que o professor não estava autorizando que suas idéias fossem analisadas e expostas. As demais correções e adaptações foram respeitadas.

Em alguns casos quando o professor, durante a entrevista, se mostrava mais espontâneo além das perguntas iniciais foram acrescidas outras perguntas na medida em que surgiam oportunidades ou que a fala necessitava de maiores esclarecimentos. Nos casos em que o professor se mostrava mais reservado algumas perguntas tiveram respostas lacônicas ou as respostas tomaram outra direção.

São professores de escolas públicas sendo que quatro deles atuam em uma mesma cidade e o outro em uma cidade vizinha. Ambas as cidades pertencem ao Vale do Ivinhema situado no sudeste do Estado do Mato Grosso do Sul.

Das respostas dadas destacamos algumas unidades do discurso que respondiam algumas questões que nos propúnhamos analisar.

Embora os professores tenham assinado o termo de consentimento livre e esclarecido preferimos proteger a identidade deles. Estão identificados, aleatoriamente, por P1, P2, P3, P4. Também adotamos as notações P1(i), P2(i), etc. para indicar diversas falas do mesmo professor.

5. Análise das Unidades do Discurso dos Professores

Uma das perguntas formuladas aos professores estava dividida em três itens que poderiam ser respondidos em qualquer ordem ou todas de uma única vez.

A pergunta: Como você apresenta o LD ao aluno? Em que momento o aluno manipula o LD em sala de aula? De que forma isso é feito?

A pergunta na realidade buscava avaliar o nível de conhecimento que o professor tem do livro adotado, dos objetivos da adoção de um livro e se tem a pretensão de transformar o livro adotado em um instrumento de trabalho. Procura-se esclarecer o aluno das finalidades do livro e conquistar a sua simpatia para com o livro que foi adotado pelo professor ou pelo coletivo de professores da escola ou comunidade.

As respostas, como veremos, são díspares revelando professores que valorizam esse instrumento de trabalho que está disponível a todos os alunos e professores que não se dão conta da sua importância e preferem continuar o seu fazer de modo independente da presença do LD.

De igual modo há quem segue à risca a sequência e a metodologia proposta pelo livro. As respostas dos professores, outras perguntas formuladas e respectivas respostas estão em anexo.

A fala inicial de P1, como se pode observar no anexo, é entrecortada, composta a partir de pensamentos reticentes. O livro adotado não fora escolhido pelo professor e ao dizer que pega “outro livro para ir tirando exercícios” pode ser um indicativo de que o livro adotado é pouco usado.

A fala de P1(3) por si é reveladora da dificuldade em se trabalhar com o livro em sala de aula. Se o aluno “não olha para ele” então os exercícios são escolhidos pelo professor e passados no quadro. No presente caso a metodologia presente no livro não exerce influencia sobre o trabalho do professor. Os exercícios propostos pelo autor, independente do objetivo que este tinha em mente ao elaborá-lo, são trabalhados na perspectiva do professor ou, simplesmente, substituídos. São manipulados de acordo com a formação do professor quando não cedem lugar a exercícios elaborados por outro autor.

Ainda com relação ao uso do livro adotado pelo coletivo de professores e que está presente na sala de aula P2 e P3 tem outro posicionamento.

P2 é lacônico. Enfatiza que o livro é complexo, que os alunos reclamam e, a partir deste ponto, a fala é direcionada para outro livro, para outras questões como o assunto da realidade do aluno, os exames e a Olimpíada de Matemática.

A que realidade P2 se refere? O contexto sugere que essa “realidade” ou diz respeito às suas dificuldades decorrentes da qualidade de ensino do qual o aluno é produto ou se refere à necessidade de preparo para competir tanto no mercado de trabalho quanto intelectualmente. De qualquer forma, no seu entender, o LD não atende a “realidade”.

O professor P3 também evita a questão focalizando a dificuldade dos alunos nas Olimpíadas de Matemática e dando a entender que o livro adotado não prepara, não contribui para desenvolver o tipo de raciocínio que esse concurso e outros exames exigem.

Na perspectiva desses professores a qualidade do ensino consiste em preparar o aluno para exames e concursos. Esse é o “fim da educação” que se manifesta em sua fala. Está presente o resultado do processo de inculcamento das práticas discursivas unidimensionais com ênfase na competição, na nota e na resolução de exercícios padronizados.

P2 não diz nada, diretamente, sobre o livro, mas suas preocupações com concursos, exames e realidade do aluno, ao mesmo tempo em que escondem a forma como o livro é utilizado parecem revelar que é pouco utilizado.

Para o professor P4 apresentar o livro é uma atividade bem ampla que vai além entregar o livro para o aluno e comentar sobre a sua importância e cuidados que se deve ter com o mesmo.

Sua forma de apresentar o livro transparece a consciência da finalidade desse instrumento de trabalho. O LD como fonte de consulta para o aluno.

Nessa fala há indícios de que o professor conhece os objetivos que deseja alcançar. Mas não são apenas objetivos pessoais e sim objetivos definidos na proposta pedagógica, nos documentos oficiais.

Quando perguntado se nas aulas de Matemática os alunos manipulam o livro P4 respondeu que "nas aulas de matemática o aluno manipula o livro para estar buscando, por exemplo, as problematizações que o livro traz e responder essas questões no caderno". Mas, além disso, o professor disse desenvolver atividades práticas com os alunos e teorizar a partir delas.

A "atividade instrumental, estruturada e orientada para objetivos", de que fala Tardif, está presente nesse discurso.

P4 anuncia a preocupação em estar relacionando a teoria com a prática e aponta para a existência de professores que conhecem as funções do LD e a proposta governamental ao instituir o PNLD.

6.Considerações finais

Os dados parecem indicar que, embora, haja professores que seguem o LD à risca como única fonte de consulta e nele fundamentam totalmente o seu programa de trabalho há aqueles que, presos a um fazer voltado para concursos, para respostas imediatas e padronizadas, substituem-no por exercícios que atendem às suas expectativas.

Estes moldados por uma pedagogia de resultados, procuram livros que indicam aplicações para todos os conteúdos ou que estejam repletos de questões de concursos.

Há o caso de substituição total do livro por outro familiar ao professor e o caso em que o professor indica estar preparado para administrar a incompletude do livro com pesquisas, mas sem abandoná-lo. Utiliza-o como uma ferramenta explorando as suas potencialidades e suprindo as limitações.

Há um grande trabalho a ser feito no sentido de preparar o professor para a utilização do LD, conhecer a filosofia do PNLD e os objetivos do ensino.

7. Referências

BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. Autores e editores de compêndios e livros de leitura (1810-1910). **Educ. Pesqui**. vol.30 no.3, São Paulo Sept./Dec. 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008**: Matemática. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **FNDE:** Programas de Livros Didáticos. Disponível em: < http://www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=livro_didatico.html > Acesso em 14 jan 2009.

CASSIANO, Célia Cristina de Figueiredo. **O mercado do livro didático no Brasil**: da criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) a entrada do capital internacional espanhol (1985-2007). São Paulo: PUCSP, 2007. Tese (doutorado)

HUSSERL, Edmund. **Investigações lógicas**: sexta investigação. São Paulo: Nova Cultural, 2000. (Col. Pensadores)

TARDIF, Maurice. **Sabres docentes e formação profissional**.7.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

ANEXO

Pergunta norteadora com seus subitens:

Como você apresenta o LD ao aluno? Em que momento o aluno manipula o LD em sala de aula? De que forma isso é feito?

	Discursos	Esclarecimentos
P1(1)	Eu acho que não apresento, para o meu aluno, o livro não. Usar e manipular o livro em sala de aula? Quase todos os dias. Em Matemática eu acho uma área difícil para a gente conseguir conteúdo. Em sala de aula, praticamente, a gente trabalha com o livro. E, às vezes, eu pego outro livro para ir tirando exercícios e ir passando para eles.	Esta fala e entrecortada e a aparente espontaneidade do professor outras perguntas foram formuladas. O diálogo se processou como segue nas linhas seguintes.
Entrevistador	Então o livro, do qual se tira os exercícios, não é o mesmo adotado?	
P1(2)	Não é o mesmo. Mas eu procuro, às vezes, diversificar exercícios e pego de outro também. De outros livros que eu tenho porque, às vezes, não concordo com algum tipo de exercício.	
Entrevistador	Mas, se não concorda, por que não concorda?	
P1(3)	Porque, às vezes, tem-se que ver a realidade do aluno, e, às vezes, estou vendo que ele não está aprendendo com aquele tipo de exercício. Eu mudo de exercício para ver se ele vai conseguir com outro estilo. Cada autor tem uma metodologia e o exercício é diferente. Então, às vezes, eu acho um que é mais fácil e coloco para os alunos. Mas o livro independente do que eu acho é usado em todas as aulas. O coitado do aluno nem olha para ele.	Exercícios difíceis e não coerentes com a metodologia do professor motivam a adoção de outro(s) livro(s). Merece destaque o fato de o aluno não olhar para o livro adotado.

P2	Ele não traz aquilo que a gente explica para o aluno. É muito complexo. Os alunos reclamam.	P2 também é espontâneo, mas suas preocupações são outras. Responde mais do que lhe é perguntado, no entanto, a pergunta em foco é evitada ou simplesmente dá lugar a outras falas igualmente relevantes e que apontam para outras preocupações, no entender do professor, mais relevantes.
P3		Evita o assunto. Suas preocupações estão voltadas para os concursos. O livro adotado, no seu entender, não prepara o aluno para isso. É uma fala que não diz nada diretamente sobre o livro e seu uso mas traz revelações significativas nas entrelinhas.
P4(1)	O livro é apresentado ao aluno logo no início do ano, é assim na primeira aula.(...) Essa apresentação do livro é a distribuição dos livros para os alunos e então nas primeiras aulas se conversa com os alunos [...] comentando sobre a importância do livro, a questão da conservação.(...) Porque ali estão as informações que ele vai precisar durante o ano. São os assuntos que agente vai estar estudando. (...)	Sendo P4 um professor que se mostrou muito à vontade na entrevista, sua fala também suscitou outras perguntas.
Entrevistador	Então o senhor acha que o professor, em muitos momentos, utiliza muito o quadro e não o livro?	
P4(2)	É, em vários momentos a gente utiliza o quadro e não o livro, porque a gente busca informação em outra fonte que o aluno não tem fácil acesso e não está no LD.	

ELEMENTOS HISTÓRICOS E CULTURAIS DA MATEMÁTICA ESCOLAR NO ENSINO SECUNDÁRIO NO CONTEXTO AMAZONENSE NA PRIMEIRA DÉCADA DO SÉCULO XX.

Tarcísio Luiz Leão e Souza - UFMS

Luiz Carlos Pais - UFMS

RESUMO: Este artigo descreve os resultados parciais de uma pesquisa realizada com objetivo de analisar elementos históricos e culturais da Matemática Escolar no ensino secundário pertencente ao contexto Amazonense, referente ao período da primeira década do século XX. Como se trata de um período cujas fontes não estão facilmente disponíveis, a pesquisa está sendo conduzida no sentido de delinear um esboço geral do cenário educacional da época e destacar aspectos relativos ao ensino da Matemática escolar com um enfoque no ensino secundário, porém não se pretende perder de vista as relações existentes entre o ensino primário e normal. Entre as fontes usadas na realização da pesquisa estão relatórios elaborados pelos governadores do Estado do Amazonas, regulamentos de ensino da época e informações descritas na obra de Primitivo Moacyr, e livros didáticos de Matemática adotados nesse período. No aspecto teórico a pesquisa está sendo conduzida por meio de uma abordagem antropológica, na linha proposta por Yves Chevallard (1998) procurando destacar práticas e argumentos das instituições ligadas à educação e ao ensino da matemática escolar, sendo que essa visão teórica foi implementada por uma análise de conteúdo como instrumento metodológico. Outro suporte teórico adotado é a noção de cultura escolar, proposta por André Chervel. As constatações atuais permitem identificar a existência de uma relação entre os discursos e ações contidas nos relatórios governamentais, tanto do Estado do Amazonas como do Distrito Federal e também com o que acontecia na Europa, no campo mais amplo da educação escolar e em particular no ensino da matemática escolar. Mais, precisamente nossa intenção é persistir na tentativa de levantar aspectos praxeológicos, relacionados ao ensino da matemática escolar que de certa forma recebem respaldo no contexto cultural da educação destinada a elites locais.

Palavras-Chave: Educação Matemática no Amazonas, História da Educação, Livros Didáticos de Matemática.

1. Considerações iniciais

Este artigo descreve os resultados parciais de uma pesquisa desenvolvida no curso de Mestrado em Educação Matemática cujo objetivo é identificar e analisar elementos históricos e culturais do ensino da matemática escolar no ensino secundário no contexto amazonense no período da primeira década do século XX. A escolha do tema decorre da atuação de um dos autores como professor no Ensino Médio em escolas públicas da região e do interesse de compreender as raízes histórico-culturais das práticas vivenciadas nesse contexto. A explicitação do objeto da pesquisa passou por sucessivas redefinições para esclarecer as efetivas condições para realizar este estudo, em função das fontes identificadas e das referências teóricas específicas. Mais precisamente, o interesse é analisar práticas associadas ao ensino da Matemática escolar propostas por instituições representativas no contexto sócio-educacional da época.

A pesquisa está sendo conduzida com a intenção de destacar a existência de uma rede de instituições que influenciaram os rumos do ensino da Matemática escolar na região do atual Estado do Amazonas, destacando o Colégio Amazonense Pedro II, um histórico estabelecimento de ensino público da cidade de Manaus.

Um dos desafios encontrados consiste em procurar conduzir a análise histórica em sintonia com o contexto social e cultural, no qual os programas de estudo, os autores de livros didáticos, as metodologias usadas na época e os professores estavam inseridos. Mesmo que esses elementos estejam associados uns aos outros, a intenção é mostrar a maneira como as relações são exercidas e se materializam na rede que interliga as instituições escolares às outras instituições sociais.

Ao iniciar o trabalho, delimitamos nosso olhar no período mencionado para destacar os principais traços históricos educacionais concernentes ao contexto amazonense, visando ampliar as bases de nossas referências. Quais condições deram respaldos às práticas relativas ao ensino da Matemática escolar, implementadas nas escolas amazonenses no início do século XX?

Na busca de elementos de resposta a essa questão, torna-se necessário estar atento aos aspectos sócio-históricos, em vista do sucesso econômico decorrente da exploração da borracha, no período que vai de 1880 a 1910. Nesse período, várias obras culturais foram edificadas em Manaus e que prevaleceu nesta época no ideário da classe dominante um clima de euforia econômica, conforto e luxo. Nesse sentido, houve demanda por uma educação compatível com os interesses das elites. Estamos fazendo um recorte do nosso trabalho maior, por uma questão conveniente na condução de nossa pesquisa. Por outro lado, não é conveniente delimitar a pesquisa ao período do sucesso econômico, para que seja possível permitir levantar influências do fator financeiro nos rumos da educação. Se fizéssemos uma pesquisa muito pontual no tempo, considerando somente os anos de riqueza, poderíamos perder de vista os desafios e referências que antecederam esse período.

A partir dessas considerações e em conseqüência de discussões conduzidas no contexto do grupo de pesquisa no qual estamos inseridos, optamos em seguir a linha proposta por Chervel (1990), através dos conceitos associados de cultura e disciplina escolares, bem como a noção de praxeologia proposta por Chevallard (2002). Nesse sentido, definimos o seguinte objeto: **elementos históricos que evidenciam a existência de uma cultura escolar relativa ao ensino da Matemática escolar, no ensino secundário, que emergem do contexto amazonense no período de primeira década do século XX**.

Por ser a definição do objeto um dos aspectos mais importantes da pesquisa, entendemos que o mesmo deva ser bem detalhado por meio de objetivos específicos os quais são definidos para dar suporte ao trabalho. Nesse sentido, passamos a detalhar esses objetivos específicos.

Em primeiro lugar, pretendemos caracterizar os conteúdos propostos para o estudo da Matemática escolar em programas de ensino secundário no contexto amazonense no período de primeira década do século XX. Em seguida analisaremos os aspectos matemáticos e didáticos relativos aos estudos da Matemática escolar no ensino secundário nos livros didáticos que circularam no contexto amazonense na primeira década do século XX. A intenção de analisar os livros didáticos, no que diz respeito aos conteúdos e às metodologias propostas, assim destacar os objetivos e valores subjacentes às práticas predominantes. Posteriormente iremos contextualizar os aspectos metodológicos dos *"Planos de Estudo"* prescritos para o estudo da Matemática escolar em regulamentos amazonense do ensino secundário. Na continuidade, nossa intenção é descrever elementos dos programas de ensino definidos na legislação educacional, o que será feito em sintonia com as propostas educativas do contexto sócio-cultural da época. Por fim, pretendemos identificar os principais traços culturais e históricos da educação Matemática escolar que predominou no contexto amazonense do período de primeira década do século XX.

2. Aspectos do referencial teórico

O objetivo de caracterizar e analisar os conteúdos propostos para o estudo da matemática escolar em programa de ensino secundário no contexto amazonense será interpretado por nós através da concepção de Chervel (1990) dos conceitos associados de cultura e disciplina escolares. Neste sentido ao analisar os elementos dos *"Planos de Estudo"*, não pretendemos abrir mão do nosso olhar crítico, ao indagar pelas relações existentes em torno do saber escolar e do contexto social e cultural no ensino secundário amazonense. Ao seguir essa linha, estamos interessados em identificar através dos documentos, traços culturais que reforçam a proposta educacional, em sintonia com a realidade social e política da época. Para isso, a fim de compreender *a cultura escolar como um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar,* tal como expressa Dominique Julia (2001), identificamos traços de uma cultura escolar, típica da produção de conhecimentos existentes em escolas no Estado do Amazonas no período pesquisado.

Por meio da análise de conteúdo, contidos nos livros didáticos, relatórios elaborados por presidentes da Província do Amazonas, regulamentos de ensino e nos programas de ensino é possível contemplar este objetivo especifico acima citado que consiste em caracterizar e analisar os elementos dos *“Planos de Estudo”*. Por esse meio, pretendemos identificar conteúdos, métodos, recursos e elementos de linguagem praticados no contexto da pesquisa. Para isso, a partir dos conteúdos contidos nos livros didáticos, analisamos a maneira como os mesmos são distribuídos na seqüência priorizada pelos autores. Esses aspectos constituem elementos da vulgata, conforme define Chervel (1990), valorizada em certo momento da história da Educação Matemática.

Outro objetivo específico consiste em fazer uma análise praxeológica dos livros didáticos de Matemática adotados em escolas do Estado do Amazonas, no período acima mencionado. Entendemos que, muitas vezes, os livros didáticos têm uma história de sucesso que não depende somente do texto produzidos pelo autor e sim da convergência de poderes associados a sua adoção e comercialização. Esse tipo de análise tem uma componente do tipo hermenêutica, por tratar-se de uma permanente busca de significado das práticas e dos argumentos validados no contexto da nossa investigação. Assim, podemos dizer que esse tipo de análise tem uma componente didática, histórica e epistemológica, pois pretendemos fazer inferências nos próprios conteúdos dos *“Planos de Estudo”* propostos naquele momento no Estado do Amazonas. Adotando aqui a linguagem proposta pelo educador Chevallard (1998), podemos dizer que pretendemos analisar as praxeologias matemáticas e didáticas que estavam sendo instituídas no contexto amazonense no período de primeira década do século XX.

Na busca de elementos de resposta a essas questões, queremos entender as ligações entre a proposta metodológica e os referenciais que se entrelaçam nas dimensões histórica, didática e epistemológica. Assim, os “*Planos de Estudo*” passa a ser analisado por Chevallard (2002), ao localizar a atividade matemática no contexto das atividades humanas e sociais.

Na linha proposta por Chervel (1990) a escola é entendida como um local onde existe uma produção de conhecimentos. Embora não possamos identificar exatamente o sentido atribuído à noção de cultura escolar proposta por esse autor e aquela defendida por Chevallard (2002). Entendemos que esses dois autores defendem a existência de uma cultura produzida ou trabalhada nos espaços escolares, com uma posição diferente em relação ao grau de autonomia das instituições escolares.

Para implementar a análise, pretendemos identificar as instituições sociais que determinavam os rumos da educação amazonense na primeira década do século XX, através da materialidade dos livros didáticos adotados e nas práticas neles propostas. Segundo nosso ponto de vista, há uma conexão entre as abordagens metodológicas do ensino escolar e a rede de poder que permeia as instituições que predominam na proposta educacional de um dado momento. Em particular, as relações contidas em torno do saber matemático.

Ao adotar essas referências, fomos levados também a estabelecer um paralelo entre a noção de cultura escolar proposta por Julia (2001) e a noção de praxeologia proposta Chevallard (2002). Segundo o nosso entendimento, essas duas teorias se complementam no aspecto que iremos descrever a seguir.

As condutas a serem inculcadas e as praxeologias a serem dominadas no contexto escolar têm certas semelhanças, pois atrás de uma praxeologia existe uma dimensão matemática e uma didática. Mas, em torno de uma organização matemática, existem técnicas e tecnologias que os alunos devem aprender. Por outro lado, embutida nas organizações didáticas está também o domínio de certas técnicas didáticas as quais são concebidas a partir de um ponto de vista filosófico, portanto, revestido de viés ideológico. Desta maneira, as organizações didáticas escolares inculcam hábitos e comportamentos tal como concebe Julia (2001).

Quando identificamos uma praxeologia, existe em um conjunto de tarefas do mesmo tipo, que podem ser resolvidas por meio de uma técnica e os argumentos tecnológicos associados. Dessa maneira, a cultura escolar contida na proposta curricular constitui na chamada vulgata, conforme termo proposto por Chervel (1990), portanto, não deixa de conter a seleção de práticas a serem inculcadas na consciência do aluno.

Para analisar alguns elementos históricos relacionados ao ensino da matemática, estamos partindo do pressuposto que as práticas educativas de uma determinada época são concebidas, divulgadas e avaliadas em função de relações estabelecidas entre instituições que atuam no entorno das práticas escolares. A escola é uma instituição que participa dessa rede de relações. Porém, ela não tem o poder absoluto para determinar a natureza dos conhecimentos produzidos por alunos e professores. Desta forma, podemos compreender este fenômeno como sendo uma reação da sociedade, na tentativa de conservar uma cultura através da escola. Nessa nova visão, que concebe a escola como produtora de uma cultura diferenciada, verifica-se uma disputa pela produção cultural com outras instituições.

As práticas docentes e as normas existentes na proposta educacional sintetizam um acúmulo de experiências repassadas de geração em geração, não esquecendo que as regras instituídas são interpretadas por táticas implementadas no cotidiano da escola. No processo de depuração desse conjunto de práticas, ora as instituições externas tentam determinar a natureza das atividades realizadas na escola, ora esta instituição tenta impor uma outra prática concebida na linha histórica das disciplinas curriculares.

No que se refere ao ensino da matemática, para entender o sentido do conjunto de práticas mencionadas por Chervel (1990), somos levados a interpretar como sendo os exercícios, termo usado por este autor, os problemas, as demonstrações preservadas na história da Educação Matemática, registradas nos livros didáticos, exames, programas e em outras fontes de influência da transposição didática. A presença insistente desses exercícios registrados nos vários documentos escolares preserva práticas repassadas para outras gerações, tanto no que se refere ao exercício da docência como nas atividades discentes.

O desenvolvimento de técnicas não é algo que acontece nos limites da escola. Fora da instituição escolar, em outras instituições existem várias outras formas de pensar. Em outras palavras, o desenvolvimento de estratégias é algo inerente às instituições sociais.

Na linha proposta por Chevallard (2002), a atividade matemática é concebida como uma prática localizada no contexto mais amplo das instituições sociais. Para esse autor, fazer matemática não é uma atividade exclusiva da escola. Concordamos com a posição deste autor, lembrando aqui dos freqüentes exemplos de crianças que sabem resolver certos problemas do cotidiano que envolve o saber matemático, mas que não conseguem assimilar a formalidade prevista na cultura escolar. Este aspecto levanta um desafio a ser superado na educação matemática que consiste em aproveitar conhecimentos que as crianças têm, quando chegam à escola. Pois, os conhecimentos não são produzidos somente na escola. Existem conhecimentos produzidos por processos não formais, nem sempre incorporados pelo currículo escolar. Porém, é a formalização do saber que garante a habilitação do aluno para receber um certificado, tornando-o apto a prosseguir seus estudos ou ser absorvido pelo mercado de trabalho.

Dessa maneira, o referencial usado neste trabalho é constituído por duas teorias que se complementam em relação ao nosso objeto. A primeira delas trata-se da abordagem antropológica do estudo da matemática, proposta por Chevallard (2002), a qual propõe a localização da atividade matemática no contexto das práticas sociais mais amplas e procura despertar o compromisso da escola para essa fonte de referência. A segunda linha teórica é formada pelas noções associadas de cultura e disciplina escolares, propostas por Chervel (1990), em sintonia com as idéias de Michel De Certeau (2007) no que diz respeito à escrita da história. No caso do nosso trabalho, as práticas são consideradas em função das estratégias e táticas vinculadas ao contexto das instituições escolares.

Para contemplar a dimensão histórica, adotamos as noções propostas Michel de Certeau (2007), tais como estratégias e táticas praticadas no contexto das instituições e das práticas do cotidiano, em sintonia com as ideologias que lhes dão respaldo. Esse referencial é compatível com a abordagem proposta por Chevallard, no que diz respeito à existência de um paralelo que podemos traçar entre as tecnologias e as ideologias que lhes dão embasamento. Ao analisar livros didáticos pretendemos olhar as *práticas cotidianas*, no sentido proposto por De Certeau. Dessa maneira pensamos estar resgatando os momentos históricos em que se constituem os saberes escolares refazendo a historiografia educacional e didática da Matemática no Estado do Amazonas.

3. Análise da primeira década do século XX

Ao assumir o governo do Estado do Amazonas em 23 de julho de 1900, o Dr. Silvério José Nery, permaneceu no cargo até 23 de julho de 1904. Não fugindo de uma prática usual, dos governos anteriores, dois meses após tomar posse, esse governador publicou no Diário Oficial, um novo regulamento da instrução primária e secundária, oficializado pelo decreto n.º 448, de 25 de setembro de 1900. Em termos gerais, o regulamento previa que o ensino público amazonense compreenderia três segmentos: o ensino primário, o ensino secundário e o ensino normal.

Ao analisarmos a matemática do ensino secundário no Estado do Amazonas, no inicio da década do século XX, tinha como objetivo especial, preparar os alunos para o ingresso nos cursos superiores de acordo com o artigo 111 do decreto n.° 448 de 25 de setembro de 1900. Estamos entendendo que neste artigo, o aluno que não conseguisse continuar seus estudos no ensino superior obteriam um título de Bacharel em Ciências e Letras, desde de que obtivesse boas notas, nesta época um aluno aprovado era classificado em três níveis: “aprovado simplesmente” quando a média era cinco, seis ou sete, “aprovado plenamente” quando a média era oito ou nove e “aprovado com distinção” quando a média era dez. O aluno fosse aprovado simplesmente, no máximo seria servidor público. Neste sentido, lendo o artigo além do que está escrito, entendemos que a matemática tem um papel fundamental nesta preparação dos alunos em futuros cidadãos amazonenses, considerando o Ginásio Amazonense uma escola de formação da elite local.

Professores

Nos relatórios dos governadores que tomavam posse, geralmente reclamavam dos governos anteriores, pelo abandono da educação e pela falta de habilitação dos professores. Silvério José Nery não é a exceção, em seu pronunciamento de sua mensagem do dia 15 de janeiro de 1901 afirma "Para as cadeiras do magistério, em geral, o único título exigido era a incompetência" ou "O professor vivia licenciado ou adido", com essas afirmações o governo procura um bode expiatório para justificar o abandono da educação. Nesse sentido os professores de matemática também eram incompetentes, apadrinhados politicamente, doentes e preguiçosos de acordo com o relatório do encarregado da Instrução Pública do Estado do Amazonas. Entretanto é interessante destacar que Antonio Monteiro de Souza lente de matemática elementar, ingressou no magistério do Liceu Amazonense em 26 de março de 1895, por mérito de aprovação em concurso público, o que nos leva a crer que a competência desse professor foi reconhecida pelo poder público, autor de livro didático de matemática *Arithmetica* e *Arithmetica dos principiantes*, conforme informações levantadas por Correa (2006), obra premiada com a medalha de bronze na Exposição Nacional de 1908, um importante evento realizado no Rio de Janeiro para comemorar o primeiro centenário da abertura dos portos a nações amigas do Brasil, no governo do Presidente Affonso Augusto Moreira Pena (1847 – 1909). Nesse sentido, não podemos acreditar nas desculpas dadas pelos governadores, que a educação no Estado do Amazonas e particularmente a Educação Matemática era de péssima qualidade por culpa dos professores.

Metodologias

Conforme o relatório de Geraldo Matheus Barbosa de Amorim diretor do Ginásio Amazonense sobre os exames gerais de preparatórios de 16 de janeiro a 06 de fevereiro de 1903, *realizaram-se os exames gerais preparatórios, de 41 candidatos; sendo 07 para o curso de medicina; 10 para odontologia; 04 para farmácia; 11 para direito e 09 para engenharia*. Os exames gerais de preparatório era a forma que o governo federal tinha para selecionar os candidato para o curso superior. Este dispositivo foi herdado do governo imperial desde a década de 30 do século XIX. Os resultados obtidos por esses candidatos encontram-se resumidos pelo seguinte quadro, extraído do relatório do Diretor do Ginásio Amazonense enviado ao Diretor Geral da Instrução Pública do Estado.

Disciplina	Aprovado	Reprovado	Falta
Português	17	03	-
Francês	08	01	01
Inglês	03	-	-
Latim	04	-	-
Aritmética	16	04	07
Álgebra	02	-	-
Geometria	04	07	-
Geografia	11	-	-
História Universal	13	-	-

Física e Química	11	-	01
História Natural	07	-	-

Estamos interpretando os dados contidos no quadro acima como indicação de uma valorização diferenciada atribuída ao estudo das matemáticas escolares, *aritmética, álgebra e geometria,* no sentido de servirem de instrumento de seleção dos alunos que pretendiam ingressar em dos cursos superiores existentes no país, naquele momento. Os dados mostram que nos exames de álgebra, apenas dois alunos foram aprovados sendo este o menor índice absoluto de aprovação nas onze matérias, enquanto que índices de aprovação nos exames de língua portuguesa e de aritmética são os mais elevados em termos absolutos. Nesse sentido, somo levado a refletir pela diferença atribuída nos exames de aritmética e de álgebra, pois enquanto nessa disciplina aparece o menor número de aprovações, naquela aparece um dos maiores. Quais são os motivos que fundamentam essa acentuada diferença? Qual a verdadeira função exercida pelos exames de álgebra como uma das condições exigidas para o ingresso em cursos superiores das áreas de ciências humanas e biológicas? Quanto a esses aspectos reencontramos no contexto amazonense do inicio do século XX as mesmas constatações já levantadas por Valente (1999) no diz respeito às finalidades da inserção do estudo da álgebra como uma cultura escolar definida pelas instituições relacionadas à educação escolar a partir dos meados do século XIX.

4. Bibliografia

CERTEAU, Michel de. *A Invenção do Cotidiano. 1. Arte de fazer*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Porto Alegre: *Teoria e Educação, n. 2*, p. 177-229, 1990.

CHEVALLARD, Yves. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: une abordage antropologique.* In Atas da Universidade de Verão realizada na cidade de Rochelle. Clemont-Ferrand: Editora do IREM, 1998.

CHEVALLARD, Yves. *Organiser l'étude Ecologie e regulation.* Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática, La Pensée Sauvage. Grenoble: 2002.

CORREA, Carlos Humberto. *O circuito do livro didático no contexto amazonense*. Tese de doutorado defendida na Unicamp. Campinas: 2006.

JULIA, Dominique. *A cultura escolar como objeto histórico.* Revista Brasileira de História da Educação, Campinas, n. 01, pp 09-44, 2001.

MAGALHÃES, Justino. *A história das instituições educacionais em perspectiva*. In História da Educação em Perspectiva: ensino, pesquisa, produção e novas investigações. GATTI JUNIOR, Décio e INÁCIO FILHO, Geraldo (org), Editora Autores Associados. Campinas: 2005, (pp 91 – 103).

SOUZA, Monteiro de Souza. *Relatório do Governo do Estado do Amazonas apresentado à Assembléia Legislativa em dezembro de 1927*. Disponível no site http://www.bv.am.gov.br/portal/conteudo/serie_memoria/08_colegioDpedro.php, em 23 de março de 2008.

A MATEMÁTICA DO JOGO BOZÓ

Thatiana Sakate Abe - UFMS

RESUMO: O Bozó é um jogo de estratégia, que oferece uma combinação de sorte com raciocínio lógico, apesar da complexidade de suas regras, seu mecanismo é simples e direto, assim, o jogador precisa saber planejar seus lançamentos, desenvolver estratégias, refletir diante das possibilidades de ocorrência das faces e escolher a melhor pontuação para ter mais chances de vencer. Pode ser desenvolvido pelo professor de matemática em séries distintas, dependendo do objetivo a ser atingido e dos conceitos a serem trabalhados como operações elementares, tábua de Pitágoras, Análise Combinatória, Probabilidade, Estatística, regularidades, padrões, geometria, múltiplos e divisores. Do ponto de vista pedagógico, se apresenta como um rico instrumento facilitador na aprendizagem, pois desperta a simpatia daquele aluno sem aptidão matemática, porque no jogo, nem sempre aqueles alunos tidos como "bons de matemática", tem melhor desempenho, além de desenvolver no aluno certa agilidade mental e raciocínio lógico. O jogo tem um aspecto lúdico que motiva e desperta o interesse do aluno, mas deve ser trabalhado de forma adequada, como alerta os PCN, o jogar por jogar não surte efeito educativo, deve vincular-se aos processos de aprendizagem, com compreensão e significado, pois assim, permite que os alunos assumam uma postura crítica diante da situação apresentada, onde ele se torna mentor da construção do saber, desenvolvendo a capacidade de pensar, refletir, analisar, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las com autonomia, e o que é melhor de uma forma divertida, desmistificando a Matemática. Assim, neste trabalho, a partir do jogo Bozó, serão sugeridos alguns caminhos e alguns exemplos de como o jogo pode ser utilizado como ferramenta pedagógica, que ajude os alunos, a verem a matemática de uma forma mais divertida, e possam a partir daí compreendê-la, e a se interessar por ela.

Palavras-chave: Jogo Bozó. Resolução de Problemas. Educação Matemática.

A nova realidade da educação exige um aprimoramento constante, assim, no anseio de dinamizar suas aulas e envolver os alunos numa aprendizagem mais significativa, os professores sempre buscam técnicas alternativas à aula expositiva. Assim o jogo, do ponto de vista pedagógico, se apresenta como um rico instrumento facilitador na aprendizagem e "produtivo para o aluno no sentido de desenvolver sua capacidade de pensar, refletir, analisar, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las, com autonomia e cooperação" (Grando, 1997).

A proposta de jogos como recurso metodológico, através da perspectiva da Resolução de Problemas, procura contribuir para a reciclagem de conhecimentos relacionados com a Educação Matemática, pois o jogo tem um aspecto lúdico que motiva e desperta o interesse do aluno em aprender e pode vir a extrapolar as fronteiras da sala de aula.

No ambiente do jogo é impossível que o aluno tenha uma atitude passiva, ele assume uma postura crítica diante da situação apresentada, assim, ele se torna mentor da construção do saber, desenvolvendo a capacidade de pensar, refletir, analisar, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las com autonomia.

O professor pode assumir a postura de expectador e mediador interferindo na apresentação de novas situações que forcem a reflexão que conduzam a novas descobertas, sem nunca apresentar a resposta correta.

De acordo com os PCNs, Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, do Ministério de Educação e Cultura (MEC), em relação à inserção de jogos no ensino de Matemática, pontuam que estes *"Constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações [...]"* PCN´s (1998,p. 46).

Nesse contexto, através da Resolução de Problemas o jogo se torna uma importante ferramenta para o ensino da matemática, pois permite aos alunos compreenderem as relações e proposições matemáticas por si mesmos de uma forma divertida. Como afirma Malba Tahan (1968), "*Para que os jogos produzam os efeitos desejados, é preciso que sejam de certa forma, dirigidos pelos educadores"*, ou seja, o jogar por jogar não surte efeito educativo.

O objetivo do jogo em sala de aula não é apenas ensinar a jogar, ele precisa vincular-se aos processos de aprendizagem e ajudar o aluno a construir o seu conhecimento.

> "No caso particular da matemática, entre as finalidades práticas do jogo de classe, podemos destacar: **1) Desperta a simpatia pela matemática:** o jogo de classe faz com que o aluno (sem aptidão matemática) perca, por completo, qualquer sentimento de aversão por essa ciência. O aluno, treinado no jogo, interessa-se pelo resultado da partida, pelas vitórias de seu time (ou pela vitória) e passa a gostar da matemática. O jogo de classe dignifica a Escola. **2) Cálculo mental:** O jogo de classe, aplicado à matemática, desenvolve no aluno certa agilidade mental. O aluno adquire acentuada habilidade para o cálculo mental – o que é de grande utilidade para a aprendizagem. **3) Cultivo da imaginação:** certos jogos visam especialmente o cultivo da imaginação e tornam os alunos vivos e desembaraçados". (MALBA TAHAN, 1961).

Nesse contexto, o trabalho aqui proposto ocorre através de um jogo chamado Bozó, que significa: certo jogo de dados, segundo o Mini Aurélio Século XXI (2000, p. 107), e suas regras foram geradas a partir de alterações do jogo General que, como o Hooligan e o Iate, são umas das muitas variantes de um jogo de dados muito antigo chamado Yam, muito difundido no Brasil pela Grow nos anos 1970 e apresenta algumas semelhanças com o jogo de Poker, pois o resultado dos dados imita algumas de suas combinações, como o full hand, a seguida e a quadra.

O Bozó é um jogo de estratégia, que oferece uma combinação de sorte com raciocínio lógico, apesar da complexidade de suas regras, seu mecanismo é simples e direto, assim, o jogador precisa saber planejar seus lançamentos, desenvolver estratégias, refletir diante das possibilidades de ocorrência das faces e escolher a melhor pontuação para ter mais chances de vencer.

O jogo é muito difundido nos estado do Mato Grosso e Mato Grosso do Sul, onde o Bozó é jogado por crianças e adultos de todas as idades, inclusive pelos os índios que habitam a região, como foi registrado pelos pesquisadores Maurício Lima e Breno Nogueira em seu projeto Jogos Indígenas do Brasil, porém em outros estados do Brasil pouca gente tem conhecimento deste jogo.

As regras do jogo

O jogo é composto por cinco dados, um copo qualquer desde que não seja transparente, usualmente é utilizado o de couro ou de chifre de boi, papel e caneta para registrar os pontos.

Pode ser jogado em duplas ou individuais, e não há limite de jogadores, porém muitos jogadores tornam o jogo muito demorado, o que não é interessante se a intenção é pedagógica, o ideal seria jogar em dois (um contra o outro) ou em quatro (dupla contra dupla).

O objetivo do jogo é completar todas as dez casas do tabuleiro, portanto cada jogador tem direito a três tentativas, em cada jogada, e pode parar quando lhe for conveniente, ou seja, ele pode parar na primeira ou na segunda tentativa e fazer sua pontuação.

Na primeira tentativa obrigatoriamente devem ser jogados todos os cinco dados, depois são separados os dados que são convenientes, e jogam-se novamente os dados que sobraram, isso poderá ser feito também na segunda e terceira tentativas, podendo inclusive jogar todos os dados novamente, mas após a terceira e última, a escolha da marcação deve ser efetuada.

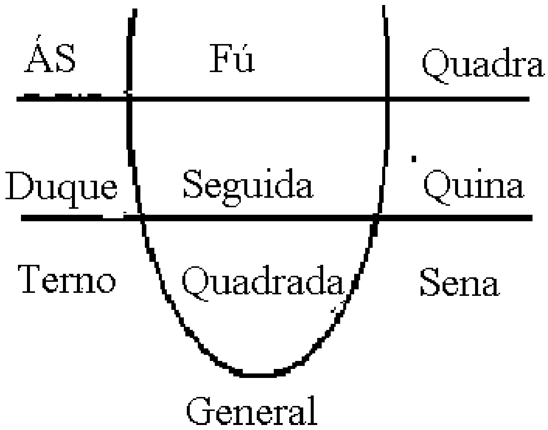
Em toda jogada deve se marcada uma das casas do tabuleiro, não existe uma ordem estabelecida, mas se não houver possibilidade de marcação, deve-se cancelar uma das casas ainda não marcadas, nesse caso o jogador perde o direito de marcar pontos nessa casa pelo resto da partida e quando se jogar em duplas, apenas após cada um deve fazer sua jogada, deve-se se fazer a escolha da melhor marcação no tabuleiro.

O jogador também tem a opção de “Pedir Baixo”, e só serão válidas as faces de baixo dos dados, mas essa escolha deverá ser feita antes de se levantar o copo.

Se conseguir Fú, Seguida, Quadrada ou General, na primeira jogada, é dito “de Boca”, e são adicionados 5 pontos ao valor original da casa, por exemplo: seguida na primeira jogada dos dados, chama-se “seguida de boca” e ao invés de 30 ganha-se 35 pontos.

O jogo termina quando todos os jogadores preencherem suas dez casas no tabuleiro, soma-se os pontos e ganha o jogador ou a dupla que obtiver mais pontos.

Tabuleiro



Como fazer a pontuação

Ás: soma das faces de um, que conseguir em três tentativas, de 1 a 5 pontos;

Duque: soma das faces de dois, que conseguir em três tentativas, de 2 a 10 pontos;

Terno: soma das faces de três, que conseguir em três tentativas,de 3 a 15 pontos;

Quadra: soma das faces de quatro, que conseguir em três tentativas, de 4 a 20 pontos;

Quina: soma das faces de cinco, que conseguir em três tentativas, de 5 a 25 pontos;

Sena: soma das faces de seis, que conseguir em três tentativas, de 6 a 30 pontos;

Fú: Um grupo de dados com três faces iguais mais outro grupo com duas faces iguais, vale 20 pontos, se for Fú de Boca e vale 25 pontos, exemplos (2, 2, 2, 5 e 5) ou (6, 6, 6, 3 e 3);

Seguida: Cinco faces diferentes em seqüência, vale 30 pontos, e se for Seguida de Boca, vale 35 pontos, tem apenas duas possibilidades, (1, 2, 3, 4 e 5) ou (2, 3, 4, 5 e 6);

Quadrada: Um grupo de quatro dados com faces iguais, não importando o valor do quinto dado, vale 40 pontos e se for Seguida de Boca vale 45 pontos, exemplos (2, 2, 2, 2 e 6) ou (5, 5, 5, 5 e 3);

General: Todas as cinco faces iguais, vale 50 pontos, e se for General de Boca , 55 pontos, exemplos (1, 1, 1, 1 e 1) ou (6, 6, 6, 6 e 6);

Metodologia

Para trabalhar com jogos é necessário, que sejam trabalhados de modo a fazer o aluno ultrapassar a fase da mera tentativa e erro, ou de jogar por pura diversão. Por isso, a escolha da metodologia de Resolução de Problemas, por permitir a exploração do potencial dos jogos no desenvolvimento do aluno, como o raciocínio lógico, intuitivo, e não de forma mecânica, pois se deve incentivar, instigar o aluno a pensar no processo, e não jogar mecanicamente.

Na Resolução de Problemas, cada estratégia, ou jogada desencadeia um série de questionamentos, como: Esta é a única jogada possível? Se houver outra alternativa, qual escolher e porque escolher esta ou aquela? Terminado o problema ou a jogada, quais os erros e porque foram cometidos? Ainda é possível resolver o problema ou vencer o jogo, se forem mudados os dados ou as regras?

Ou seja, as situações do jogo representam uma boa situação-problema, desde que o professor saiba propor interessantes questões aos alunos, potencializando suas capacidades, para compreender e explicar conceitos matemáticos, seu papel muda de comunicador do conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, e principalmente incentivador do processo de construção do saber pelo aluno, apenas intervir dando questionamentos, que os levem a mudança de hipóteses, a descoberta de novos caminhos, mas nunca dar a resposta certa.

Um dos cuidados que o professor deve tomar, e que deve ser pré-requisito fundamental antes de introduzir um jogo em sala de aula, é o de estudá-lo previamente, o que só é possível jogando e pelas análises de suas próprias jogadas, é que o professor irá poder entender bem o jogo, saber das possíveis dificuldades que seus alunos encontrarão e ter condições de propor as questões certas para atingir o seu objetivo e que irão auxiliar seus alunos a construir seu saber através da análise das situações que se apresentam no decorrer do processo.

Ao se trabalhar com jogos através da Resolução de Problemas, o professor deve ter em mente que os resultados não virão de imediato e talvez encontre problemas, quanto ao questionamento de seu trabalho, por parte de superiores e até de pais de alunos, pois como Borin (2004, p.12) afirma: *quando usamos o jogo em sala de aula, o barulho é inevitável, pois só através de discussões, é possível chegar-se a resultados convincentes*, de fato, é nessa "bagunça construtiva", que se dá o clima, e a motivação para o jogo, e para a aprendizagem.

"Frente a um jogo de regras, por exemplo, em dupla, num tabuleiro de damas, ou em grupos maiores, brincado de "pega-pega" no pátio do colégio, ou ainda num desafio solitário como na Torre de Hanói, antes de mais nada, configuramos a situação como um a questão a ser pensadas para ser resolvida, dentro de um clima de diversão e entretenimento, o que favorece a motivação e o envolvimento, e , portanto, a percepção e o raciocínio" (Oliveira, V.B., 2005).

O professor deve ter conhecimento que num jogo não existe uma estratégia vencedora, cada aluno constrói a sua, o importante é fazer com que o aluno as registre, para ter história das suas jogadas, poder refletir sobre elas, e assim desenvolve-las ainda mais, pois o importante é o processo, não o produto final.

Aplicando o Bozó

Seguindo a metodologia, para se trabalhar com jogos, antes de começar a aplicação em sala de aula, jogamos o Bozó, discutimos e analisamos nossas próprias jogadas para compreender o jogo, e a partir daí conseguir propor questões que iriam auxiliar e incentivar os alunos a jogar, desenvolvendo seu raciocínio lógico e intuitivo, para não deixar que fiquem apenas no jogar por jogar, ou seja, por pura diversão, além, de poder fazer uma previsão das dificuldades que encontrariam, de início, no compreender das regras, e depois nos questionamentos que poderiam fazer em cima de suas jogadas.

A partir dessas discussões, o processo foi separado em dois estágios, o do Saber Jogar, período onde ele compreende e executa as regras, sem se dar conta das suas marcações, mas com o tempo, jogando, entra no estágio do Jogar Bem, onde já começa a fazer previsões, questionamentos, começa a analisar não só o seu jogo, mas o do seu oponente e a partir daí, o aluno formula e pratica suas estratégias, e é nesse momento que ocorre a aprendizagem e o desenvolvimento do seu raciocínio, que é o mais importante, e também elaboramos um roteiro de como melhor seria apresentado o jogo e suas regras em sala de aula.

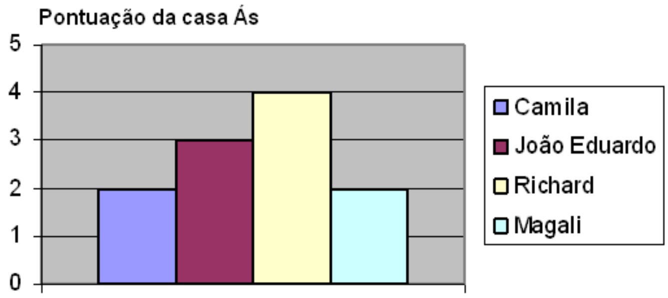
Na primeira experiência explicávamos primeiro as regras e depois eles jogavam em quatro (dupla contra dupla), porém percebemos que os alunos tiveram muita dificuldade em aprender a jogar, pelo fato do Bozó ter muitas combinações diferentes para cada casa do tabuleiro, e se tornou muito difícil a compreensão do jogo.

A solução foi explicar durante uma partida, daí então, dessa forma foi possível a compreensão do jogo, porém durante a explicação era inevitável que falássemos algumas estratégias, e também percebemos que em duplas, quando um já compreendeu o jogo, não deixa o seu parceiro tomar suas próprias decisões e assim aprender com seus erros e acertos, o desestimulando de certa forma.

A solução encontrada foi inicialmente explicar as regras passo a passo, para melhor compreensão e antes de jogar, cada um individualmente vai aprender a fazer a pontuação de cada casa.

A primeira casa é a do Ás, onde se coloca o valor da soma de todas as faces de um que se conseguir em três jogadas. Todos jogam e cada um anota em seu tabuleiro os pontos que fez, e os resultados também podem ser postos numa tabela e até em um gráfico, como nos exemplos abaixo, e assim você pode trabalhar com tabelas e gráficos.

	Ás	Duque	Terno	Quadra	Quina	Sena	Fú	Seguida	Quadrada	General	Total
Camila	2										
João	3										
Richard	4										
Magali	2										



Depois de preencher casa do Ás, faz se o mesmo procedimento com as outras casas na seqüência Duque, Terno, Quadra, Quina, Sena, Fú, Seguida, Quadrada e General, no final somam-se todos os pontos ganha quem fizer mais pontos.

Na segunda parte, os alunos continuam a jogar individualmente, porém com um diferencial, não haverá ordem de preenchimento das casas, ele vai escolher conforme a sua jogada qual melhor pontuação fazer, lembrando que ao final de cada jogada deve-se preencher ou até anular, no caso de não haver possibilidade, uma das casas do tabuleiro.

Os alunos na primeira parte vão compreender como são feitas as jogadas, a marcação e a pontuação de cada casa, além das regras do "pedir baixo" e do "de boca", já na segunda vai entender como funciona o jogo, e depois eles vão realmente jogar e o ideal é que inicialmente seja de dois (um contra o outro), para que não ocorram interferências em seu raciocínio, é a partir daí que o aluno começa a pensar estrategicamente, período onde o aluno passa do "saber jogar" para o "jogar bem".

Um fator interessante, que percebemos, é que não são todos os alunos tidos como "os melhores" em matemática, são os melhores no jogo, o que serve de estímulo, e pode diminuir bloqueios apresentados por alguns alunos.

Quando a criança brinca, demonstra prazer, o jogo, é um grande laboratório, é interessante e desafiador, um modo diferente de aprender, assim aconteceu com muitos alunos. O Bozó utiliza principalmente a soma e a multiplicação, ganha quem obter mais pontos, assim, os alunos se esforçaram, se interessaram em aprender a somar e multiplicar corretamente, pois não queriam perder, e a todo momento, a cada jogada, além de conferir seu resultado também conferem o do seu adversário.

Muito melhor que uma lista de exercícios tradicional, num jogo de Bozó o aluno faz inúmeras contas, faz de cabeça, raciocina rápido, quer ter logo o resultado. Alguns alunos do quarto e quinto ano que não sabiam nem montar uma soma se sentiram motivados a aprender, pois precisavam saber se ganharam ou perderam, sem nenhuma obrigação e um aluno em particular espantou sua professora, pois segundo ela, ele nunca havia se interessado pelas aulas de matemática.

É claro que ao trabalhar com jogos, o barulho é inevitável, mas é uma bagunça construtiva, mas na fala da professora Fernanda Machado, quando apresentamos o jogo para seus alunos, em razão do desconforto de alguns professores que estavam presentes, *o barulho faz parte do jogo*.

Algumas possibilidades metodológicas do Bozó

Quando se trabalha com jogos na educação, o que menos importa é o jogo em si, assim, dele extraímos muito mais, com seu baixo custo, apenas um copo e cinco dados, que podem ser confeccionados pelos alunos, podendo ser trabalhado noções de geometria, figuras geométricas, área, valor posicional das faces dos dados (soma dos lados opostos sempre sete), geometria espacial.

O Bozó pode ser desenvolvido pelo professor de matemática em séries distintas, dependendo do objetivo a ser atingido e dos conceitos a serem trabalhados como múltiplos e divisores, operações elementares, tábua de Pitágoras, análise combinatória, probabilidade, estatística, regularidades, algebrização.

Nosso objetivo é que os conceitos aqui desenvolvidos com este jogo possam contribuir como recurso metodológico mais atraente para conteúdos já vistos.

Vejamos, na tabela abaixo, as possibilidades de pontuação das casas: ás, duque, terno, quadra, quina e sena:

	1 dado	2 dados	3 dados	4 dados	5 dados
Ás (face 1)	1	2	3	4	5
Duque (face 2)	2	4	6	8	10
Terno (face 3)	3	6	9	12	15
Quadra (face 4)	4	8	12	16	20
Quina (face 5)	5	10	15	20	25
Sena (face 6)	6	12	18	24	30

Perceba as regularidades da tabela, se somarmos as linhas e colunas:

	1 dado	2 dados	3 dados	4 dados	5 dados	Total	
Ás (face 1)	1	2	3	4	5	15	1x3x5
Duque (face 2)	2	4	6	8	10	30	2x3x5
Terno (face 3)	3	6	9	12	15	45	3x3x5
Quadra (face 4)	4	8	12	16	20	60	4x3x5
Quina (face 5)	5	10	15	20	25	75	5x3x5
Sena (face 6)	6	12	18	24	30	90	6x3x5
Total	21	42	63	84	105	315	21x3x5
	1x3x7	2x3x7	3x3x7	4x3x7	5x3x7	15x3x7	

As somas das colunas são sempre múltiplos de sete, que é uma característica interessante do dado, a soma dos seus opostos, é sempre sete. Os alunos aplicam bem no jogo, quando pedem baixo,usam a subtração, e múltiplos de três, pois se perceber a propriedade da soma dos eqüidistantes, sempre resulta três números iguais, em cada coluna, já nas somas em linha, são múltiplos de três e cinco, não esquecendo que são três as tentativas e são cinco os dados.

Na propriedade da soma de eqüidistantes está implícito, o termo, somas mágicas, que são somas de números aparentemente diferentes, que tem o mesmo valor, por exemplo, na primeira coluna temos três somas mágicas do sete, (1 e 6, 2 e 5, 3 e 4), na segunda coluna, catorze, (2 e 12, 4 e 10, 6 e 8). É importante fazer o aluno explorá-las.

A primeira linha e coluna da tabela de possibilidades são múltiplos de um, a segunda linha e coluna são múltiplos de dois e assim em diante, que é a principal característica da Tábua de Pitágoras (tábua de multiplicação, que pode ter infinitos números, aplicável a qualquer multiplicação), portanto, trata-se então, de uma parte da Tábua:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	55	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	66	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	77	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144
13	13	26	39	52	65	......	......	.....	.....	......	.....	......

E a Tábua de Pitágoras, tem alguns padrões interessantes, e explorá-los, como sugere o Ruy Madsen Barbosa, pode tornar a multiplicação estimulante, por exemplo, se escolher um número ao acaso, como o 70, e somarmos seus cantos, 54, 72, 66 e 88, temos 280, que é igual a 4x70, pegue qualquer outro, o 4, por exemplo, e somando os cantos 1+3+3+9, encontramos 16, que novamente é 4x4! Será que é válido, para qualquer número central?

Para verificação, é só sugerir cada aluno escolha seu número central e faça a soma, se todos verificarem que a soma dos quatro é o quádruplo do central, significa que descobriram um novo padrão.

E a partir daí o professore deve instigar e desafiar seus alunos a encontrarem outros padrões, fazer questionamentos, como: E se o número central estiver nas laterais, como o 4 (*de 4x1*) ou 3 (*de 1x3*)? Se forem dois ou mais números centrais, o padrão seria o mesmo? Ao invés de apenas os números dos cantos, a soma de todos em volta, ou em cruz? Como fazer a verificação/prova do padrão?

Quando se fala em jogo de dados, já está implícita a probabilidade, aliás, foram com os jogos desse tipo, os chamados jogos de azar, que Pascal e Fermat, por correspondência, estudaram um antigo problema "*dois jogadores com igual perícia são interrompidos* *enquanto jogam um jogo de azar por uma certa quantia de dinheiro. Dada a pontuação do jogo naquela altura, como deve ser dividida a aposta?".* Começou, assim, um estudo sobre o total de pontos no lançamento de dados, sendo o inicio de fato a Teoria das Probabilidades, pois já vinha sendo estudada, pelos algebristas italianos Paccioli, Cardano e Tartaglia (séc.XVI), mas, que se limitaram apenas em resolver problemas.

Assim, o Bozó também pode ser utilizado para o ensino de Probabilidade e Combinatória. O professor pode começar com questionamentos simples sobre chance em cima das escolhas de seus alunos no jogo, fazer atividades com caráter investigativo e só depois formalizar conceitos.

Conclusão

Os jogos no ensino da matemática, tem tido a sua importância bastante questionada, pelo fato da criança realmente aprender matemática brincando, mesmo com a intervenção do professor, porém ao trabalhar a matemática por meio de jogos deve-se levar em conta a importância da definição dos conteúdos e das habilidades presentes nas brincadeiras e o planejamento de sua ação, fazendo com que o jogo não se torne um mero lazer.

O professor ao trabalhar com jogos deve valorizar seu papel pedagógico, desencadeando de um trabalho de exploração dos conceitos matemáticos, além da elaboração de estratégias de resolução de problema pelos alunos, sua mediação deve ser considerada. É necessário que se questione o aluno sobre suas jogadas e estratégias para que o jogar se torne um ambiente de aprendizagem e recriação conceitual e não apenas de reprodução mecânica do conceito, como ocorre na resolução de uma lista de exercícios, e é preciso, que se tome consciência, que é um processo lento e difícil, por isso, o mediador não deve desanimar.

Há muito mais a ser explorado no jogo Bozó, neste trabalho há apenas uma pequena amostra e alguns exemplos, de como pode ser utilizado como ferramenta pedagógica, espero que seja muito útil para professores e principalmente que ajude os alunos, a verem a matemática de uma forma mais divertida, e que possam a partir daí compreendê-la, e a se interessar por ela.

Referências Bibliográficas

EMERIQUE, P.S. Isto e aquilo: jogo e "ensinagem" matemática. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** M. A.V. Bicudo (org.). São Paulo: Editora Unesp, 1999, p.185-198.

GRANDO, R.C. A construção do conceito matemático no jogo. **Revista de Educação Matemática.** SBEM – SP, ano 5, no. 3, janeiro/97.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar: combinatória, probabilidade**. 6.ed. São Paulo: Atual, 1993, v.5.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática: 1ª a 5ª séries**. 3ª Edição. São Paulo: Ática, 1991, 175p.

KRULIK, S., REYS, R.E. (Orgs) **A Resolução de Problemas nas Matemática Escolar**. Trad. H.H. Domingues, O. Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 360p.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Aprendendo com Padrões Mágicos**. São Paulo: Publicações da SBEM-SP, 2000, 169p.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Trad. H.L. de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

BORIN, J., **Jogos e Resolução de Problemas: Uma Estratégia para as aulas de matemática**. 5ª edição - 2004, São Paulo: IME-USP, vol. 06.

SCHUWARTZ, G. M. **O processo educacional em jogo: Algumas reflexões sobre a sublimação do lúdico.** Licere, v.1., p.66-76,1998.

BOZÓ. http://www.barcelona.educ.ufrn.br/B.htm - acesso em 20/fev./2009

ATIVIDADES COM CALCULADORA: UMA ANÁLISE DE ATIVIDADES PROPOSTAS EM LIVROS DE MATEMÁTICA DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Vanja Marina Prates de Abreu - UFMS

Luiz Carlos Pais - UFMS

RESUMO: Este artigo faz parte de uma pesquisa em fase de conclusão e apresenta uma análise parcial de nove livros didáticos 5º ano do Ensino Fundamental que apresentam propostas de atividades que exploram a calculadora que tem por objetivos analisar as orientações fornecidas pelos PCN relativas ao uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental; identificar as atividades que fazem uso da calculadora em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e identificar a Organização Didática e Organização Matemática nas atividades matemáticas que fazem uso da calculadora nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Algumas perguntas nos motivaram à pesquisa como: É possível fazer da calculadora uma aliada no estudo da matemática? Como é feita sua utilização na resolução de atividades nos livros didáticos? O que diz os PCN, PNLD e o Guia do Livro Didático sobre este assunto? O referencial teórico fundamenta-se na Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Ives Chevallard. Pretendemos nesta pesquisa fazer uso da etnografia voltada para a educação, dentro de um contexto que André classificou como sendo uma pesquisa do tipo etnográfica. Os resultados apontam que o uso da calculadora está presente nos livros didáticos como recurso didático sugerindo a possibilidade de conciliar o estudo da matemática através de atividades propostas.
PALAVRAS-CHAVE: Praxeologia, Livro Didático, Calculadora, Resenhas do PNLD e PCN

1. DEFINIÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO

Esta pesquisa tem como objeto **o papel da calculadora na atividade matemática**. Para o estudo desenvolvemos um objetivo geral que é **analisar propostas de uso da calculadora em atividades matemáticas em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Norteada pelos seguintes objetivos específicos: 1º Analisar as orientações fornecidas pelos PCN relativas ao uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental; 2º Identificar as atividades que fazem uso da calculadora em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental; 3º Identificar a Organização Didática e Organização Matemática nas atividades matemáticas que fazem uso da calculadora nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Para a realização desse estudo utilizamos a abordagem antropológica de Yves Chevallard (1999) como referência para analisar o objeto de pesquisa e como referencial metodológico apoiamo-nos na abordagem tipo etnográfica, segundo os estudos de Marli André (2002). Algumas questões nortearam a pesquisa que desenvolvemos, tais como: **é**

possível fazer da calculadora uma aliada no estudo da matemática? Como é feita sua utilização na resolução de atividades nos livros didáticos? O que diz os PCN, PNLD e o Guia do Livro Didático sobre este assunto?

Antropologia (o que é inerente à essência humana), ou seja, as atitudes comuns que acontecem em qualquer sociedade como, por exemplo, o ato de se casar que acontece nas sociedades das mais primitivas às mais modernas, assim como a matemática, também é uma atividade humana comum a qualquer civilização. A teoria antropológica tem como ponto de partida um universo em que tudo é objeto e por sua vez tem sua propriedade *ostensiva* (materialidade) e *não ostensiva* (idéias, conceitos, axiomas, crenças). As pessoas, as instituições, as coisas materiais, os pensamentos da pessoa, as noções que se utilizam em uma instituição, constituem-se em objetos e as relações entre eles surgem como resultado da atividade humana. Nessa articulação, podem construir com sua atividade novos objetos, que se consideram existentes no sentido que há uma relação entre a pessoa (ou a instituição) e o novo objeto. A existência destes não se considera de maneira absoluta, senão como o resultado da relação entre dois objetos.

A teoria Antropológica do Didático teve por idealizador Yves Chevallard, historicamente ela se desenvolveu a partir da década de 80 junto com a Transposição Didática. Nesse sentido, podemos compreender algumas premissas fundamentais que fazem parte dos pressupostos[22] da TAD, segundo a abordagem de Yves Chevallard:

Partimos de um primeiro pressuposto segundo o qual toda prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, por meio de um sistema de tarefas relativamente bem definidas que se desdobram no fluxo da prática. Isto quer dizer, que qualquer ação humana pode ser vista e analisada por diferentes filosofias sob um olhar de ângulos diferentes visto que cada instituição possui filosofias diferentes. Neste aspecto, pensamos em olhar para o "fazer" matemática sob o olhar da TAD, mais especificamente optamos por fazer um recorte no ensino da matemática, pensamos então, **em analisar o papel da calculadora, suas possibilidades exploradas em atividades matemáticas nos livros didáticos do 5º ano do Ensino Fundamental**.

Para Yves Chevallard, praxeologia é uma organização que articula um bloco prático-técnico (saber-fazer) e um bloco tecnológico-teórico (saber). Ele se propôs a distinguir as *praxeologias* que podem se construir em qualquer instituição seja ela a escola ou o livro

[22] Extraído das discussões do estudo do livro Estudar Matemáticas o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem, no grupo de pesquisa. Coordenador: prof. Dr. Luiz Carlos Pais, UFMS.

didático (onde se estuda esse objeto). A *abordagem praxeológica* é, portanto um modelo para análise da ação humana institucional e são descritas em termos das quatro noções a seguir:

(Tipo de) tarefa ou Exercícios _ T (Tipo de) Técnica_ τ Tecnologia_ Θ Teoria _ Θ

Essas noções permitem a modelização das práticas sociais em geral e das atividades matemáticas em particular. Uma atividade matemática é composta tanto por uma *organização matemática* quanto uma *organização didática*, e estas são amplas porque se interligam com outros conceitos que muitas vezes não fazem parte da matemática. Por exemplo, a estrutura aparente que é apresentada em uma atividade matemática pode apresentar-se em forma textual, ilustrada com desenhos, figuras, fotos, gráfico, enfim, usar um colorido no formato da fonte ou no próprio papel. Na linguagem, podem ocorrer termos como comparar, observar, pintar, recortar, ou seja, tudo que não é uma particularidade da matemática, mas que foi apropriado para a apresentação de uma determinada atividade.

A tarefa evoca uma ação, o que é para fazer na sala de aula, e ela divide-se em gênero de tarefas que podem ser: calcular, demonstrar, construir. A palavra *técnica* vem do grego, *tékhne* e indica um "modo de fazer" e que pode ter singularidades próprias de quem executa a ação, mas, que permite realizar as tarefas de forma sistemática e explícita. A palavra *tecnologia*, do grego *tékhne* para técnica e *logos* o discurso que interpreta e justifica a técnica e a abrangência de sua aplicabilidade e validade, e a *teoria associada a uma técnica* e uma *tecnologia* – é um discurso amplo que serve para interpretar e justificar a tecnologia.

Pretendemos nesta pesquisa fazer uso da etnografia voltada para a educação, dentro de um contexto que André (2002) classificou como sendo uma pesquisa do tipo etnográfica. O livro didático (nossa principal fonte de pesquisa) que também é para Chevallard considerado como uma instituição é visto não de forma isolada, mas, também pertencente a um conjunto de outras instituições (escolar, familiar, social...) que tem sua história construída através das relações no meio da qual ele está inserido. Marli André classificou a instituição escolar de acordo com a função que ela desempenha, a estas, denominou-as de dimensões praxeológica que podem ser a institucional ou organizacional, instrucional ou pedagógico e sociopolítica/cultural são estas dimensões que formam o corpo da escola. O fato é que qualquer instituição seja ela um único indivíduo ou formada por uma estrutura como a que André definiu a instituição escola, tem uma ação, que pode ser analisada pelo ponto de vista de suas tarefas.

A pertinência entre ambas está em fazer o diálogo da Teoria Antropológica do Didático proposto por Chevallard e olhar este cenário visto através destas três dimensões e saber que é possível articulá-las através da análise por meio das praxeologias das tarefas proposta por este autor. Portanto, este elo de pertinência entre a etnografia e a Teoria Antropológica do Didático, pode ser através de sua práxis, cada ação ser considerada uma tarefa, que tem uma técnica uma tecnologia que justifica esta técnica e uma teoria que lhe ampara.

O que justifica fazer uso da pesquisa do tipo Etnográfica para se estudar o papel da calculadora em atividades matemáticas? Para responder a esta pergunta podemos começar olhando o percurso dela em sala de aula. A calculadora já tem história para ser contada, embora entrando timidamente e com muita resistência, ou seja, sua trajetória na educação é digna de ser registrada para posteridade. Como a Etnografia tem esta função de reconstruir a história de algo por meio da descrição dos relatos dos sujeitos que a vivenciaram, ou mesmo da pesquisa de documentos que fazem parte deste processo, nesta pesquisa usamos como fonte os PCN, o PNLD/2007 de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental e livros didáticos.

2.1. DESCRIÇÃO DA PESQUISA

As etapas que precederam este trabalho foram de leituras dos PCN, leitura do Guia do livro didático e resenha do PNLD/2007 com o objetivo de extrair-lhes as unidades de significados que dizem respeito não só ao uso da calculadora em si como um recurso didático, mas, como alguns componentes que consideramos de fundamental importância em uma atividade matemática, por isso dizemos que estes pertencem ao entorno desta atividade matemática. A seleção dos livros didáticos também tinha como critério ser elogiado por propor o uso da calculadora em suas atividades e estas pertencer ao grupo das temáticas em que convergiram as unidades de significados. Sendo assim, algumas palavras fizeram parte das unidades de significados, as quais passamos a destacá-las a seguir. Propõe **atividades** em diferentes níveis de complexidade; **Contextualiza** as atividades nas práticas sociais; **Articula** a matemática com outras áreas do conhecimento; Induz o aluno a **sistematizar** o conhecimento, não se antecipando a ele; Valoriza o cálculo mental e incentiva o aluno a elaborar seu próprio **procedimento** de cálculo; Propicia momentos de utilização dos **recursos didáticos**; Diversifica **técnicas didáticas**, de modo a promover o interesse e participação dos alunos; Utiliza diferentes **linguagens** de modo a levar o maior número de alunos à compreensão do conteúdo proposto.

Com base nos critérios acima, selecionamos 9 livros didáticos de matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, os quais são por nós indexados pelos nomes L_1, L_2, ... L_9, cujos autores podem ser identificados pelo quadro no quadro abaixo. E destes, selecionamos 41 atividades as quais estão sendo transcritos e agrupados em tipos de tarefas. Esta é uma parte da pesquisa que demanda mais tempo e ainda está em andamento. Apresentamos uma análise parcial de um tipo de tarefa.

LIVRO	AUTOR	COLEÇÃO	ANO	EDITORA
L_1	Eduardo Sarquis Soares	Matemática com Sarquis	2004	Saraiva
L_2	Marília Centurión	Porta Aberta matemática	2006	FTD
L_3	Iracema Mori	Novo Viver e Aprender Matemática	2007	Saraiva
L_4	Luiz Roberto Dante	Vivencia e construção	2002	Ática
L_5	Luiz Márcio Imenes Marcelo Lellis Estela Milani	Matemática Para Todos	2005	Scipione
L_6	Marinez Meneghello e Ângela Passos	De olho no Futuro	2005	Quinteto
L_7	Elizabeth dos Santos França Carla Cristina Tosato Cláudia Miriam Tosato Siedel	Idéias & Relações	2006	Positivo
L_8	Daniela Padovan Isabel Cristina Guerra Ivonildes Milan	Matemática Projeto Presente	2004	Moderna
L_9	Organizadora: Editora Moderna	Projeto Pitanguá Matemática	2005	Moderna

Quadro 1 – Relação dos livros didáticos analisados.

Tipo de Tarefa T_1 – Operações com números naturais usando calculadora

Fornecendo imagens de calculadoras ou a sua solicitação escrita em língua materna, ou mesmo em forma de desafio, resolver operações com números naturais usando a calculadora sejam $a - b = c$, sendo que ($a \geq b$); sejam $a \times b = c$; $a + b = c$; $a \div b = c$, sendo que ($a \geq b$) . Utilizando as técnicas do livro.

Técnica usada para resolver tarefas do tipo T_1

1º passo – fazer ou não uma estimativa através de calculo mental do valor atribuído a cada operação sugerida;

2º passo – anotar o valor estimado no caderno ou escolher dentre as opções fornecidas;

3º passo - digitar o algarismo representado pela letra “a” na calculadora;

4º passo – digitar o sinal representado na atividade;

5º passo – digitar o algarismo representado pela letra “b”;

6º passo – digitar o sinal de igualdade;

7º passo – conferir o resultado da calculadora, com o valor estimado.

No que diz respeito aos **elementos tecnológicos** associados à técnica acima descrita, entendemos serem os conceitos associados ao sistema de numeração decimal.

A **teoria** que o Tipo de Tarefa T_1 pertence é o **estudo da aritmética**, onde se estuda as operações numéricas. Os PCN dizem que utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades possibilita o aluno construir estratégias de cálculo algébrico. (PCN p. 64)

A seguir, descrevemos três tarefas que consideramos pertencer ao Tipo de Tarefa $T_{1,}$ mencionado acima.

1 - O livro inicia colocando uma imagem da calculadora dizendo: “... muitas pessoas usam a calculadora para fazer cálculos mais complicados ou obter o resultado mais rapidamente”. Em seguida demonstra como usá-la solicitando a resolução das operações “247 x 1506=”; “1279 + 75546=”. Os algarismos tanto quanto os símbolos operatórios aparecem dentro de caixas coloridas com os dizeres digite para os números e tecle para os sinais de adição, multiplicação e igualdade. Indica também a seqüência a ser digitado usando setas que apontam para a próxima tecla a ser usada. (Pág. 79, L_4)

2 - Nesta atividade o livro apresenta as operações indicadas nas letras “a”, “b” e “c” dentro de retângulos com fundo azul e os números estimados sugeridos à frente de cada operação para serem escolhidos pelo leitor, dentro de retângulos bipartidos, onde de um lado fica o número estimado com a cor de fundo do retângulo azulado e do outro lado vazio e sem cor de fundo, indicando que este espaço está destinado para ser marcado com um x, caso o número seja o escolhido como o correto. Na atividade “a” o livro pede que se faça uma estimativa da operação 169: 8, marcando um x entre as opções “7, 8, 20, 30, 40 e 200”. Na atividade “b” também solicita a estimativa da operação 315: 6, marcando um x nas opções “5, 10, 50, 60, 70 e 100”. Na atividade “c” a operação fornecida é 126: 12, e o número estimado podem como resposta pode ser uma destas opções “6, 7, 8, 10, 20 e 50”. (Pág. 221, L_3)

3 - O livro inicia demonstrando como se faz os três passos, resolvendo o exercício de letra “a”. No exemplo o aluno deveria digitar 10 e usar os três passos para se obter 100.

No primeiro passo a sugestão é somar 10 + 20 obtendo 30 como resultado, no segundo passo, multiplicar este resultado por 4 o que totaliza 120, e finalmente subtrair 20 deste total, dando o resultado esperado que é 100. Para se resolver as outras atividades o livro coloca algumas regras como: Na atividade "b" usar somente os sinais de adição e subtração, começar no número 16 e chegar até 120, além de usar os 3 passos, fazer de 3 maneiras diferentes as operações. Na atividade "c" usar somente a multiplicação e a divisão, começar do número 1 e chegar até 448, registrando os 3 passos utilizados na resolução. Na atividade "d" deixou a critério do aluno a escolha dos números e das operações, que depois de ter preparado o desafio, deve dar a outro colega para resolvê-lo e conferir se este fez os 3 passos. (Pág.80, L_4)
Os momentos que nos identificamos na realização destas tarefas, foram os momentos de trabalho com a técnica, houve momentos de exploração de reencontro e até de avaliação da técnica, porque são técnicas que os alunos já conheciam e já passaram por elas em outras fases de sua vida escolar.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora não tenha feito parte deste artigo, não podemos deixar de mencionar a diversidade de tarefas apresentado nos livros didáticos que nos inspiram a criar nossas próprias técnicas de trabalhar com a calculadora. É importante que o aluno faça estimativas prévias, domine conceitos matemáticos necessários à resolução das atividades, mas também é importante que nos permitamos aprender como eles. A organização didática no quais muitos livros didáticos apresentam suas atividades inclui e até sugerem variantes, propõem discussão em grupo, instiga, desafia, diverte enfim tornam situações cotidianas tão próximas da realidade do aluno que o fazer matemática deixa de ser uma tarefa árdua.

REFERÊNCIAS

BOSCH, M; CHEVALLARD, Y; GASCON, J. **Estudar matemática o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais 1997.**

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático 2007**.

FARIAS, Kátia Sebastiana Carvalho dos Santos. **A representação do Espaço nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande. 2008.

MERLEAU-PONTY, M. **Psicologia e pedagogia da criança.** Tradução de Ivone C. Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da Matemática Uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte, MG, 2005.

PAIS, Luiz Carlos. **Metodologias de Ensino da Matemática: Aspectos Históricos e Tendências atuais.** Disponível em: www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC05613078220T.doc acessado 02/04/2008.