MESTRADO
em
Educação Matemática

UFMS

IV SESEMAT

SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

04 e 05 de março de 2010
Campo Grande - MS

O SESEMAT

A área de concentração Educação Matemática caracteriza-se pela realização articulada de projetos e de outras ações educativas voltadas para a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Seus princípios unificadores são a indissociabilidade entre as características próprias do saber matemático, a especificidade do seu ensino e de sua aprendizagem no contexto escolar e a utilização dos recursos tecnológicos necessários para expandir as condições do trabalho docente.

Nesses quatro últimos anos, com a criação do Programa de Pós-Graduação em Educação matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, houve um grande aumento do número de pesquisadores sul-mato-grossenses nessa área. Tal aumento comprova as expectativas dos professores que participaram da criação desse programa.

Atualmente, três grupos de pesquisa são desenvolvidos pelos professores do programa, juntamente com os mestrandos em educação matemática e doutorandos em educação, seguindo as linhas de pesquisa: ensino e aprendizagem, formação de professores e história da educação matemática escolar. Diante desses estudos, o Estado de Mato Grosso do Sul desponta no cenário nacional da pesquisa em educação matemática.

Consolidamos o avanço da pesquisa nessa região, com a realização do SESEMAT – Seminário Sul-Mato-Grossense de pesquisa em Educação Matemática que congrega, particularmente, pesquisadores desse estado, apresentando suas pesquisas concluídas ou em fase de conclusão. Reforçamos que a metodologia proposta nesse evento difere-se da de outros, pois todos os participantes assistem e debatem sobre todos os temas apresentados.

O I SESEMAT, realizado em 2007, teve como principal objetivo dar início as atividades do Curso de Mestrado em Educação Matemática. Embora esse fosse o objetivo primeiro do evento, percebeu-se o interesse de pesquisadores da região em participar do Seminário, pois o mesmo seria um meio de divulgação das pesquisas em andamento e concluídas no estado de Mato Grosso do Sul. Sendo assim, criaram-se expectativas para a segunda edição do evento em 2008.

Dessa forma, em 2008, a realização do II SESEMAT contou com a participação dos alunos da Pós-Graduação em Educação Matemática da UFMS, assim como de pesquisadores de outras instituições da região. Novamente, o evento superou as expectativas quanto ao número de participantes e foi recomendado pelos mesmos para a realização no próximo ano.

Em 2009, o III SESEMAT foi organizado e executado pelos acadêmicos do Curso de Mestrado em Educação Matemática da UFMS, sob a coordenação dos professores do PPGEduMat. Tal fato revela o interesse e comprometimento de jovens pesquisadores por essa área. Considerando o maior número de membros na comissão organizadora, o evento teve, pela primeira vez, a confecção dos anais, com número de ISSN, para publicação das comunicações orais. Além disso, a participação de pesquisadores de outros estados confirmou, uma vez mais, a importância do evento para a região e, em especial, para a área de Educação Matemática.

Em 2010, novamente com a participação dos mestrandos do PPGEduMat, e, em especial, com apoio financeiro concedido pela FUNDECT – Fundação de Apoio ao Desenvolvimento do Ensino, Ciência e Tecnologia do estado de Mato Grosso do Sul houve a realização do IV SESEMAT. Nesse ano, devido à parceria da referida instituição, foi possível realizar a impressão de cadernos de resumos, a edição dos anais e, principalmente, a ampliação do número de palestrantes externos a Instituição.

COMISSÃO ORGANIZADORA

Adriana Barbosa de Oliveira
Adriana Ramires Ribeiro
Adriano Da Fonseca Melo
Aparecida Santana Chiari
Daniely Regina Kaspary dos anjos
Edilson de Moura
Ellen Fedrigo
Enoque Silva Reis
Everton Melo de Oliveira
Fernanda Gamarra M. Ferreira
Jane Carmem Magalhães
Karla Jocelya Nonato
Katia Guerchi Gonzales
Katiane De Moraes Rocha
Luiz Carlos Pais
Maria Aparecida Silva Cruz
Marilena Bittar
Nivaldo Alves de Souza Marques
Paulo Humberto Piccelli
Pedro Hiane
Pedro Roberto Miguel Arakaki
Thatiana Sakate Abe
Tarcisio Luiz Leão e Souza
Valdir Ferreira marques Filho
Vera Fátima Corsino de Almeida

COMITÊ CIENTÍFICO

Bernardete Maria Andreazza Gregio
Dejahyr Lopes Junior
Edileni Garcia Juventino de Campos
José Luiz Magalhães de Freitas
Luiz Carlos Pais
Marilena Bittar
Patrícia Sandalo Pereira

APOIO

FUNDECT – FUNDAÇÃO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO DO ENSINO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DE MATO GROSSO DO SUL

UFMS – UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

TRABALHOS

CONFERÊNCIA DE ABERTURA

RE-SIGNIFICAÇÃO: UMA AÇÃO NECESSÁRIA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DO EDUCADOR MATEMÁTICO E NA PESQUISA
PROF. DR. CRISTIANO ALBERTO MUNIZ – UNB

TRABALHOS COMPLETOS

PROCEDIMENTOS DE VERIFICAÇÃO DE IGUALDADES ALGÉBRICAS POR MEIO DO JOGO DE QUADRO

SIGNIFICADOS FENOMENOLÓGICOS DA ORIENTAÇÃO PEDAGÓGICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL DE GEOMETRIA

UMA ANÁLISE DAS TÉCNICAS UTILIZADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS DO PRIMEIRO GRAU

UMA TENTATIVA DE ARTICULAÇÃO ENTRE A TAD E OS CONCEITOS DE HABITUS E CAMPO DE BOURDIEU NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A TRANSPOSIÇÃO DO SABER CIENTÍFICO GEOMETRIA FRACTAL PARA O SABER ENSINAR

O ESTUDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES NO TRATADO DE ÁLGEBRA ELEMENTAR DE JOSÉ ADELINO SERRASQUEIRO: UM ENFOQUE NA RESOLUÇÃO PELO MÉTODO DE BEZOUT

A TRAJETÓRIA DA PESQUISA DE ENSINO/APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO PERÍODO DE 1998 A 2007: ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS

DIVISÃO DE FRAÇÕES: UMA ANÁLISE DAS PRAXEOLOGIAS E DO DISCURSO DOCENTE

SITUAÇÕES-PROBLEMA COMO PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS PARA ESTUDAR MATEMÁTICA: PRÁTICAS DE ACADÊMICOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ASPECTOS HISTÓRICOS E CULTURAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA PROVÍNCIA DO MATO GROSSO (1840-1890)

DE MÃES À PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL E A DEMONSTRAÇÃO EM MATEMÁTICA

O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: CONSIDERAÇÕES SOBRE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ESTUDOS DE UM GRUPO EM FASE PREPARATÓRIA PARA O VESTIBULAR SOBRE DIVISIBILIDADE

A ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DA INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA EM UM MANUAL DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

A ARITHMETICA ELEMENTAR ILUSTRADA DE ANTONIO BANDEIRA TRAJANO: UMA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA

A DIMENSÃO DA LÍNGUA E DA LINGUAGEM NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES INDÍGENAS

PÔSTER

A UTILIZAÇÃO DO ESCALONAMENTO NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

PROCESSO SELETIVO PARA O ENSINO SUPERIOR: ANÁLISE DE MUDANÇAS NAS PROVAS DE MATEMÁTICA

ENSINO DE PROBABILIDADES: VISÃO CLÁSSICA, FREQUENTISTA E GEOMÉTRICA

Re-significação: uma ação necessária na formação continuada do educador matemático e na pesquisa

Cristiano Alberto Muniz - UnB
Lady Sakay - UnB

RESUMO: Este artigo pretende compreender os processos de re-significação no campo da educação matemática de duas professoras de séries iniciais envolvidas num projeto de pesquisa-ação de re-educação matemática desenvolvido pela FE-UnB numa escola pública do DF. O estudo centra-se na análise de um projeto de pesquisa-ação que vem sendo desenvolvido há seis anos, composto por um professor da UnB, três mestrandas, duas alunas da pedagogia de iniciação científica (PIBIC) e dezesseis alunos da Pedagogia que participam de estágios, todos sob a orientação do referido professor.

O projeto de pesquisa-ação e a pesquisa desenvolvida

O projeto Mediação do Conhecimento Matemático: re-educação matemática utiliza a pesquisa-ação como metodologia e tem como objetivo geral estudar as possibilidades de mudar o quadro de situação de dificuldade na aprendizagem da matemática nas séries inicias a partir de mudanças no processo de intervenção didática, ou seja, realizando novas formas de mediação do conhecimento matemático ao longo das aulas. Contempla ainda em um de seus objetivos específicos favorecer uma integração entre professores regentes e alunos da Universidade num processo de realização de uma pesquisa-ação, voltado, sobretudo à formação inicial e continuada do professor-pesquisador no campo da Educação Matemática. Para atingir seu objetivo geral este projeto tem se constituído num rico espaço de formação continuada para os profissionais da escola.

A metodologia da pesquisa-ação adotada é orientada em função da resolução de problemas e de objetivos de transformação, podendo ser aplicada em diversos campos de atuação. Assim sendo busca a compreensão e interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas. É um tipo de pesquisa que não trata do nível individual, não sendo também utilizada no enfoque com grupos maiores. Ela dá ênfase, do ponto de vista sociológico, à análise das diferentes formas de ação, considerando que a ação só se manifesta num conjunto de ralações sociais estruturalmente determinadas.

A questão da mudança é o cerne do problema na pesquisa-ação, independente de qual tipo ou classificação que receba. A pesquisa-ação como coloca Barbier (2004) serve como instrumento de mudança social, e está mais interessada no conhecimento prático do que no conhecimento teórico. Desta forma os membros de um grupo estão em melhores condições de conhecer sua realidade do que as pessoas que não pertencem ao grupo, não se dissociando a produção de conhecimento dos esforços feitos para levar à mudança. Mas para que isso ocorresse os pesquisadores passaram a integrar tal grupo, sendo aceito por eles, e principalmente se comprometendo com as práticas educativas, num papel mais de facilitador, contudo, sem se restringir a um consultor para resolver problemas.

Passar do conhecer ao agir não é tarefa simples e Thiollent (2005) expressa esse processo de maneira clara dizendo que a passagem do conhecer ao agir, no contexto das ciências sociais. É uma estratégia de conhecimento ancorada na ação, trata-se de transformar as idéias em ações.

> [...] "se reflete na estrutura do raciocínio, em particular em matéria de transformações de proposições indicativas ou descritivas em proposições normativas ou imperativas. Isto supõe que seja estabelecido algum tipo de relacionamento entre a descrição de fatos e normas de ação dirigida em função de uma ação sobre esses fatos ou de transformações dos mesmos." (THIOLLENT, 2005, p.43)

Sendo uma das participantes desta pesquisa e refletindo sobre a mesma, trago então o pesquisador inglês Elliott sob o olhar de Pereira (1998, p.155), para discutir um pouco melhor o foco da pesquisa enquanto espaço de formação do professor, objeto de minha pesquisa. Ela explicita em sua pesquisa que este autor tem contribuído de forma progressiva para a formação de professores e principalmente na construção de uma didática renovadora em teoria e prática. Identifico nesta abordagem a perspectiva na qual tenho percebido a ação de pesquisa que vem sendo desenvolvida nesta escola. A afirmação de Pereira (1998, p. 157) expressa que a pesquisa-ação é um meio de apoio à aprendizagem profissional docente. Esta aprendizagem tem sido concretizada por todos os participantes da pesquisa, seja em seus trabalhos acadêmicos apresentados, seja nos resultados que tenho acompanhado especificamente das duas professoras. Eu, particularmente, integrei o grupo de pesquisa em abril de 2005 a dezembro de 2005, totalizando aproximadamente 300 horas de imersão no contexto educacional, nesta primeira etapa. A princípio participei de vários momentos de coordenação, para que selecionasse a série e os professores que seriam participantes da pesquisa, inicialmente como uma observadora.

Pesquisar dentro de um espaço de investigação já constituído propiciou um avanço no sentido da aceitação, abertura e compreensão do papel do pesquisador no contexto escolar.

Ao buscar compreender os processos de re-significação no campo da Educação Matemática o grupo da quarta-série foi escolhido por ter proporcionado algumas situações que considerei interessantes, podendo citar principalmente: as falas francas, participações efetivas e questionadoras durante as atividades, demonstrações de desestabilizações - principalmente em função do não domínio de alguns conteúdos, dentre outras. Nesta série as quatro professoras se mostraram receptivas a participar da pesquisa. Escolhi duas professoras: Ana Carolina e Laura[1]. Ana Carolina tem 37 anos, é formada em Pedagogia, tem vintes anos de experiência com séries iniciais, destes, dezesseis anos na primeira série. Ela está a oito anos nesta Escola. É o terceiro ano com a turma de quarta série. Laura tem 30 anos, é formada também em Pedagogia. Trabalha como professora há cinco anos. Já atua há dois anos com turmas de quarta série. Este é o seu segundo ano nesta Escola. Pelo tempo de observação participante que passei a realizar especificamente, a partir de maio de 2006, nas duas turmas, pude perceber que elas se encontram em momentos profissionais bastante distintos o que aguçou e apontou perspectivas interessantes para o estudo. Vale ressaltar que em momento algum será feito um estudo comparativo do desenvolvimento destas duas professoras. O que buscaremos fazer é analisar estes dois momentos diferentes em que se encontram.

Na observação participante priorizei os dias em que houve as aulas de matemática, fincando o período integral das aulas, e os momentos de coordenação[2] que acontecem no dia de sexta-feira com a participação de quatro professoras e pesquisadores da graduação e pós-graduação e o orientador do projeto de pesquisa-ação, que participa quinzenalmente destes momentos. Foram analisados os momentos de planejamento e as atividades desenvolvidas em sala de aula.

Compreendendo os processos de re-significação no campo da Educação Matemática: na práxis pedagógica e da pesquisa

O professor atua em vários contextos: o pessoal, o social e cultural e o profissional. São espaços que não podem ser observados de forma estanque, pois estes contextos estão ligados, formam uma rede que é percorrida e ao mesmo tempo é tecida pelo professor. A construção do seu conhecimento se dá na relação individual e coletiva. Individual, pois carrega toda uma história pessoal que é construída no processo de ensinar e aprender e na organização do seu trabalho pedagógico, que é filtrada por suas concepções sobre o que seja a escola, a matemática e sua formação. Para refletir sobre estes contextos podemos citar uma passagem da história de vida de uma das professoras.

> (...)Então sexta série eu já fiz aqui em Brasília. E aí, sexta, sétima e oitava série, eu tive o mesmo professor. Ele que dava aula de matemática pra todas as séries. Ah, o professor de matemática [risos]. Porque quê que eu to falando. Professor de matemática! Engraçado, as outras matérias eu não [foi tranqüilo] é assim, tinha uma professora de história horrível! Péssima! Ela não dava aula! [...] Agora o de matemática, menina! Aquele professor! Ele não era um mau professor! Assim, eu penso que era um professor que sabia bem a matéria. Ele sabia muito bem aquela matéria que ele tava ensinando. Só, que!! Nossa o regime dele de trabalho era terrível!! Ele! Ele humilhava os alunos. [...] Ela adorava chamar no quadro pra pessoa errar! Nossa!!Esses que não prestava atenção, ai é que ele chamava mesmo! Aí errava, aí ele escrachava! Escrachava de cima até embaixo! Nossa senhora, eu ficava no meu lugar, assim, ai que horror! Aquilo me fazia mal, né! [...] Mas, no momento em que eu entendi que eu tinha que decorar fórmulas, que não adiantava eu querer ficar pensando e entendendo. Olha só!! Eu cheguei a essa conclusão, não posso ficar tentando entender isso. Eu tenho que olhar, decorar, memorizar e fazer. E eu tenho dificuldade de memorizar. Eu sou uma pessoa que tem dificuldade de memorizar as coisas. (ANA CAROLINA, 2006)

Ponte e Saraiva (2003) colocam que toda a mudança contém, inevitavelmente, elementos de incerteza. Estas perspectivas dão consistência à idéia de que ensinar é uma atividade pessoal que se relaciona com a forma como o professor se vê como profissional. A mudança do professor está, assim, relacionada com o eu profissional e com o contexto social. Podemos então compreender que os adultos aprendem quando lhes são fornecidas oportunidades para refletir com base na sua experiência vivida e aprendem fazendo, tirando partido das situações que combinam ação e reflexão. A mudança é um processo que leva o seu tempo e que passa pela alteração das crenças, conhecimentos e formas de trabalhar do professor e isso só ocorre se ele experimentar o novo face ao velho e refletir sobre os seus respectivos méritos. Tal mudança tem implicações ao nível do papel que o professor atribui a si mesmo como professor e do papel dos alunos na sua própria aprendizagem.

Este contato negativo que Ana Carolina teve com a Matemática deixou marcas negativas em sua trajetória, mas por outro lado serviu como um parâmetro para saber o que ela não queria ser enquanto professora. Em suas aulas tem organizado a turma sempre em dupla para proporcionar a comunicação entre os pares, não exige o decorar e sim o compreender, realiza sempre a auto-avaliação com a turma. Suas participações no momento de coordenação têm sido sempre na busca da compreensão, do porque do conteúdo, fica elaborando e discutindo o como abordará o conteúdo trabalhado nos encontros quinzenais. Não tem receio de se mostrar insegura e buscar auxílio como ocorreu numa aula em que teve dúvidas sobre a leitura de uma quantidade com vírgula e confirmou comigo que estava em aula. A seguir continuou trabalhando e consegui exemplificar para os alunos outros exemplos. Ao final da aula comentou o quanto teve consciência naquele momento o quanto estava dominando os números decimais e conseguindo aplicar em sala de aula.

Para Ponte (1994) a concepção dos professores não diz respeito a objetos ou ações bem determinadas, mas antes se constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar. Tem, portanto uma natureza essencialmente cognitiva e atuam como uma espécie de filtro[3]. Tenho percebido que as experiências que teve como aluna não limitou sua atuação, pelo contrário, tem buscado novas formas de trabalhar a matemática para não repetir com seus alunos a prática de seu professor. Esta construção tem se dado no coletivo, momentos de discussão em grupo que tem sido propiciado pelos encontros quinzenais do grupo, sendo social e historicamente construída pelas relações que se dão nestes contextos do qual participa.

> A identidade não é um dado adquirido, não é uma propriedade, não é um produto. A identidade é um lugar de lutas e de conflitos, é um espaço de construção de maneiras de ser e de estar na profissão. Por isso, é mais adequado falar em processo identitário, realçando a mescla dinâmica que caracteriza a maneira como cada um se sente e se diz professor. (NÓVOA,1995, p. 16)

A professora Laura tem buscado construir sua identidade ao longo de sua pequena trajetória profissional. Coloca que tem tido e sentido muitos momentos de conflitos, principalmente no primeiro ano em que estava iniciando nesta escola, e ao mesmo tempo estava participando de um projeto de pesquisa e sendo um sujeito de minha pesquisa. Foram mudanças bruscas e intensas, tão fortes que tem sido objeto de reflexão no qual externalizou numa fala durante a avaliação do projeto neste primeiro semestre de 2006:

> (...) este ano estou mais leve. A gente quer fazer diferente, mudar, aproveitar muito, tudo o que é trabalhado aqui, mas não consegue tudo. No ano

> passado estava angustiada, perdida. Esse ano já usei tudo da caixa matemática. (LAURA,2006)

Segundo Ponte (1994) o conteúdo das discussões reflexivas evoluiu ao longo do tempo, centrando-se inicialmente nos conceitos matemáticos a lecionar e mais tarde na reflexão sobre a prática e na intervenção fora da escola. Tal evolução revela um aumento de confiança dos professores em si mesmos, relativamente ao seu conhecimento profissional. Esta evolução reflete que o desenvolvimento profissional é progressivo, continuamente ao longo da carreira.

A observação da prática destas duas professoras tem reforçado este posicionamento colocado por Ponte, é o que tenho percebido. A professora Ana Carolina em sua formação no curso PIE lhe proporcionou momentos de reflexão sobre sua prática. A professora Laura colocou que sua formação no curso de Pedagogia, por ainda não estar atuando em sala, não lhe permitiu um aproveitamento mais aprofundado do que estava aprendendo.

O domínio dos conceitos matemáticos que serão lecionados ainda se constitui num problema sério da atuação dos professores das séries iniciais. Durante os encontros quinzenais é necessário trabalhar de forma prática os conceitos utilizando instrumentos para que os professores possam construir os conceitos matemáticos. É necessário desconstruir, desestruturar os conceitos cristalizados para re-significar o conhecimento matemático. Um instrumento cultural, já obsoleto, como a calculadora ainda é tabu na sala de aula, não sendo dominado pela maioria dos professores em sua utilização. Após um encontro quinzenal de estudo onde foi trabalhado o uso da calculadora, a professora Laura, mesmo não dominando completamente a sua utilização, se lançou no desafio de trabalhar com os alunos e conseguiu, mesmo que de forma introdutória, explorou o instrumento e os números decimais, percebendo também a utilização da calculadora para trabalhar a estrutura das expressões numéricas.

Muniz (2004) atribui ao professor um papel fundamental, seja como promotor do processo de aprendizagem seja como organizador do ambiente pedagógico, a mediação constituída à partir da pessoa e de recursos culturalmente situados. Temos observado que uma das grandes barreiras vivenciadas pelas professoras tem sido no sentido de perceber, reorganizar e agir sobre o que Pais (2002) denominou tempo didático e o tempo de aprendizagem, de acordo com a teoria de Chevallard. O tempo didático é aquele presente nos programas escolares em cumprimento a uma exigência legal e o tempo de aprendizagem é aquele vinculado com rupturas e conflitos do conhecimento, do aluno e do próprio professor, que exige uma permanente reorganização de informações, carregado de toda complexidade que é o ato de aprender. Houve um estudo coletivo do currículo da matemática no início do Projeto buscando minimizar os problemas relacionados a tempo didático, principalmente com relação de quantidade de conteúdo e o momento em que podem ser introduzidos. Trazer para os professores esta reflexão aflora o poder de autoria que o professor tem em sala de aula. A decisão também é dele, passa por ele permitindo que saia de um papel de cumpridor de programa para elaborador e responsável pela organização dos conteúdos buscando contemplar o tempo de aprendizagem. Este tempo de aprendizagem requer do professor uma reflexão e uma mudança de concepção mais profunda. A professora Ana Carolina consegue trabalhar com mais tranqüilidade, respeitando o tempo de aprendizagem de sua turma sem, entretanto deixar de trabalhar o que foi programado. Consegue diversificar o atendimento em suas aulas e a escola também se organizou para atender os alunos em situação de dificuldade em horário contrário.

> As crianças realizaram uma atividade de literatura, em grupo de quatro, e uns foram terminando primeiro. A professora foi realizando a correção em sua mesa e à medida que foi corrigindo e liberando os grupos solicitou que quem não tivesse terminado a atividade de elaboração de problemas do dia anterior fosse terminando e os que já tivessem terminado que pegassem o jogo da tabuada para ir jogando. (ANA CAROLINA – 06/06/2006)

O processo de organização da mediação passa pelas concepções que o professor carrega sobre o que seja o papel da escola, o seu papel, a aprendizagem, a organização espacial da sala e a sua ação em sala. A professora Laura tem procurado trabalhar mais com os alunos em grupo pois esta é uma dificuldade que tem tentado vencer. Ainda não consegue diversificar a sua forma de atendimento, centralizando muito os momentos de correção das atividades em sua pessoa. Trabalha com os alunos em correções no quadro e dá possibilidades de respostas diferenciadas, mas ainda tem dificuldades em proporcionar estes momentos em todas as correções que realiza. Tem a preocupação latente com o tempo didático, achando sempre que está atrasada e precisa recuperar o tempo.

O projeto de pesquisa: espaço de formação continuada

Ponte (1992) coloca que a relação existente entre as concepções e as práticas dos professores tem um caráter interativo, porque suas concepções e saberes acontecem nas dinâmicas funcionais em que estão integrados, sendo o caráter coletivo o principal responsável pela evolução destas concepções e práticas. Explicita ainda que não é fácil traçar a linha demarcadora entre o componente individual e o componente coletivo do processo de construção do conhecimento, mas diz que é impossível negar o aspecto decisivo da segunda, principalmente no que se refere aos saberes que intervêm de forma significativa nas práticas sociais. Sabemos que não se separa o eu pessoal do eu profissional e que o componente coletivo de construção do conhecimento é decisivo na profissionalização do professor. Os espaços coletivos criados e construídos ao longo do desenvolvimento deste projeto têm demonstrado o quão importante é fomentar a reflexão coletiva sobre as práticas desenvolvidas na escola. Digo na escola porque não se pode isolar a sala de aula como único espaço da ação, pois a gestão deve e tem estado sempre presente nas tomadas de decisão, bem como tem gerido os processos de forma coletiva. Só para citar alguns exemplos existe o conselho participativo com alunos, representante de pais, equipe de apoio e professores, semestralmente. O conselho escolar é atuante, tendo pais e funcionários gerindo o dia-a-dia da escola. O coletivo é um ingrediente sentido em todos os setores da escola.

Os momentos de coordenação são, para minha pesquisa, um *lócus*[4] que tenho percebido uma demonstração da importância de projetos como este sejam desenvolvidos ***na*** escola e não ***sobre a*** escola.Os professores trazem suas angústias do dia-a-dia, desenvolvem estudos sobre conteúdos a serem trabalhados, utilização de instrumentos didáticos e culturais na aulas, re-significam conceitos e práticas. É impressionante como professores e pesquisadores aprendemos diariamente.

Os espaços de convivência criados entre alunos da graduação, pós-graduação, professor UnB, professores da escola e demais funcionários da escola geram aprendizagens que não existiriam se o Projeto não estivesse na escola. Um momento de intervalo na sala dos professores tem rendido momentos valiosos de reflexão sobre a prática pensada e a concretiza. Reflexões acerca das concepções que temos e desenvolvemos sobre o que é ser professor acontecem de forma despretensiosa em momentos como esse.

A presença dos pesquisadores da pós-graduação em sala tem sido, para mim, momentos em que posso apoiar e contribuir, como também aprender mais sobre a organização e funcionamento da sala de aula e sobre o quanto o desenvolvimento profissional é dinâmico quando se tem espaços de interação, de troca e construção de conhecimento profissional.

Quando Ponte (1992) coloca que é fundamental distinguir entre o saber que é imposto ao indivíduo pelo contexto social e cultural e com o qual ele não se identifica e aquele que é por ele desenvolvido ou apropriado como seu, defende que mudanças profundas no sistema de concepções só são verificadas perante abalos fortes, geradores de grandes desequilíbrios, e que se sucedem apenas no quadro de vivências pessoais intensas como a participação em programa de formação altamente motivador ou numa experiência com uma forte dinâmica de grupo, mudança de escola, de região, de país, de profissão. O projeto de pesquisa na escola produz estes abalos, desequilíbrios e angústias, mas também tem sido motivador porque tem trabalhado com os problemas trazidos pelas professoras e tem buscado atender suas demandas. Para os pesquisadores estes fatos têm sido propulsor de reflexões teóricas que são aproveitadas de maneiras diferentes pela escola e pela academia. As duas professoras pesquisadas têm afirmado constantemente que agora estão dominando frações e decimais e que o desafio seguinte é aprender a geometria. A mudança nas aulas tem demonstrado que a re-significação de conceitos matemáticos tem ocorrido.

O Projeto Mediação do Conhecimento Matemático: re-educação matemática, no período de observação participante que venho desenvolvendo, tem proporcionado espaços cooperativos e participativos entre professores e pesquisadores. Esses espaços são fundamentais para a resolução de problemas colocados pelas professoras tanto fora da aula, quanto nos momentos do desenvolvimento dela.

Tecendo considerações

A importância do professor como centro do processo de formação continuada atuando como sujeito individual e coletivo participando na pesquisa da sua própria prática vem ganhando voz e isso o leva a indicar o que deve ser pesquisado, exercendo assim o papel de ator social nas investigações. Entretanto a colaboração entre professores e pesquisadores ainda oferece grandes desafios, pois não se pode esperar que a pesquisa solucione problemas pedagógicos e também por outro lado reconhecer os limites explicativos da pesquisa da sala de aula ou da escola, tendo em vista que o fenômeno educacional, por sua complexidade e abrangência, ultrapassa esses limites. A pesquisa não pode ser tomada como uma panacéia para tais questões, pois ela também tem seus limites e dificuldades, além de críticas sobre como os resultados de grande parte das pesquisas ainda se encontram distantes dos professores, como afirma Zeichner

(1998, p. 210) "[...] são também inacessíveis aos professores e a maioria dos pesquisadores da academia também não reconhece o papel do professor na geração de conhecimentos sobre ensino e aprendizagem." Temos buscado construir um diálogo franco e a produção de trabalhos acadêmicos sobre a experiência desta escola tem sido utilizada pela escola para rever algumas práticas e avançar nas que são positivas. Os profissionais desta escola têm desenvolvido um conhecimento teórico-prático e demonstrado em suas ações que uma proposta diferenciada, de qualidade é possível de ser desenvolvida no ensino público. Alguns profissionais têm deixado a escola espontaneamente e outros a têm procurado justamente por saber do trabalho que tem sido desenvolvido nela. A busca de novas pesquisas para este espaço tem demonstrado que a Escola e a Universidade ainda precisam aproximar mais seus espaços para que o diálogo ocorra sem medo de perca de identidade de qualquer uma das instituições.

O desenvolvimento profissional do professor passa pela transformação de valores, atitudes, emoções, percepções e concepções que orientam a prática e são concretizadas também quando o professor está dentro das situações, se dispõe a vivenciá-las e tem posse dos processos de tomada de decisão com relação a sua formação continuada.

---

[1] Nomes fictícios escolhidos por elas.
[2] Na Secretaria de Educação do Distrito Federal é definido como um espaço destinado a reunião, estudo, discussão, reflexão e organização das ações pedagógicas. Ocorre e turno contrário à regência de classe.
[3] Segundo Ponte (1992) é composto pelas concepções e constitui uma forma de organizar, de ver o mundo, de pensar.
[4] Espaço não físico criado pela pesquisa na ação entre pesquisadores e profissionais da escola.

Referências bibliográficas

BARBIER, René. *A pesquisa-ação.* Tradução: Lucie Didio. Brasília: Líber Livro Editora, 2004.

MUNIZ, Cristiano Alberto. *Mediação do conhecimento matemático: (Re) Educação Matemática* (Projeto). Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2004.

NÓVOA, António. Os professores e as histórias da sua vida. In: NÓVOA, António (Org.). *Vidas de professores*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1995. p.11-30.
Pais (2002)

PEREIRA, Elisabete Monteiro de Aguiar. Professor como pesquisador: o enfoque da pesquisa-ação na prática docente. In: FIORENTINI, Dario; GERALDI, Corinta Maria Grisolia; PEREIRA, Elisabete Monteiro de Aguiar (Orgs.). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a).* Campinas, SP: Mercado das letras, 1998. p.153-181.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: PONTE *et al* (orgs.). *Educação matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992. p. 185-239.

___. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Revista Educação e Matemática*, Lisboa, 1994 n. 31, p. 9-20.

PONTE, João Pedro; SARAIVA, Manuel. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Revista Quadrante*, Lisboa, 2003, n. 12 (2), p. 25-52.

THIOLLENT, Michel. *Metodologia da pesquisa-ação*. 14. ed. aum. São Paulo: Cortez, 2005.

ZEICHNER, Kenneth M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. In: FIORENTINI, Dario; GERALDI, Corinta Maria Grisolia; PEREIRA, Elisabete Monteiro de Aguiar (orgs.). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas, SP: Mercado das letras, 1994/1998. p.207- 236.

PROCEDIMENTOS DE VERIFICAÇÃO DE IGUALDADES ALGÉBRICAS POR MEIO DE JOGO DE QUADRO

Adriano da Fonseca Melo

José Luiz Magalhães de Freitas

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: O presente artigo é produto da pesquisa cujo objetivo é investigar dificuldades e possíveis aprendizagens no trabalho com igualdades algébricas por meio dos procedimentos que fazem uso de verificação utilizando jogos de quadros com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande/MS. O referencial teórico adotado seguiu o que é proposto por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas, em relação aos momentos adidáticos e o uso de jogos de quadros proposto por Douady. Para análise das produções dos alunos, além desses autores, foi utilizado o que é proposto por Margolinas em relação ao processo de verificação como uma forma do aluno de realizar a validação de formulações de estratégias para solucionar situações–problema. A metodologia utilizada no desenvolvimento da pesquisa foi realizada nos moldes da Engenharia Didática proposta por Artigue. Os resultados provisórios mostram que os alunos do 9º ano têm algumas dificuldades para distinguir, em alguns casos, os procedimentos para calcular a área e o perímetro de uma figura. Provavelmente, pela baixa frequência de atividades nas quais tenham que analisar a validade de afirmações, justificando suas decisões, eles apresentaram dificuldades com atividades que exigem o raciocínio argumentativo. Esse resultado aponta para a necessidade de ser adotado, com maior freqüência em sala de aula, o uso de atividades envolvendo mais de um quadro matemático, nas quais o aluno possa conjecturar, formular argumentos e justificar suas tomadas de decisões, assim como comunicar a seus pares suas conclusões de forma coerente e respeitando as normas dos textos matemáticos.

PALAVRAS – CHAVE: Jogo de Quadro. Expressões algébricas. Aprendizagem. Verificação.

Considerações iniciais

Observando o desenvolvimento histórico da matemática se percebe que as primeiras civilizações utilizavam elementos aritméticos para solucionar seus problemas do dia a dia. Alguns desses problemas estavam diretamente ligados a divisão de terras com o intuito de ser utilizado para a produção de gêneros necessários para a subsistência das civilizações.

Os babilônios faziam uso de elementos do quadro aritmético para resolver problemas geométricos, como a medição dos lotes ou o cálculo da área equivalente ao imposto devido pelos colonos ou o uso de elementos algébricos para verificar quais os números que atendem a terna pitágorica. É verdade que alguns campos da Matemática tiveram seu desenvolvimento recentemente desenvolvido, mas segundo Aaboe (1984), não podemos negar a existência de traços desses conhecimentos nos cálculos desenvolvidos por civilizações como babilônica, egípcia e ou grega.

Na leitura de livros de história da Matemática se nota que estas civilizações tinham a preocupação de garantir que seus cálculos estavam corretos, assim utilizando as operações aritméticas e/ou representações geométricas verificavam a validade das conclusões referente às informações matemática produzidas, conforme Santos (2007, p.17) assevera em sua dissertação sobre argumentação e prova: análise de argumentos algébricos de alunos da Educação Básica, os Escribas verificavam ou "provavam" que suas divisões estavam corretas através de multiplicações, como também verificavam que uma resposta era correta através da substituição do valor encontrado.

Um outro texto antigo que apresenta uma preocupação em verificar a validade dos resultados são Os Elementos de Euclides. Euclides produz um "manual didático" no qual sistematiza os conhecimentos da época, procurando verificar ou "provar" a validade dos conhecimentos matemáticos produzidos pela civilização grega nos três séculos anteriores a ele. Euclides utilizou de elementos geométricos para estudar a validade de propriedades aritméticas.

O livro II traz, por exemplo, a proposição 4, a qual versa sobre o que conhecemos hoje como o quadrado da soma de dois termos. Utilizando representações geométricas ele verifica a igualdade algébrica $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, em que o a^2 e o b^2 são representados por quadrados e ab como retângulos de medidas a e b, caracterizando, conforme Douady, numa mudança de quadro. A mudança de quadro é um meio para obter formulações diferentes de um problema que permitem um novo acesso às dificuldades encontradas e a aplicação de ferramentas e técnicas que não se impunham na primeira formulação. As traduções de um quadro em outro conduzem frequentemente à resultados não conhecidos, à técnicas novas, à criação de objetos matemáticos novos.

Transportando estas ideias para as práticas educacionais desenvolvidas hoje, percebe-se que mesmo com a orientação dos PCN de Matemática para que o ensino dos conteúdos matemáticos devessem propiciar momentos nos quais os alunos devem verificar e argumentar sobre as validades dos seus cálculos e respectivos resultados, é uma prática pouco utilizada pelos professores, o que é corroborado pelas entrevistas desenvolvidas por Santos (2007) com professores do Ensino Fundamental

> [...] vimos que os mesmos também não se valem desses artifícios, de modo geral, em suas aulas, apenas em alguns poucos momentos utilizam a demonstração para poder explicar ao aluno como chegamos a determinados resultados, as « fórmulas matemáticas ». (SANTOS, 2007, p. 121)

Possível causa do pouco uso de momentos nos quais os alunos trabalhariam com situações-problema em que eles tem que conjecturar e elaborar justificativas lógicas, segundo Carvalho (2007) está ligada à pouca habilidade com o assunto pelo professor e também ao fato dos livros didáticos não apresentarem um subsídio adequado ao professor sobre como esse trabalho deveria ser encaminhado. A ausência desse tipo de trabalho na sala de aula pelos professores, segundo Santos (2007), pode privar os alunos de uma visão mais ampla e de uma educação mais concreta para compreender o funcionamento da Matemática. Ainda,

> É através dela (argumentação e/ou prova) que o aluno poderá fazer suas suposições acerca de uma afirmação, é através dela que o aluno poderá criar processos de dedução para verificar se suas suposições são corretas, é através dela que o aluno irá compreender melhor o universo da Matemática no seu âmbito mais concreto. (SANTOS, 2007, p. 122)

A preocupação em levar o aluno a desenvolver o gosto pela Matemática, levou–nos a desenvolver a pesquisa cujo objetivo de **estudar procedimentos de verificação utilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Ensino, ao realizar cálculos algébricos utilizando os quadros aritmético, algébrico e geométrico.** Para tanto utilizamos como um dos referenciais de investigação a Teoria das Situações Didáticas[1] de Brousseau, a qual propõe uma forma de trabalhar o ensino e a aprendizagem da Matemática, diferente da prática clássica utilizada no Ensino Fundamental. A proposta de Brousseau leva em consideração o meio ao redor do aluno, e sua retroação à ação do aluno, como um protagonista no processo de aprendizagem. Brousseau classificou o agir do aluno no processo de aprendizagem, em três dialéticas: ação, formulação e validação as quais ocorrem simultaneamente.

A primeira dialética é a de ***ação***, em que o aluno elabora estratégias a partir do "jogo"[2] ao qual está inserido. A situação de ação deve possibilitar ao aluno julgar o resultado de sua ação e caso seja necessário ajustá-lo, sem a participação do professor, essa fase provoca uma aprendizagem por adaptação.

A segunda dialética é a de ***formulação***, em que o aluno procurará, progressivamente, desenvolver uma linguagem que seja compreensível pelos seus interlocutores e para tanto utilizará de sinais e regras comuns, conhecidas ou novas. De acordo com Brousseau (2008):

> [...] a formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema lingüístico). O meio que exigirá do sujeito o uso de uma formulação deve, então

[1]No texto utilizaremos TSD para Teoria das Situações Didáticas.
[2] Jogo, nesse contexto, é entendido como uma situação didática a qual o aluno está envolvido com a responsabilidade de resolver uma dada situação-problema.

> envolver um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação. (BROUSSEAU, 2008, p. 29)

A terceira dialética é a de ***validação***, na qual o aluno explicita a validade do modelo criado por ele. O aluno deixa de ser um informante para ser um proponente de sua idéia a um oponente, que poderá solicitar que demonstre ou detalhe melhor sua estratégia. Conforme Brousseau (2008)

> [...] o emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar com uma questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em confronto quando há dúvidas. [...] Cada qual pode posicionar-se em relação a um enunciado e, havendo desacordo, pedir uma demonstração ou exigir que o outro aplique suas declarações na interação com o meio. (BROUSSEAU, 2008, p. 30)

Na situação didática, cabe ao professor, ao final dos debates nas duplas ou nos grupos, conduzir a socialização e assim institucionalizar o conhecimento produzido pelos alunos, ou aproximando do saber já institucionalizado pela academia.

Outro referencial que utilizamos nesta pesquisa é a noção de jogos de quadros[3] da Matemática. Douady (1986) propõe que o professor ao elaborar uma situação problema pode criar situações, nas quais os alunos são conduzidos a trabalharem com diferentes domínios matemáticos. Douady (1986, p. 389) caracteriza um quadro como: *um quadro é constituído de ferramentas de uma parte da matemática, de relações entre os objetos, suas formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais associadas a essas ferramentas e relações.* Neste trabalho utilizaremos os quadros aritmético, geométrico e algébrico.

Os jogos de quadros são mudanças de quadros provocadas por iniciativa do professor para fazer avançar as fases de investigação, favorecendo a evolução da aprendizagem de conceitos pelos alunos. Neste caso, o jogo de quadros conduz frequentemente a resultados não conhecidos, a estratégias novas, à criação de objetos matemáticos novos. O uso deste conceito na pesquisa tem como objetivo principal que alunos, ao realizarem jogo de quadros, possam validar algumas identidades algébricas.

Em nossa experimentação apresentamos atividades visando o trabalho com a verificação da validade de alguns resultados, o que pode provocar desequilíbrio e permitir a estruturação dos conhecimentos. A comunicação entre os quadros e em especial a comunicação com um quadro auxiliar de representação é um fator de reequilibração. A reequilibração pode ser um fator de validação das identidades algébricas.

---

[3] Jeux des Cadres traduzimos como jogos de quadros.

Margolinas (1993) apoiando-se nas ideias de Balacheff afirma que

> poderíamos considerar processo de verificação como a sequência de ações que conduz o aluno (sozinho ou com ajuda) quando ele procura se assegurar por uma ação da validade de um resultado e ou tentar modificar suas ações ou raciocínios que o conduziram a propor o resultado. (MARGOLINAS, 1993, p.168, tradução nossa).

Entendemos que o aluno no Ensino Fundamental precisa inicialmente ter consciência e autonomia de buscar ferramentas matemáticas que lhe permita verificar a validade de suas respostas e no caso de identificar erros realizar a retificação dos procedimentos de forma que possa validar suas decisões, concepção que está em consonância ao proposto pelo PCN. Conforme Margolinas (1993) o processo de verificação configura uma parte da fase de validação, sendo assim buscamos realizar atividades nas quais os alunos pudessem tomar a decisão de realizar a verificação por meio do jogo de quadro em um processo de ida e volta entre os quadros. A mudança de quadros pode levar o aluno a construir a aprendizagem, quando constrói novos conhecimentos ou reinveste conhecimentos já estudados.

No que concerne à parte experimental da coleta de dados utilizamos elementos metodológicos nos moldes do que é proposto na **Engenharia Didática**, conforme Michèle Artigue**.**

A experimentação em sala de aula

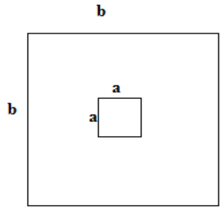
Para dar uma idéia da parte experimental de nossa pesquisa, optamos por apresentar neste texto as análises a priori e a posteriori de uma atividade aplicada durante a segunda sessão de nossa sequência didática, com alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Campo Grande - MS.

A atividade tem o objetivo de propiciar ao aluno a retomada dos conceitos de área e perímetro como ferramenta para verificar a validade das igualdades algébricas do tipo

$(a – b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Atividade 2 – Um professor pediu aos alunos que resolvessem o seguinte problema:

No centro de uma praça quadrada de lado **b**, será construído um canteiro quadrado de lado **a**, como mostra a figura:



a) Qual é a expressão que representa a área da praça, que ficou fora do canteiro?

Alguns alunos deram as seguintes respostas para o item **a**, porém nem todos acertaram:

Ana $b^2 + a^2$	João $b(b\text{-}a) + (b\text{-}a)a$	Paulo $2b + 2a$
Lucas $2a(b\text{-}a) + (b\text{-}a)^2$	Lúcia $b^2\text{-}a^2$	Bia $b^2 - 4a$

b) Quem acertou a resposta? Justifique.

No **item a** da **atividade 2** espera-se que o aluno inicie pelo cálculo da área da praça, determinando a área total (b^2) e depois a do canteiro (a^2) que deverá ser subtraída da área total obtendo b^2-a^2. Outra forma de calcular a área da praça seria deslocar o canteiro para um dos cantos, formando assim dois retângulos cujas medidas são b(b-a) e (b-a)a, obtendo o mesmo resultado. Ainda poderá deslocar para um canto e decompor o retângulo correspondente à praça em um quadrado de lado b-a, e dois retângulos de medidas a(b-a), obtendo assim $(b-a)^2 + a(b-a)+a(b-a)$, que resulta em $b^2-2ab+a^2 + 2ab-2a^2 = b^2-a^2$ (**cálculo algébrico).** Após realizarem um dos cálculos acima se espera que apontem que acertaram os alunos Lúcia, João e Lucas, utilizando os cálculos realizados anteriormente no item **a** para justificar sua resposta.

Outra forma de justificar é atribuindo **valor numérico** para **b** e **a** tanto na figura como nas expressões dadas no item **b,** por exemplo: a = 6 e b = 2, encontrando como área total da praça 6.6 = 36 e área do canteiro 2.2 = 4, subtraindo da área da praça a área do canteiro obtendo 36 – 4 = 32 u.a, a seguir substituindo nas expressões do item **b** teremos (Ana $\rightarrow$ $6^2 +2^2 = 36 + 4 = 40$; João $\rightarrow$ $6.(6 - 2) + (6 - 2)2 = 6.4 + 4.2 = 24 + 8 = 32$; Paulo $\rightarrow$ $2.6 + 2.2 = 12 + 4 = 16$; Lucas $\rightarrow$ $2.2(6-2) + (6-2)^2 = 4.\ 4 + 4^2 = 16 + 16 = 32$; Lúcia $\rightarrow$ $6^2-2^2 = 36 – 4 = 32$; Bia $\rightarrow$ $6^2 - 4.2 = 36 – 8 = 28$) determinando assim que somente as respostas apresentadas por Lúcia, João e Lucas são corretas.

Por último, como um outro tipo de reposta, poderá o aluno dizer que os três aceitaram e responder dizendo que sim (**ausência de justificativa**). Diante de respostas desse tipo o pesquisador deve questioná-lo, perguntando por quê? Ou como você descobriu?

O aluno poderá responder errado se calcular a área da praça, mas esquecer de subtrair a área do canteiro. Ainda, o aluno poderá errar sua resposta ao tentar resolver as expressões dadas no item **b**, não aplicar a **propriedade distributiva** e assim realizar a soma algébrica obtendo um resultado incorreto.

Análise de Produções dos Alunos

Analisando as respostas dos sujeitos da pesquisa percebe-se que eles tiveram mais dificuldade para resolver o item **b** do que o item **a**. Foi observado que os alunos, ao resolverem o item **a,** encontram de imediato a mesma resposta na tabela, o que fez com que eles não tentassem verificar as outras respostas apresentadas na tabela para ter certeza se não havia outras corretas. Assim, fez-se necessário solicitar a eles que apresentassem alguma justificativa que indicassem as outras como respostas erradas para a área da figura do item **a**, levando-os a realizarem a verificação das outras respostas.

Nessa atividade pudemos perceber que ocorreram alguns tipos de respostas divergentes entre eles. O aluno **A4**[4] resolveu o item **a** utilizando símbolos matemáticos para explicar como pensou para resolver a atividade.

> **a)** A expressão será b^2 **-** a^2, pois para saber a área temos que multiplicar base vezes *altura*, mas como há o canteiro dentro da área temos que subtrair a área do canteiro.

Esse aluno utiliza a notação simbólica algébrica e a seguir descreve passo a passo como fez para encontrar a solução. De acordo com a Teoria das Situações Didáticas ele formulou sua comunicação buscando ser compreendido pelos seus interlocutores. No momento de resolver o item **b** ele opta atribuir valores numéricos para as letras **a** e **b**, mudando do quadro algébrico para o quadro aritmético, conforme pode ser observado

> Três estão certas, então supomos que a = 2 e b = 5 então é só substituir
> Lucas $2.\ 2\ (5 - 2) + (5 - 2)^2 = 21$
> João $5\ (5 - 2) + (5 - 2)\ a = 21$
> Lúcia $5^2 - 2^2 = 21$
> Essas 3 estão certas.

Ele, para validar seus cálculos, substitui as letras da figura pelos valores numéricos utilizados no item **b** e assim, verificando que os três alunos seriam os únicos que expressaram corretamente a nova área da praça.

A ação de um meio antagônico, no caso os colegas fizeram o mesmo, ao buscar a estratégia de mudança de quadro, pois inicialmente ele tinha apresentado, para o item **b,** a seguinte reposta

> Só a Lúcia está certa, pois ela fez o processo correto, fez a área maior menos a área do canteiro.

Nesta atividade, o aluno **A4** e o aluno **A6** dialogaram alguns minutos buscando verificar as respostas apresentadas por cada um ao item **b**. Brousseau (2008) observa que este papel do proponente de uma estratégia e a reação do oponente levam a nova ação na busca de formular nova estratégia e assim verificar a validade de sua resposta, uma vez que neste momento ambos já haviam produzido uma estratégia. O diálogo foi uma situação provocada pelo pesquisador que ao ser questionado sobre o número de respostas corretas ele remeteu a turma a questão do significado do termo "nem todos acertaram", pois isso poderia significar que havia uma resposta correta ou mais de uma e, para terem esta certeza, precisavam analisar com cuidado todas as respostas.

---

[4] Optamos por indicar os sujeitos da pesquisa por A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 e A8.

O aluno **A6** identificou inicialmente o que seria a praça e o canteiro no desenho. A seguir realizou a passagem do quadro geométrico para o quadro algébrico para expressar a área final da praça o que lhe representou ser fácil, em relação ao item **b**, pois inicialmente tinha feito a comparação do seu resultado para o item **a** indicando que a Lúcia era a única que tinha acertado, como podemos observar abaixo

> Lúcia, porque a área da praça é b . b = b² e a área do canteiro a . a = a², como não quer saber com o canteiro pegamos a área da praça e diminuímos a área do canteiro, ficando b² - a².

No momento do diálogo com o **A4** e que o pesquisador questionou sobre o número de respostas corretas, ele foi induzido a realizar mais uma mudança de quadro, agora do quadro algébrico para o numérico. O aluno inicialmente atribuiu valor numérico para as letras **a** e **b**, a seguir substituiu no item **a** as letras pelos números, encontrando um valor numérico que lhe serviu de referencial para comparar os resultados do item **b,** concluindo assim que a Lúcia, João e Lucas tinham acertado, conforme podemos observar abaixo

Paulo
2 . 20 = 40 +
2. 10 = 20 = 60

Lucas
2 . (10) = 20 . 10 = 200 +
10 . 10 = 100 = 300

Bia
b² = b. b = 20 . 20 = 400 -
4 . 10 = 40 = 360

a) b² - a²

20 , 20 = 400 – 10 . 10 = 100 = 300

b) Lúcia porque a área da praça é b . b = b² e a área do canteiro a . a = a², como não quer saber com o canteiro pegamos a área da praça e diminuimos a área do canteiro, ficando b² - a².

João, porque trocando valores de B = 20, A = 10, são 2 vezes o A = 20, o 20 multiplica por 20 -10 = 10

20 . 10 = 200, o 200
soma por o 10
b-a (20 10) = 10²
10 . 10 = 100, então
200 + 100 = 300.

Bia x
2 . 2 =4 – 12 = 8

João
2 . (2-3)
2 . 1 = 2
(2 – 3) . 3
1 . 3 = 3
2 + 3 = 5

Paulo
2 . 2 = 4
+
2 . 3 = 6
4 + 6 = 10

Lucas
2 . 3 = 6
6 . 1 =6
1 + 1 = 2 + 6 = 8

Lucas, porque trocando os valores ... 2a = 2 . 10 = 20 (20 -10) = 10, logo, 20 . 10 = 200 + b – a = (20 – 10) 10= 10², sendo 10 . 10 = 100, somando 200 + 100 = 300

Percebe-se que ocorreu uma reformulação de sua estratégia numérica, caracterizando, de acordo com a TSD ele procurou validar sua formulação o que não lhe foi possível, levando-o a nova ação que resultou em uma nova formulação, sendo validada ao comparar com o resultado do item **a**. Em relação ao conhecimento matemático, o aluno possivelmente teve dificuldade para o trabalho com resultado negativo, no caso do valor numérico do João, tanto é que ele reformula seus valores atribuídos para **a** e **b,** números que lhe possibilitasse evitar resultados negativos, como podemos observar na segunda formulação concernente ao João.

Nesta atividade houve alunos que acertarem o item **a** porém erraram o item **b**, apresentando respostas que indicam indícios de dificuldades para manipular com símbolos matemáticos, expressando procedimentos de cálculos. O aluno **A5** ao resolver o item **a** respondeu

a) $b^2 - a^2$
b^2 = praça
a^2 = canteiro

$b^2 \ - \ a^2$
praça canteiro

Percebe-se que esse aluno conhece a fórmula para calcular a área de figuras retangulares e seus registros demonstram que realizou a mudança do quadro o geométrico para o quadro algébrico. Entretanto, ele não sentiu necessidade de utilizar quadro numérico para verificar se suas formulações estavam corretas, provavelmente por não ter o costume de realizar atividades que solicitam verificar a validade de seus resultados, certamente induzido pelas atividades propostas pelo livro adotado.

No item **b** o aluno **A5** realizou o seguinte registro

b) Lúcia. Porque ela representou a área da praça e subtrai a área do canteiro assim ela poderia chegar a um resultado: b^2 (praça) – a^2 (canteiro).
praça – canteiro = $b^2 - a^2$
Lucas . $2a(b - a) + (b - a)^2$
representa a área do canteiro
representa a área da praça menos a do canteiro
Bia $b^2 - 4a$
área praça
área canteiro

Ao iniciar as atividades, o aluno demonstra ter conhecimento matemático suficiente para calcular a área de figuras retangulares. Entretanto, observa-se que esse conhecimento não foi suficiente para verificar a validade de todas as expressões, pois ele indica, de forma equivocada, os elementos da expressão que compõem as anotações do Lucas. Percebe-se que ele estabeleceu uma formulação que lhe possibilitasse responder a pergunta, porém não teve a preocupação de validá-la. Provavelmente, isso tenha ocorrido pelo fato dele não ter familiaridade com situações nas quais deveria formular estratégias, em que a mudança de quadro o conduzisse a verificar a validade das formulações proposta nas atividades.

Outro aluno que respondeu corretamente a primeira parte da atividade foi o **A7**, que apresentou o seguinte registro

a) $b^2 - a^2$

Esse aluno realizou a mudança do quadro geométrico para o quadro algébrico, utilizando o registro simbólico de suas produções para calcular a área de figuras retangulares, conforme medidas dos lados indicadas na figura. Nesta fase não ficaram claras as suas formulações, bem como possíveis validações das suas ideias para obter suas soluções.

No item **b** o aluno apresentou a solução na forma retórica explicando o procedimento para calcular a área da praça, este tipo de solução assemelha muito ao que é proposto nos manuscritos das civilizações Babilônicas, Mesopotâmica e Egípcia.

> **b)** Lúcia e Lucas, Lúcia fez a área dos dois quadrados e subtraiu o menor do maior, Lucas ao subtrair b – a já tirou o que ia sobrar do canteiro depois só multiplicou por 2 para dar a área do canteiro a. Paulo porque ele colocou os lados que iam sobrar somente somando os valores, já multiplicados por 2.

Possivelmente, o trabalho didático desenvolvido nas aulas e proposto pelo livro didático não propicia momentos nos quais os alunos realizem verificação de suas formulações. Dessa forma a preparação das atividades levou em consideração os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos de área e perímetro, de acordo com Brousseau (1986), ao modelar, o professor deve criar atividades nas quais os alunos reconhecem semelhança com situações já vividas pelos mesmos.

O aluno **A8** identifica o canteiro e a praça na figura do enunciado e não utiliza esta informação para calcular a área da praça após construção do canteiro. Entretanto, esse aluno apresenta conhecimentos básicos para iniciar a atividade, pois no item **a** ele inicia realizando a soma de dois lados do quadrado maior, mas esta formulação é descartada, indicando que tenta validar suas ações.

> a) $(\cancel{B +} B)$ [5]
> B^2

Analisando a segunda parte da atividade percebe que o aluno **A8** cometeu alguns erros em relação à manipulação algébrica, pois o mesmo confundiu a soma de termos semelhantes com o produto de termos semelhantes. Não podemos dizer que o **A8** não conhece o procedimento para calcular a área de figura retangular, pois ele anota a área da praça e do canteiro sem, entretanto, realizar a subtração das mesmas.

> a) ana: $b^2 + a^2 = b.b + a.a$
> Lucas: $2a(b-a)+(b-a)^2=2ab-a+b^2-a^2=2\ a^5+b^3$
> João: $b(b-a)+(b-a)a = BB-a+b-aa=b^2-a+b-a^2$ (certo)
> Lucia: $b^2-a^2= b.b-a.a$ (certo)
> Paulo: $2b+2^a = BB+AA = b^2 + a^2$ (certo)
> Bia: $b^2 - 4^a = b.b - a^4 = b^2 - a^4 = bb-aaaa$

---

[5] O aluno inicialmente escreve a soma e a seguir B²

O aluno **A3,** no item **a,** registra sua resposta utilizando a linguagem natural, "*a expressão é que área da praça ficou menor do que o canteiro*", comparando com a resolução do item **b** no momento de justificar a escolha da resposta da Ana. Esse aluno conclui que para obter a área do quadrado deve somar os lados. Provavelmente este aluno confundiu o conceito de área com o de perímetro, conforme foi observado por Teles (2007) em sua pesquisa.

O aluno **A2** errou o cálculo ao indicar a área como sendo $b^2 + a^2$, comprometendo assim sua resposta ao item **b**, conforme podemos observar

> a) $b^2 + a^2$
> b) Lúcia: o calculo que esta na tabela é igual a resposta da Lúcia
> Paulo: Ele soma b+b, a+a que também esta certo
> Ana: a única diferença que ela soma.

Provavelmente, o aluno cometeu o mesmo erro no item **a,** pois não percebe que a área do canteiro deveria ser subtraída da área da praça. Comparando com o item **b,** observa-se que, aparentemente ele consegue simplificar termos semelhantes, como se observa na justificativa concernente ao Paulo o aluno **A2** expressa a expressão algébrica 2b + 2a como sendo b+b e a+a.

O aluno **A1** inicialmente apresenta uma resposta que na fase de validação se mostra ineficaz, levando-o a reformular sua resposta. Este aluno utiliza as expressões do item **b** para identificar a resposta correspondente à área da praça menos o canteiro e para tanto ele recorre aos conhecimentos anteriores sobre o conceito de área de uma figura retangular. Ainda é possível notar que durante sua formulação ele não utiliza outros quadros para analisar suas respostas, isto é, o aluno utiliza o quadro geométrico para conceituar área e compara as expressões dadas com este conceito, conforme podemos observar no protocolo seguinte

> a) Lúcia $b^2 - a^2$ /Bia $b^2 - 4a$ /Lucas $2a(b-a)+(b-a)^2$
> b) Quem acertou a resposta foi Lúcia, pois a área é calculada base x altura, e também quem acertou foi a Bia, e também o Lucas, pois o centro da praça é a metade do canteiro inteiro, e cada um deles pegou duas x a base e a altura e subtraiu, pois a praça é menor do que o canteiro inteiro.

A resposta apresentada pelo aluno demonstra uma busca em retificar sua formulação, de tal forma que possa corrigir o possível erro detectado pelo mesmo. De acordo com Margolinas (1993) o aluno, ao identificar por si mesmo um erro na formulação, está exercendo sua condição de aluno autônomo capaz de utilizar seus conhecimentos para realizar a verificação de uma situação problema. Esta característica observável na escrita deste aluno, não é algo exclusivo dele, mas detectado na produção dos outros alunos.

Como uma síntese conclusiva, foi possível observar que os alunos participantes dessa pesquisa demonstraram conhecer conceitos geométricos e aritméticos, porém como já apontado por Cárdia (2007) alguns alunos tiveram dificuldade para diferenciar o procedimento para calcular a área daquele utilizado para calcular o perímetro. Esta dificuldade exigiu intervenções individuais nas quais o pesquisador remeteu os alunos a pesquisas em livros didáticos como forma de retomar os conceitos de área e perímetro. Possivelmente, pelo fato do livro utilizado não trazer atividades nas quais os alunos tenham que verificar a validade de resultados apresentados, ou apresentar atividades nas quais são convidados a resolver utilizando mudança de quadros, nota-se que alguns alunos tiveram dificuldade para realizar a verificação das igualdades algébricas. Para esses alunos a atividade caracterizou um momento de aprendizagem dos conhecimentos matemáticos levando-os a discutirem sobre as resoluções e assim confrontar suas decisões tomadas. Finalmente sugerimos que os professores insiram em suas aulas atividades nas quais os alunos possam utilizar diferentes quadros matemáticos para elaborarem suas ações e assim verificar a validade dessas ações.

Referências Bibliográficas

AABOE, A. **Episódios da História Antiga da Matemática**. Rio de Janeiro, SBM, 1984.

ARTIGUE, M.. **Ingénierie didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 9, n°3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1989.

BAUMGART, J. K. **História da álgebra**. Tradução de DOMINGUES, H. H., São Paulo, Atual, 1992.

BOYER, C., **História da Matemática**. Tradução de GOMIDE, E. F., São Paulo, Edgar Blücher, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Terceiro e quarto ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU,G. **Fondements et méthodes de la didactique des Mathématiques.** Recherches en Didactique de Mathématiques. Vol. 7 Nº 2. pp 33-115. 1986.

__________________. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** conteúdo e métodos de ensino**.** São Paulo, Ática, 2008

CÁRDIA, L. F. **Integrando a geometria com a álgebra na construção de expressões algébricas**. 2007. 201f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP.

CARVALHO, C. C. S. **Uma análise praxeológica das tarefas de prova e demonstração em tópicos de álgebra abordados no primeiro ano do Ensino Médio**. 2007. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC-SP.

DOUADY, R.. **La ingenieria didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento.**, **in.** GÓMEZ, P., **Ingenierie didáctica en educación matemática.** Bogotá, Iberoamérica, 1995.

____________. **Jeux Cadre et dialectiques outil-objet. Recherche en Didáctique des Mathématiques.** Grenoble. La Penseé Sauvage-Éditions, v. 7.2, p. 5-31. 1986.

MARGOLINAS, C.. **De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques**. Grenoble-França, La Pensée Sauvage, 1993.

SANTOS, J. B. S. **Argumentação e Prova:** análise de argumentos algébricos de alunos da educação básica. 2007. 145f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) PUC- SP.

TELES, R. A. de M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar:** um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. 2007. 297f. Tese (Doutorado) Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE.

SIGNIFICADOS FENOMENOLÓGICOS DA ORIENTAÇÃO PEDAGÓGICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL DE GEOMETRIA

Anderson Martins Corrêa
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Neste artigo, descrevemos resumidamente o desenvolvimento dado a uma pesquisa qualitativa que buscou investigar e descrever significados da Orientação Pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria. "Orientação Pedagógica" como o objeto que interrogamos, consiste de toda iniciativa pedagógica do professor em busca de modos de agir em sala de aula com vistas ao ensino. Trata-se de práticas profissionais do professor, as quais conhecemos por variados aspectos, mas que desta feita, queremos estruturar um conhecimento científico Para tanto, adotamos a abordagem da fenomenologia husserliana, por meio da qual, tratamos os dados obtidos em entrevistas realizadas com nove professores de Matemática. De posse dos discursos transcritos fielmente, podemos resumir suas análises em quatro momentos. No primeiro, é realizada leitura individual geral dos discursos, a fim de apreender um sentido do mesmo. Em seguida, inicia-se a retirada das unidades de significados, na qual, os discursos são lidos e relidos, confrontados atentamente com a interrogação norteadora. O momento seguinte caracteriza-se pelo trabalho hermenêutico de atribuir significado a cada unidade retirada do discurso. Por fim, devemos agrupar as unidades de significado para chegar a estrutura do fenômeno. Atentos a nossa interrogação e aos preceitos fenomenológicos, partimos de manifestações significativas dos nossos sujeitos e chegamos a categorizar os significados que pudemos construir a partir da interpretação empreendida. Assim, as categorias de significados foram adotadas como resultados conceituais da investigação e tomadas como temas de estudos que cercam o objeto interrogado. Realizamos um estudo compreensivo de cada categoria, por meio de um referencial temático que escolhemos explicitando o sentido dessas categorias, são elas: Livro Didático, Planejamento Didático, Uso do Computador e Geometria Prática.
Palavras-chave: Orientação Pedagógica, Ensino de Geometria, Fenomenologia.

Introdução

O presente texto apresenta os resultados que obtivemos da investigação sobre o objeto "Orientação Pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria", a partir das experiências de professores. Trata-se de uma pesquisa qualitativa na qual nos guiamos pela fenomenologia husserliana. Assim, buscamos saber sobre a significação atribuída à esse objeto, por meio de sujeitos que o vivenciam, o que chamamos de significados fenomenológicos da Orientação Pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria.

O que é isto, a orientação pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria? Esta é a nossa interrogação norteadora, com a qual cumprimos com o primeiro preceito desta modalidade de pesquisa. A investigação se dá em torno de uma interrogação, que declara o objeto visado e delineia as ações investigativas do pesquisador.

Nossa interrogação, nos exatos termos em que a formulamos, deixa explícito que queremos conhecer ontologicamente nosso objeto, ou seja, conhecer a realidade na significação atual atribuída pelos sujeitos. Tomamos uma expressão interrogativa cuja significação é a busca do ente (objeto), em si. Kluth (2001, p. 77), expondo sobre o significado da interrogação para a pesquisa qualitativa, explicita que a pronominação ou termo "o que" ocupa-se da realidade ontológica do ente, da natureza existencial do interrogado, buscando sua significação.

A significação que nos propomos a buscar não é nada que provenha de documentos, da literatura, de teorias, mas da comunidade de sujeitos que vivenciam a orientação pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria em suas práticas profissionais. Nos voltamos para aquela significação que vem norteando as práticas de ensino de professores que realizam tal ensino de maneira abrangente, que vislumbramos nas considerações de Ponte (1992, p. 185-235), o qual, considera que "os professores de Matemática são os responsáveis pela organização das experiências de aprendizagens dos alunos".

A "redução" que realizamos ao situar nosso objeto estritamente no loco do vivido é devido à significação que queremos buscar, mas também é importante como delimitação do campo da pesquisa. Além disso, nos apontou e justificou o emprego da fenomenologia. Esta condição que nos impomos, nos ajusta com um preceito obrigatório desta abordagem, a "redução fenomenológica", que é uma condição de rigor. Se nas experiências de sujeitos, situamos nosso objeto, então, exercemos todas as exigências compreensivas para que a significação que obtemos venha da consciência pura da comunidade de sujeitos investigados.

A Fenomenologia, da qual adotamos os procedimentos da investigação, é uma abordagem filosófica iniciada pelo alemão Edmund Husserl (1859-1938), com a qual investigamos os objetos de nossa experiência, sem considerar neles, natureza independente. O ente "em si" investigado se encerra no que é revelado. O objeto é objeto de consciência, e o mundo não é mais que o *mundo-vida* chamado por Husserl de *Lebenswelt*, que é o mundo de tudo que realmente experienciamos em nossa vida. O mundo é reduzido ao mundo-vida, mas o *eu* se expande ao *outro*, pois não vivemos sozinhos.

No mundo-vida, a presença do outro reúne o mundo de suas experiências. Nele, estão os objetos da consciência que podemos conhecer. Assim, do conhecimento que venhamos obter a partir dos preceitos da fenomenologia, atribuímos ao objeto o status de "fenômeno". Desta compreensão, como afirma Bryan Magee (2001, p. 201), diz Husserl que "eu existo, e tudo o que é não-eu é mero fenômeno dissolvendo-se em conexões fenomenais".

A forma de reflexão que distingue a fenomenologia de outros modos de proceder à pesquisa, segundo Martins (1990, p. 37), é a "volta à coisa mesma", como uma terceira via proposta por Husserl entre o discurso especulativo da metafísica e o raciocínio das ciências positivas. Alcançamos o que é interrogado como conhecimento de significados atribuídos. Examinamos traços deixados por sujeitos sobre experiências vividas com o objeto. Esse "exame" dá-se mediante a análise hermenêutica dos documentos escritos; por meio de cenas significativas que são "recortes" da experiência vivida com os sujeitos da pesquisa à luz da interrogação; mediante depoimentos obtidos dos próprios sujeitos, enquanto vivem suas experiências com o objeto. Enfim, são esses alguns procedimentos da pesquisa fenomenológica.

De acordo com a maneira que conduzimos nossa investigação, os dados da pesquisa são expressões significativas que obtemos da linguagem exercida por sujeitos que vivenciaram o objeto interrogado. O conhecimento que construímos mediante a investigação fenomenológica é *fundante*, ou seja, é a partir desse conhecimento que podemos pensar, com sentido e significação, sobre o objeto. Conhecer a significação do objeto para os sujeitos que vivenciam esse objeto serve de base para então, conhecer ainda mais esse objeto. Assim, nesse sentido que a fenomenologia nos requer uma postura invertida do cogito cartesiano, da maneira cartesiana de conhecer. Construímos o objeto, por regresso à sua origem, a consciência experiente, e assim o tornamos pensável. Tal regresso é o que realizamos com a própria investigação fenomenológica. Segundo Magee (2001, p.210-211), para Husserl, o *a priori* do cogito cartesiano, a razão, não é suficiente para constituir o fundamento do saber ou seja, não podemos atuar no vazio. O primado husserliano é a consciência. Sem nenhum pressuposto ou teorias, devemos regressar à coisa mesma, isto é, ao fundamento do que é investigado. Cumpre-nos investigar e descrever o objeto enquanto fenômeno da consciência de quem o vivencia, em busca da sua compreensão.

Portanto, o objeto que interrogamos e levamos à investigação, o descrevemos. O tornamos "fenômeno" na forma de conhecimento, conhecimento estruturado que passamos a ter como subsídio para pensar o objeto. Estruturamos o conhecimento em categorias; categorias de significados. As categorias também são formas utilizadas por Husserl para dispor sobre a natureza dos objetos. Entre os níveis de objetos sensíveis e objetos universais, o nosso objeto de investigação é categorial, já que o estabelecemos por atribuir predicados aos nossos conjuntos de significados. Segundo Hessen (1960, p. 162), este modo de trazer o objeto ao conhecimento é da própria origem lógica das formas do pensamento.

Da Abordagem Fenomenológica do objeto investigado

Nossa interrogação, "O que é isto, a orientação pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria?", é objeto que se consuma na prática de ensino de professores de Matemática. Consideramos que o professor que ensina Geometria para alunos do Ensino Fundamental é necessariamente um profissional que terá, de alguma forma, planejado sua atividade. Se ao viver sua experiência profissional como professor, ele está menos ou mais atento a um evento pleno de educação, conquanto está procurando atender às necessidades estabelecidas no seu plano de ensino. De nossa própria experiência e da nossa formação pré-reflexiva, nos dirigimos a uma comunidade de nove professores de Matemática que atuam no Ensino Fundamental e os abordamos. Para motivá-lo a se manifestar, dando-nos um relato refletido sobre nossa questão, apresentamos-lhes a pergunta:

> *O que significa para você o conhecimento em Geometria que se busca no Ensino Fundamental e como você se orienta e se organiza para ministrar o ensino de Geometria*?

Esta pergunta, nos exatos termos em que a formulamos, não é mais que uma estratégia linguística para interagirmos com o sujeito na busca da nossa interrogação. Não tratamos de perguntar sobre algo que queremos saber, mais sim deixá-lo descrever livremente tudo que pudesse nos revelar sobre sua vida significativa com a prática do ensino da Geometria. Fizemos isso pois:

> É preciso que este sujeito descreva o que se passa com ele. A descrição se dá, então, na experiência do sujeito que está experimentando. É desta maneira que o fenômeno situado se ilumina e se desvela para o pesquisador (MARTINS, 1990, p.43).

Com a primeira parte da pergunta, pretendemos apenas contextualizar a própria pergunta e, possivelmente, favorecer o sujeito para tomar e retomar seus raciocínios enquanto depusesse. Faz parte da praxe preceitual da abordagem fenomenológica que, nesta modalidade de busca de dados, o pesquisador leve ao sujeito uma única pergunta e, como pesquisador, não interfira na sua manifestação. Na segunda parte da pergunta, buscamos pelo "como se orienta" e "como se organiza", visando a manifestação do depoente quanto à orientação pedagógica que ele próprio organiza e exerce em sala de aula.

A interrogação norteadora da investigação e a pergunta que levamos aos sujeitos da pesquisa são duas entidades de natureza distinta. Por meio da primeira, estabelecemos o objeto e norteamos a investigação; com a segunda, buscamos dos depoentes, os dados sobre o objeto para a pesquisa.

Ao realizar as leituras, releituras e análises dessas descrições, o pesquisador deve despir-se de suas convicções, de suas crenças, de seus preconceitos, uma vez que essa postura conduzirá o pesquisador à luz do que é dito, à compreensão do fenômeno interrogado.

> É fundamental que o pesquisador deixe de lado tudo o que já conhece a respeito do fenômeno a ser interrogado. Esse momento é chamado *epoché* e significa redução, suspensão ou a retirada de toda qualquer crença, teorias ou explicações existentes sobre o fenômeno. Abandonar, ou deixar de lado, por enquanto, os pressupostos ou pré-conceitos estabelecidos *a priori* a fim de permitir o encontro do pesquisador com o fenômeno. (FINI, 1994, p.27)

Para tanto, não significa que o pesquisador fará as leituras e análises de maneira ingênua, pois ele mesmo compartilha de um mundo pré-reflexivo, suas vivências, suas experiências, sua interrogação, guiará as leituras e suas análises. Porém, ele irá procurar nas leituras e análises das descrições dos sujeitos, estar sempre com uma postura fenomenológica que permite que nos discursos, o fenômeno se mostre.

Após as primeiras leituras de um discurso, já com um entendimento consolidado desse, passamos a ler novamente, focando agora, nossa interrogação: o que é orientação pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria? Com essa pergunta em mente, lemos o discurso dos sujeitos procurando indícios de resposta para ela. Esses indícios podem estar localizados em parágrafos, em frases, em palavras, ou seja, em trechos do discurso. Esses trechos, que relacionam-se com o interrogado, que podem iluminar o objeto investigado são chamados de *unidades de significados*.

> As unidades de significado são discriminações espontaneamente percebidas nas descrições dos sujeitos quando o pesquisador assume uma atitude psicológica e a certeza de que o texto é um exemplo do fenômeno pesquisado... as unidades de significado também não estão prontas no texto. Existem somente em relação à atitude, disposição e perspectiva do pesquisador. (MARTINS e BICUDO, 1989, p.99)

Essas unidades de significados são destacadas no discurso para serem analisadas pelo pesquisador. Com esses dados obtidos dos discursos dos sujeitos, transpomos o nível individual das descrições para o geral, procurando as essências coletivas presentes nas unidades de significado que foram convergindo para ideias objetivas, que começam a estruturar o fenômeno, a esse movimento chamamos de redução[1]. Nossos sujeitos, por meio de seus discursos, formam uma multiplicidade de variações do interrogado. Porém, enquanto mantendo a multiplicidade, o pesquisador pode focalizar sua atenção no que permanece imutável nessa multiplicidade, isto é, a essência, o que é idêntico e se mantém continuamente durante o processo de análise, o que Husserl chamou de "invariante".

Chegamos na análise dos discursos, a seis invariantes: Livro Didático, Planejamento Didático, Geometria Prática, Uso do Computador, Materiais Instrucionais, Livros Paradidáticos.

A importância e a caracterização desse momento de análise são retratadas por Ozeneide Machado ao afirmar que:

> Este movimento caracteriza-se pela busca da essência ou da estrutura do fenômeno. Ao ver que o fenômeno se ilumina diante de si, o pesquisador reconhece-se ligado ao sujeito pesquisado por uma relação dialética entre o seu horizonte conceitual e a experiência do sujeito, onde, através da intersubjetividade, estabelece objetivamente os seus resultados. (MACHADO, 1994, p.41)

Esse *horizonte conceitual* é entendido por nós como sendo a formação pré-reflexiva do pesquisador, por meio, da qual, se interpreta hermeneuticamente as unidades de significados, reduzindo-as aos invariantes, vistos como resultados dessa "relação dialética", ou dessa interpretação.

Para essa parte interpretativa, recorremos a Ricoeur (1976), para quem a língua não fala, só as pessoas. O significado mental vivido por quem fala, só podemos tirar do seu discurso como evento da linguagem. Da semântica, como a linguística do discurso, obtemos os significados contidos no discurso. Ali esses significados não são "exatos", mas são as compreensões que podemos alcançar. Na mais alta consideração de Ricoeur (1976, p.85), de que a interpretação é um caso particular de compreensão. Trata-se de um exercício essencial da linguagem, processo pelo qual "a experiência privada se torna pública" (1976, p.30).

Dessa interpretação, procedemos novamente à "redução fenomenológica" dos invariantes, o que nos leva segundo Bicudo (2000, p.93), aos "grandes invariantes", denominados por nós de "categorias de significados". São elas que indicam as características do fenômeno investigado. Machado as descreve como sendo:

> Constructos resultantes de convergências abrangentes de unidades de significado já analisadas e interpretadas, e que indicam os aspectos estruturais do fenômeno em estudo, pois abrem à compreensão o percebido, o analisado e a intersubjetividade

---

[1] É o movimento do espírito humano que, através dos seus atos de perceber, intuir, imaginar, fantasiar, lembrar, raciocinar, organizar, consegue transcender a multiplicidade dos diferentes aspectos do fenômeno olhado e compreender aquilo que lhe é essencial.

> entre pesquisador, sujeito da pesquisa e autores significativos estudados. O caráter "estruturante" é referido com o sentido de que é na interpretação de tais categorias que construímos o conhecimento das características do fenômeno interrogado. (MACHADO, 2003, p.177)

As categorias de significados representam as significações essências percebidas e compreendidas pelo pesquisador ao analisar e interpretar as manifestações linguísticas oferecidas pelos sujeitos pesquisados a respeito do objeto interrogado. Elas representam a estrutura do conhecimento construído sobre o fenômeno e são interpretadas e estudadas pelo pesquisador com vistas a interrogação, aos depoimentos e autores que tratam do tema. De acordo com Bicudo as categorias de significados:

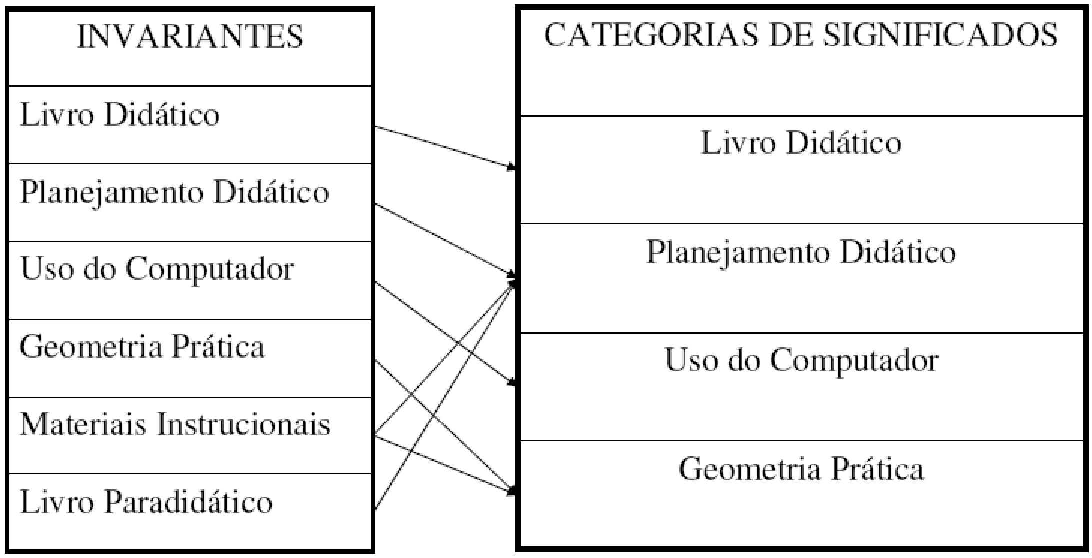
> São interpretadas, agora efetuando um movimento de reflexão transcendental que considera a descrição, a análise fenomenológica-hermenêutica, a ideográfica, o entendimento dos interlocutores, entendidos como sujeitos, pesquisadores e autores, à luz da reflexão efetuada pelo pesquisador e seus pares sobre o sentido que esses dados e respectivas análises fazem para si com seus pares (BICUDO, 2000, p.93)

O conjunto de textos, obras e pesquisas revisadas pelo pesquisador a fim de interpretar as categorias chamamos de referencial temático, e é elencado de acordo com os significados revelados em cada uma das categorias. Acreditamos que o resultado da pesquisa é alcançado por meio do estudo das categorias elencadas, no entanto, entendemos que esse estudo não finaliza todas as dimensões do fenômeno, haja visto que as categorias são frutos da interpretação do pesquisador e, sendo assim, é passível de outras interpretações. De acordo com Fini "esta interpretação não é conclusiva, pois não há conclusão na pesquisa fenomenológica [...] você constrói resultados a partir da interpretação, o que significa transcendência, ou melhor, realizar uma reflexão sobre a própria reflexão" (FINI, 1994, p.31).

Assim, tomamos os resultados de nossa pesquisa como sendo os primeiros a fundar uma estrutura de conhecimento sobre a significação, atribuídas pelos professores, às orientações para o ensino da Geometria.

O quadro a seguir, representa a redução conduzida aos invariantes em uma última tentativa de síntese das características fundamentais e imutáveis do objeto interrogado, que agora vai se mostrando como fenômeno.

Quadro 1- Convergência dos Invariantes



Em verdade, a maioria de nossos invariantes se destacou com tamanha força, que eles próprios surgem como categorias a serem interpretadas e estudadas. Nossos esforços resultaram na estrutura primeira do fenômeno, descrita sobre quatro categorias de significados que denominamos de: Livro Didático, Uso do Computador, Geometria Prática e Planejamento Didático. Descrevemos agora um resumo das interpretações dessas categorias.

Uma Síntese Compreensiva

Nossa primeira categoria de significado, o Livro Didático, configura-se como a mais importante orientação pedagógica utilizada pelo professor ao preparar e implementar suas aulas, é no livro que se busca os conteúdos a serem trabalhados, a sequência do trabalho desses conteúdos, os exercícios, os problemas, os exemplos e por consequência a metodologia, a prática pedagógica que se desenvolve na sala de aula.

Acreditamos que o professor deva usar o Livro Didático, pois, atualmente, esse recurso está presente na maioria das escolas, disponível à praticamente todos os alunos, mas, deve ser usado de maneira consciente e crítica, ponderando-se e questionando-se o que está posto em suas páginas. Percebemos, com o estudo dessa categoria, que uma orientação pedagógica é aquela que promove, entre os professores, a reflexão sobre o uso do Livro Didático em suas aulas e no planejamento das mesmas, potencializando aspectos positivos e discutindo aspectos negativos do uso indiscriminado desse instrumento. Discutir com os professores formas diferenciadas de utilização do Livro Didático pode ajudá-los a libertarem-se do uso exclusivo do livro.

Percebemos ainda que muitas orientações relevantes sobre o processo de ensino-aprendizado são desprezadas no guia do professor, parte obrigatória do Livro Didático que não foi citada por nenhum de nossos sujeitos pesquisados. Assim, entendemos que os professores não costumam ler esse material, tampouco utilizam as orientações ali presentes no momento de planejar seus afazeres profissionais. Orientar-se pelo Livro Didático é visto pelos professores como ação prática, basta abri-lo e segui-lo com seus alunos. As orientações contidas no guia do professor, geralmente localizadas no final do livro, poderiam surtir mais efeito se colocadas no desenvolver da sequência dos conteúdos em forma de enquetes específicas para os professores.

As orientações pedagógicas trazidas no guia são de extremo valor para o trabalho didático do professor, pois elas trazem sugestões de atividades, jogos, sítios da internet, leituras complementares, bem como posturas metodológicas oriundas dos estudos e pesquisas da Educação Matemática e, sendo assim, podem contribuir de maneira significativa para o trabalho do professor em sala de aula. Portando, é preciso pensar em como fazer com que os professores percebam essas orientações dos guias e as utilizem em seus planejamentos.

O planejamento didático é outra orientação pedagógica descrita por nossos sujeitos. Ela revela que o professor busca em documentos oficiais orientação a respeito dos conteúdos e objetivos, com os quais conduzem suas aulas. Eles buscam no Livro Didático, na troca com colegas, na internet, em sua experiência profissional, o como ensinar e a metodologia que será utilizada em sala de aula. E, depois de terminado seu planejamento, orientam-se por este. Ou seja, o professor orienta-se para elaborar o planejamento e orienta-se por esse planejamento.

Percebemos que existe uma clareza por parte dos professores sobre a importância de planejar suas ações pedagógicas, desde que esse planejamento não seja um *ato burocrático*, expressão usada por nossos sujeitos para caracterizar o preenchimento de formulários entregues pela equipe técnica da escola. O ato de planejar, para nossos sujeitos, significa pensar em o que ensinar, por que ensinar e como ensinar, o que interpretamos como sendo a ação de definir o conteúdo a ser trabalhado, os objetivos que se pretende atingir ao trabalhar certo conteúdo, e como agir em sala de aula no efetivo trabalho didático com os alunos.

Assim, nossos sujeitos nos revelam que o planejamento está calcado nos conteúdos, os quais, muitas vezes são selecionados com o auxílio do Livro Didático e/ou algum documento oficial como o PCN, Referenciais Curriculares e outros. Na ação de planejar de nossos sujeitos, não encontramos nenhuma menção à avaliação, que é outro elemento do planejamento, o qual julgamos ser essencial ao processo de ensino-aprendizagem, no que tange verificar se os objetivos pretendidos anteriormente foram ou não atingidos para subsidiar o re-planejamento das ações pedagógicas do professor.

Como recurso utilizado pelos professores no ato de planejar seus afazeres pedagógicos destacamos uma das categorias de significados, o Uso Computador, com o qual os professores tem acesso à internet e a programas que podem auxiliar o ensino de conteúdos geométricos. Nossos sujeitos descreveram a internet como sendo fonte de recursos, de orientações, de materiais e idéias que buscam para melhorar ou complementar suas aulas.

Dentre diversos materiais encontrados na internet estão softwares que tratam conteúdos de Geometria de forma dinâmica como o Cabri Geometric, entre outros. Esses recursos são utilizados pelos professores nas salas de informática das escolas, com vistas a tornar as aulas mais agradáveis e significativas para os alunos. Assim, para nossos sujeitos, orientar-se para o ensino da Geometria é também pesquisar na rede mundial de computadores materiais diversificados que oportunizem a realização de aulas diferenciadas.

Ao efetivarmos busca na internet usando a palavra chave “Geometria”, encontramos inúmeros sítios que tratam desse assunto das mais variadas maneiras, desde a pura reprodução digital dos textos encontrados nos livros didáticos, até exemplos de aulas de alguns conteúdos. Cabe ao professor filtrar dentre os materiais propostos o que lhe convém. O uso didático da internet tende a crescer ainda mais e os professores estão utilizando esse recurso. Assim, é de responsabilidade dos órgãos gestores da educação brasileira desenvolver e disponibilizar sítios que contemplem as ideias propostas nos PCN, de maneira clara e objetiva, para que os professores efetivamente tenham um ambiente digital de confiança que atenda suas necessidades profissionais. E também promover a formação continuada desse profissional para que ele seja capaz de “filtrar” o que se encontra na internet.

Nossos sujeitos revelam a falta de tempo para planejar como sendo uma dificuldade pedagógica, isso pode ser amenizado com o auxílio de ambiente tecnológico oficial que subsidie o preparo das aulas. Destarte, eles descrevem a vontade de trabalhar a Geometria de maneira mais lúdica, com preocupação constante em contextualizar os conteúdos por meio de situações do cotidiano vivido, experimentado e percebido pelos alunos, para que esses percebam os conteúdos geométricos que permeiam objetos do mundo natural e das construções humanas.

Nossos sujeitos querem “tornar as aulas mais interessantes” e para tanto, buscam envolver os alunos em situações práticas que possibilitem ambiente propício a percepção dos alunos, para que os mesmos construam o conhecimento geométrico. Nesse sentido, uma contribuição interessante seria a elaboração de sítio oficial do MEC que contenha exemplos de situações que envolvam a Geometria de maneira prática, bem como todo o procedimento metodológico para sua utilização em sala de aula.

Acreditamos que o processo de ensino de Geometria deva partir de situações reais, de objetos comuns à vida do aluno, para que esse perceba as aplicações práticas de conceitos geométricos, e a partir daí, prossiga até a sistematização e organização Euclidiana.

Com o desvelar do fenômeno pesquisado, construímos um conhecimento categorial do mesmo, expresso por meio das categorias de significado. O estudo dessas categorias nos permitirá prestar ao professor uma orientação pedagógica mais significativa e, portanto, mais eficaz. As categorias revelam alguns aspectos do fenômeno Orientação Pedagógica para o Ensino Fundamental de Geometria, sendo necessário que outras pesquisas revelem outros aspectos e/ou aprofundem o estudo já realizado. Assim, acreditamos ter construído um conhecimento fundante sobre as orientações pedagógicas utilizadas pelos professores ao se prepararem para ensinar Geometria.

Referências

BICUDO, M. A. V. *Fenomenologia: confrontos e avanços*. São Paulo: ed. Cortez, 2000.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: MEC, 1997.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V; ESPÓSITO, V. H. C. (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico*. Piracicaba: Unimep, 1994.

HESSEN, J. *Teoria do Conhecimento*. Coleção Stvdivm. Tradução de António Correia. Coimbra (Portugal): Armênio Amado, Editor (1925) 1960.

HUSSERL, E. *A idéia da fenomenologia*. Trad. Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1990.

HUSSERL, E. *Investigações Lógicas: sexta investigação: elementos de uma elucidação fenomenológica do conhecimento*. Seleção e tradução Zeljko Loparié. 2.ed. São Paulo: Abril Cultural, 1985.

KLUTH, V. S. *Do Significado da Interrogação para a Investigação em Educação Matemática*. In. Boletim de Educação Matemática. Ano 14, nº 15. Rio Claro: UNESP, 2001.

MACHADO, A. P. Do *Significado da Escrita da Matemática na Prática de Ensinar e no Processo de Aprendizagem a Partir do Discurso de Professores*. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP: Tese de Doutorado, 2003.

MACHADO, O. V. M. *Pesquisa Qualitativa: Modalidade Fenômeno Situado*. In: BICUDO, M. A. V; ESPÓSITO, V. H. C. (Org.). Pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994.

MAGEE, B. *História de Filosofia*. 3º Ed. São Paulo: Edições Loyola, 2001.

MARTINS, J. et al. *A fenomenologia como alternativa metodológica para pesquisa – algumas considerações*. In: Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos – volume 1. São Paulo: SE&PQ, 1990.

MARTINS, J; BICUDO, M. A. V. *A pesquisa qualitativa em psicologia: fundamentos e recursos básicos*. São Paulo: Educ/ Moraes, 1989.

PONTE, J. P. *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação*. Educação Matemática: Temas de Investigação. Lisboa: IIE, 1992; p. 185-239.

RICOEUR, P. *Teoria da Interpretação*. Lisboa: Edições 70 ed, 1976.

UMA ANÁLISE DAS TÉCNICAS UTILIZADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS DO PRIMEIRO GRAU, EM TRÊS SESSÕES DE ESTUDO.

Anderson Soares Muniz

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este artigo faz parte de uma pesquisa em andamento do Programa de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação Matemática, Curso de Mestrado. Nossa pesquisa procura descrever as praxeologias didáticas e matemáticas adotadas pelos alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, da Escola Municipal João Evangelista Vieira de Almeida. Refere-se à resolução de problemas que podem ser resolvidos por meio de uma equação do primeiro grau. Os problemas utilizados nas sessões de estudo foram retirados da coleção *Tudo é Matemática*, do autor Luiz Roberto Dante. Procuramos descrever à produção escrita dos sujeitos envolvidos na pesquisa, destacando organizações praxeológicas. Na primeira parte do texto apresentamos algumas noções da teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard, que subsidiou nossas análises referentes às organizações Didáticas e Matemáticas. Na segunda parte dedicamos aos procedimentos metodológicos adotados nas sessões de estudo. Finalmente apresentamos nossas análises através de tabelas e um diálogo envolvendo o aporte teórico desta pesquisa, e a produção dos sujeitos. Estão aqui também os objetos ostensivos e não ostensivos presentes nas atividades matemáticas selecionadas nas sessões de aplicação e, finalmente, as análises resultantes, dos momentos de estudos que envolveram a produção dos alunos. Entendemos que a discussão aqui iniciada abre espaço para uma outra questão não menos importante: Como conceber propostas de ensino e aprendizagem que permitam aos alunos se envolverem na atividade matemática?

PALAVRAS-CHAVE: Praxeologia. Organização Praxeológica. Momentos de estudo.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Toda atividade matemática que tenha por objetivo aprendizagem ou o ensino de um determinado conceito matemático pode ser avaliada por diversos ângulos, indicando a complexidade de tal empreitada. Buscamos ao longo deste trabalho colocar em evidência alguns dos elementos que compõem essa complexidade, sobretudo, as praxeologias adotados pelos alunos. Nosso objetivo é: Analisar as técnicas utilizadas por alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, propostos em um livro didático dos anos finais do Ensino Fundamental.

Os problemas foram retirados do livro Tudo é Matemática, do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, referente ao estudo de equações do primeiro grau com uma incógnita. E para atingir este objetivo pretendemos descrever as praxeologias presentes na resolução dos alunos. A seguir, conduzimos nossa análise com base nos elementos do referencial teórico.

TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Para Chevallard (2001, p.50), “um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar”, ou seja, não dá para estudar Matemática sem pensar em modelos que permitam interpretar, analisar e descrever as questões ou conceitos que estão ligados ao saber matemático. Ressaltamos que a atividade matemática é específica do ser humano e que ele, por sua vez, na busca do conhecimento matemático, realiza uma atividade de modelagem matemática, sobre a qual, a seguir e à luz da teoria, serão feitas algumas considerações.

Nesse sentido, concordamos com Chevallard (2001, p.54), quando ele afirma que [...] “a atividade matemática consiste em resolver problemas a partir de ferramentas matemáticas que já conhecemos e sabemos utilizar”. Temos consciência de que, para o estudo dessa disciplina tão presente na sociedade, seja ela moderna ou não, o homem, enquanto ser pensante e criativo, desenvolveu a atividade matemática. E para destacar o que é uma atividade matemática, transcrevemos o seguinte parágrafo:

> Partindo da constatação de que o aspecto didático é sempre denso no aspecto matemático, ou em outros termos, de que a atividade matemática pressupõe sempre uma atividade de estudo, propusemos recentemente uma outra maneira de conceber a Didática da Matemática como *ciência do estudo e da ajuda do estudo das questões matemática* (Bosch, Chevallard 1999 p.77) [Tradução nossa]

No que se refere ao nosso objeto de estudo, e aqui me exponho como professor, ressaltamos que, o texto acima, quando fala que a atividade matemática, exige uma atividade de estudo. Assim, ao pesquisarmos as técnicas de resolução utilizadas pelos alunos, pretendemos observar como eles organizam os momentos de estudo e, registram tais técnicas. Ainda mais, pretendemos verificar como os alunos utilizam a Matemática já conhecida, na resolução dos problemas.

A presença da Matemática na escola é, portanto, segundo esses autores, uma consequência natural de sua utilização na sociedade, isto é, a escola faz Matemática, ou deveria fazer, para atender a uma necessidade social, e nessa dialética entre escola, sociedade e saber matemático é que os aspectos didáticos assumem um papel decisivo no estudo dos saberes intrínsecos dessa ciência.

Vale esclarecer que nosso interesse nesse processo, de construção do conhecimento matemático, é entender como ele se dá e quais as transformações que estão envolvidas. Pretendemos destacar as seguintes noções que compõem uma praxeologia matemática ou didática, assinaladas por Chevallard (1999) como: *tipos de tarefas*, *tipos de técnicas*, *tecnologia* e *teoria*. Tanto o professor como o aluno, cada um dentro de sua área de atuação, confrontam-se diariamente com tarefas (T) ou problemas. Para a resolução deles, utilizam-se de técnicas (τ) de estudo ou técnicas (τ) didáticas que, por sua vez, são justificadas por uma tecnologia (θ) que remete a uma reflexão sobre uma teoria (Θ) que de tal forma justifique tal tecnologia (θ). A seguir, iremos fazer algumas reflexões sobre esses termos.

Toda prática institucional está delimitada por **Registros de Linguagens** específicas, sejam elas de natureza matemática ou não; os objetos matemáticos e a sua *função* na atividade matemática são reconhecidos por Chevallard (1999) como objetos: ostensivos e não ostensivos. Os dois tipos de objeto servem sempre a uma instituição, seja ela o livro didático, o professor ou o saber matemático; o surgimento deles não depende de uma única pessoa. Outro fator importante neste contexto é a existência de uma dialética entre ambos, pois, ao manipular, um ostensivo traz um ou diversos não ostensivos, que não são manipuláveis pelo ser humano. Essa especificidade da manipulação dos objetos ostensivos é comum da prática Matemática. A abordagem antropológica que estamos propondo, segundo os autores, descreve, portanto, um modelo de atividade matemática que interliga os objetos em uma, ou em várias organizações praxeológicas.

As situações presentes no processo de estudo são denominadas, por Chevallard (1999), de **Momentos de Estudo** ou momentos didáticos, tendo-se que: o primeiro é o encontro com a Organização Matemática, que pode ocorrer diversas vezes, e não necessariamente na primeira parte da aula. O segundo é a exploração do tipo de tarefa e, em consequência, a elaboração de uma técnica que permita resolvê-la. O terceiro é a construção do entorno tecnológico-teórico referente à técnica adotada, ou o conjunto de todas as técnicas ligadas à tarefa proposta. O quarto é o trabalho com a técnica que, a partir de então, pode ser melhorada ou tornar-se confiável. O quinto é o momento de institucionalização, que tem por objetivo descrever a organização matemática. O sexto é a da avaliação, a apresentação de um balanço da validade do que foi aprendido, colocando-se à prova a organização matemática.

A ETNOGRAFIA NA PESQUISA

Neste trabalho, buscaremos, por meio da pesquisa do tipo etnográfico, entender a maneira como os alunos desenvolvem suas técnicas na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, e quais os caminhos escolhidos. Caminhos que buscam, na etnografia, instrumentos para o sucesso da pesquisa. Sendo o tipo etnográfico uma pesquisa qualitativa, espera-se que, por meio da observação, possamos explicar como ocorre a aprendizagem da Matemática, no entendimento aluno. Entre os instrumentos utilizados na pesquisa etnográfica está, primeiramente, a observação participante, com o objetivo de interpretar o contexto do aluno, no intuito de retratar a realidade completa e profunda. André nos lembra que:

> [...] técnicas etnográficas de observação participante e de entrevistas intensivas, é possível documentar o não documentado, isto é, desvelar os encontros e desencontros que permeiam o dia-a-dia da prática escolar, descrever as ações e representações dos seus atores sociais, reconstruir sua linguagem, suas formas de comunicação e os significados que são criados e recriados no cotidiano de seu fazer pedagógico. (2007, p. 41)

Como continuamos trabalhando durante o desenvolvimento da pesquisa, sendo esta realizada nas turmas em que ministramos aulas de Matemática, a observação participante permitiu-nos a entrada também como pesquisador no processo, sem contar que não houve necessidade do período de adaptação com os sujeitos. As anotações, referentes aos diálogos entre pesquisador e alunos foram feitas por nós, e também por uma intérprete que, por auxiliar um aluno deficiente auditivo, colocou-se à nossa disposição para fazer anotações da dinâmica das sessões de aplicação.

Quanto aos procedimentos de aplicação, separamos algumas tarefas do livros didático que elegemos para análise, depois propusemos aos alunos que as resolvessem com a utilização de diferentes técnicas. De posse desse material, foram feitas as análises das praxeologias presentes nas técnicas adotadas pelos alunos. Ressaltamos, também, que os alunos trabalharam em grupos. Sendo, assim, ocorreram interações e diálogos entre pesquisador e alunos. Nesse contexto, entendemos que a dinâmica de aplicação pode refinar nossa análise para encontrarmos alguns elementos da teoria ou da tecnologia usados na resolução dos problemas para, então, estruturar as organizações didáticas e matemáticas presentes nos momentos de estudo dos alunos, com o olhar da TAD.

ANÁLISE DAS SESSÕES DE ESTUDO

4.1 Análise da primeira sessão

Optamos por trabalhar com o tipo de tarefa nomeada *resolver um problema*, nosso intuito era agrupar todas as demais tarefas cujo enunciado leva o aluno a *resolver um problema que solicita explicitamente a determinação de números, envolvendo uma ou mais operações fundamentais da aritmética e os conceitos de números consecutivos, dobro, triplo, quádruplo e quíntuplo.* Para atender a esse tipo de tarefa propusemos aos alunos o seguinte problema: *Quais são os dois números consecutivos cuja soma é igual a 527?*

Dentre todas as produções dos alunos foram escolhidas as resoluções que demonstraram clareza e objetividade. Dessa forma, apresentamos a análise de três organizações praxeológicas que permearam as produções de três grupos de alunos. e que, dentre as diferentes técnicas de resolução apresentadas, elas carregam organizações praxeológicas distintas.

Ao analisar a produção dos alunos, identificamos 42 organizações praxeológicas diferentes, sendo que, desse total, 20 organizações se referem à técnica algébrica, 15 à técnica aritmética, 6 à técnica de decomposição e apenas uma à técnica de tentativa. Cabe ressaltar que aplicamos a tarefa para três salas de aula na mesma data, em horários pertencentes ao mesmo período, e, para efeito de análise, estamos chamando a reunião de toda a produção coletiva dos alunos, independente da sala de aula a que pertence, de primeira sessão de aplicação e análise. A partir de então, quando nos referirmos a uma sessão, serão elas denominadas primeira sessão, segunda sessão, e assim por diante. Por uma questão de praticidade, denominamos os três grupos de G_1, G_2 e G_3. Cabe, ainda, ressaltar que nossa análise foi baseada nos elementos efetivamente produzidos pelos alunos nos seus respectivos grupos. E para visualizarmos as técnicas empregadas nos respectivos grupos selecionados, destacamos a seguinte tabela.

<table>
<tr><th>Passos</th><th>Técnica τ_1</th><th>Técnica τ_2</th><th>Técnica τ_3</th><th>Elementos tecnológicos e teóricos</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Monta-se a equação com os dados fornecidos;</td><td>Monta-se a equação com os dados fornecidos;</td><td>Monta-se a equação com os dados fornecidos;</td><td rowspan="5">• Conceito de equação do 1º grau;
• Conceito de incógnita;
• Princípios aditivo e de equivalência;
• Resolução de uma equação do 1º grau.
• Conceito de número consectuvo;
• Algoritmo da divisão;</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Reduz-se a eqaução a forma $ax = c$;</td><td>Reduz-se a eqaução a forma $ax = c$;</td><td>Reduz-se a eqaução a forma $ax = c$;</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Resolve-se a equação, isolando-se o valor x, que é um dos números procurados;</td><td>Dividi-se c por a, utilizando o algoritimo da divisão;</td><td>Dividi-se c por a, utilizando fração;</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Subtrai-se do número fornecido (527) o valor de x;</td><td>Com o valor obtido no passo anterior escrever-se o consecutivo referente ao número encontrado;</td><td>Escreve-se o consecutivo do número encontrado.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Conclui-se que os dois números procurados são x e $x + 1$.</td><td>Adiciona-se ao valor de x o seu consetutivo $x + 1$.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Tabela comparativa das técnicas utilizadas pelos grupos por ocasião da primeira sessão de aplicação</td></tr>
</table>

Na τ_1, ao montarem a equação com os dados fornecidos de maneira correta, fica claro que os alunos do grupo G_1 conseguiram atribuir a um dos valores desconhecidos o valor x, e ao seu consecutivo $x + 1$, igualando a soma dos números desconhecidos ao valor fornecido. A técnica empregada pelo grupo G_2 foi semelhante à do grupo G_1, com pequena diferença em alguns passos já descritos anteriormente. Em relação ao grupo G_3, os alunos também montam a equação de maneira correta, passando a resolvê-la como pode ser observado na tabela. Após essas descrições referentes às técnicas empregadas pelos alunos, é importante que se aprofundem as discussões sobre as organizações praxeológicas concernentes ao domínio de estudo equações do primeiro grau, considerando-se que, para a resolução de uma equação, são necessários alguns pré-requisitos que, em nosso entendimento, são os elementos tecnológicos e teóricos que justificam as diferentes técnicas.

Retomando as resoluções, quando pensamos na técnica empregada pelos alunos, é possível vermos que todos optaram pela resolução por meio de uma equação do primeiro grau. Se nos detivermos por alguns instantes, contudo, perceberemos que eles optaram por caminhos diferentes, e até por articulações entre a soluções algébrica e aritmética. Isso representa, especificamente, as praxeologias didáticas que analisaremos a partir de agora.

Quanto aos registros de linguagem utilizados por eles, percebeu-se, que os alunos utilizaram os registros algébricos, aritméticos e o registro na língua materna. No decorrer da sessão e nos registros dos alunos, percebemos a presença de alguns momentos de estudo, sendo eles, a exploração do tipo de tarefa e a elaboração de uma técnica, o momento do primeiro encontro, ou reencontro, ocorreu porque vários alunos estavam envolvidos na resolução; alguns até queriam ficar mais tempo tentando encontrar outras soluções.

Quanto ao momento de avaliação da técnica, percebemos que, quando os alunos do grupo G_2 fizeram a verificação, possivelmente os outros alunos estavam presenciando esse momento. Dentre todos os momentos de estudo vivenciados por esses alunos, na observação, percebe-se o envolvimento dos grupos, na *exploração do tipo de tarefa*, ou o conhecido segundo momento se fez presente.

4.2 Análise da segunda sessão

A segunda sessão da pesquisa foi aplicada no dia 09 de junho de 2009, em duas salas do 8º ano A e B, as salas de aula foram divididas em oito grupos de três ou quatro alunos. O enunciado do problema foi o seguinte: *Francisca tinha certa quantia em dinheiro e ganhou de sua mãe o dobro do que tinha. Com isso cada uma ficou com R$ 186,00. Quanto de dinheiro cada uma tinha no início?* Segundo nosso entendimento, esse problema pertence ao mesmo tipo de tarefa anteriro. Entendemos que esse tipo de tarefa pertence à rotina escolar dos alunos, assim como a tarefa enunciada anteriormente. Essa tarefa, aparece com certa frequência, ou seja, solicita-se aos alunos que resolvam tarefas em cujo enunciado se pergunta a quantia de certo número de personagens, com pequenas variações na redação, mas que, no fundo, têm a mesma finalidade: atender à cultura escolar que, em certo ponto, exige dos alunos a aplicação de conceitos matemáticos em problemas ditos “contextualizados”.

De um modo geral, observamos que um dos grupos utilizou uma técnica aritmética com representação no domínio de estudos correspondente ao conjunto dos Números

Racionais, mais especificamente com o auxílio de frações, enquanto o outro grupo utilizou a mesma técnica aritmética no domínio de estudo referente ao conjunto dos Números Naturais, e isso pode ser comprovado com a seguinte tabela.

Passos	**Técnica $\tau_1 G_1$**	**Técnica $\tau_2 G_1$**	**Técnica $\tau_3 G_2$**	**Elementos tecnológicos e teóricos**
1	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta o algoritimo da adição com o valor fornecido, somando ele com ele mesmo;	Dividiram o valor fornecido por três, dessa forma foi possível encontrar o valor de Francisca;	• Conceito de equação do 1º grau; • Conceito de incógnita; • Princípios aditivo, multiplicativo; • Resolução de uma equação do 1º grau. • Conceito de dobro; • Algoritmo da divisão; • Conceito de fração; • Conceito de numeros racionais; • Conceito de proporcionaldade; • Princípio de equivalência de frações.
2	Reduz-se a eqaução a forma *ax = c;*	Escreve duas frações correspondentes a $\frac{5}{6}$ a parte da mãe e $\frac{1}{6}$ a parte de Francisca.	Multiplicaram o valor encontrado por dois, para saber quanto a mãe deu a filha;	
3	Resolve-se a equação, isolando-se o valor *x* (62), que é a quantia que Francisca tinha inicialmente;	Em seguida é escrito a quantia proporcional a cada fração obtida anteriormente, que são as quantias procuradas.	Verificaram se os valores encontrados correspondiam à quantia fornecida;	
4	Multiplica-se o valor de x por dois, para obter o dobro de x (124);		Somaram o dobro do valor encontrado inicialmente com a quantia fornecida.	
5	Adiciona-se ao dobro de x o valor fornecido inicialmente (186), encontrando a quantia da mãe de Francisca.			

Tabela comparativa das técnicas utilizadas pelos grupos por ocasião da segunda sessão de aplicação

Na técnica τ_1, foi montada a equação com os dados fornecidos de maneira correta, considerando a resolução de uma equação do primeiro grau, ao reduzi-la à forma $ax = c$ e, em seguida, dividir o valor de c por a de imediato, foi obtido o valor de x, que era o valor de Francisca. Verificamos que, para encontrar a quantia da mãe, eles decidiram recorrer às operações de multiplicação e adição. Em relação aos registros de linguagem, é possível ver que a linguagem algébrica foi utilizada com clareza; na parte do registro numérico, percebemos que, ao efetuar a adição, eles tiveram o cuidado de registrar todo o procedimento.

No que diz respeito à organização didática, é possível perceber que esse grupo apenas descreveu o que foi feito. Ou seja, mudaram do registro algébrico e numérico para o registro na língua materna. Para Chevallard (1999), não existe uma escala de importância entre as técnicas empregadas; por essa razão, não é possível julgarmos se a técnica algébrica é melhor para resolver essa tarefa. O que se sabe é que a técnica algébrica tem maior alcance e que, em relação à técnica aritmética utilizada pelo aluno do grupo G_1 na OP_2, para essa tarefa em particular, foi suficiente a determinação das respostas com o auxílio das frações. Existe, então, uma limitação na técnica utilizada pelo aluno.

Em relação ao grupo G_2, a organização matemática está de acordo com a organização didática, sendo possível notar essa relação direta quando, no momento do comentário, o grupo detalha os passos utilizados na resolução. Por sua vez, os comentários demonstram muita clareza na hora de redigir o texto escrito.

Todos os elementos teóricos e tecnológicos destacados na tabela anterior, e talvez outros que não tenham sido identificados por nós, fazem parte da organização matemática e que é acompanhada da organização didática que representa uma parte imprescindível da atividade matemática.

Quando pensarmos na técnica empregada pelos alunos, observamos que todos optaram por técnicas similares, mas por caminhos diferentes, e até por articulações entre a solução algébrica e aritmética. Isso constitui, especificamente, as praxeologias didáticas que serão analisadas a partir de agora. Quanto aos registros de linguagem utilizados por eles, identificamos na τ_2, que os alunos utilizaram o registro algébrico e recorreram ao registro numérico para finalizar a resolução; na τ_3, os alunos articularam a linguagem numérica e a língua materna.

No decorrer da sessão, e nos registros dos alunos, percebemos a presença do momento de exploração do tipo de tarefa e a elaboração de uma técnica, pois, na tentativa de resolvê-la, cada um desenvolveu à sua maneira particular. O momento do primeiro encontro, ou reencontro, ocorreu, pois vários alunos estavam envolvidos na resolução, e alguns até queriam ficar mais tempo tentando encontrar outras soluções. Quanto ao momento de avaliação da técnica, percebemos quando os alunos do grupo G_2 fazem a verificação eles podem estar querendo avaliar a técnica. O momento de institucionalização não foi possível, dada a escassez de tempo na aplicação da sessão, ou seja, não foi propiciado, mas pode ser que alguns alunos tenham conseguido institucionalizar alguma coisa.

Para finalizar, concluímos que os objetivos desta sessão foram alcançados. Vale lembrar que os alunos estavam envolvidos na atividade matemática, e outro aspecto que é bom salientar foi o envolvimento dos alunos na atividade de estudo.

4.3 Análise da terceira sessão

A terceira sessão da pesquisa foi aplicada no dia 10 de junho de 2009, em uma sala do 8º ano, a sala de aula foi dividida, por nós, em oito grupos de três ou quatro alunos. O enunciado do problema foi o seguinte: *Noemi tem certa quantia em um banco. Sua irmã Alícia tem R$ 500,00 a mais. Juntas, elas têm R$ 3.000,00. Quanto tem Noemi?* Segundo nosso entendimento, esse problema pertence ao mesmo tipo de tarefa anteriro, que já foi enunciado anteriromente. De modo geral, observamos que um dos grupos utilizou uma técnica aritmética, enquanto os outros dois grupos utilizaram técnicas algébricas que podem ser visualizadas na tabela seguite.

Passos	**Técnica τ_1 G_1**	**Técnica τ_2 G_2**	**Técnica τ_3 G_3**	**Técnica τ_4 G_3**	**Elementos tecnológicos e teóricos**
1	Retiram do total fornecido no enuciado a quantia que Alícia tinha;	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta-se a equação com os dados fornecidos;	Monta-se o sitema de equação com duas incógitas;	• Algoritimos da divisão, adição e subtração; • Princípios aditivo e multiplicativo; • Conceito de equação do 1º grau; • Conceito de incógnita; • Resolução de uma equação do 1º grau; • Operação inversa; • Princípio de equivalência.
2	Tomaram a diferença obtida no passo anterior e a dividiram por dois, obtendo a quantia de Noemi;	Reduz-se a eqaução a forma $ax = c$;	Reduz-se a eqaução a forma $ax = c$;	Realizam a adição membro a membro das duas equações escritas anteriormente, e encontram o valor de x que é quantia de Alícia ;	
3	Adicionaram na quantia encontrada no passo anterior a quantia retirada no primeiro passo.	Dividi-se c por a, utilizando fração;	Dividi-se c por a, utilizando fração;	Copiam a segunda equação e, em seguida substituem o valor de x para encontrar o valor de y;	
4		Com o valor obtido no passo anterior é feito uma subtração com 250 que é a metade doque Alícia tem a mais;	Adicionam ao valor de x a quantia que Alícia tinha a mais;	Isolam o valor de y para encontrar a quantia de Noemi;	
5		O mesmo procedimento é realizado, mas ao contrários é realizado uma adição;	Destacam a quantia de Noemi.	Invertem o sinal da equação encontrada, para obter a quantia de Noemi.	
6		Fizeram a subtração entre o maior e o menor valor fornecido.			

Tabela comparativa das técnicas utilizadas pelos grupos por ocasião da terceira sessão de aplicação

Entendemos ser pertinente destacar aqui um aspecto pontuado por Chervel (1990) quanto ao papel das atividades escolares, denominadas, por ele, simplesmente de *exercícios*. Essas atividades podem ser uma contrapartida indispensável para a fixação de uma disciplina e, mais particularmente, de uma parte de sua respectiva cultura. Nas considerações feitas por

Chervel, às atividades escolares podem, muitas vezes, ter uma conotação muito passiva do aluno. Por outro lado, Chevallard (2001) considera as tarefas *rotineiras*, as quais são articuladas por nós, como tendo o mesmo aspecto da passividade mencionado por Chervel. Fazemos essas considerações para dizer que o tipo de tarefa usado na terceira sessão é considerado por nós como sendo rotineiro, pois está historicamente inserido na cultura matemática escolar.

Encontrar problemas desse tipo nos livros didáticos é algo relativamente comum; o que consideramos diferente seria fazer o comentário, ou até entender o que foi feito, registrar na língua materna os caminhos escolhidos. Nas τ_1 e τ_2, os grupos tentaram justificar ou descrever o que foi feito, buscando, mesmo com certa dificuldade, atender à nossa solicitação. Porém, nas τ_3 e τ_4, os alunos apenas disseram, usamos equação e encontramos a resposta, usamos sistema e também encontramos a resposta, e isso basta. Tal fato já foi identificado em sessões anteriores; é comum essa dificuldade de redação; os alunos estão habituados a usar regras, algoritmos e fórmulas.

Mesmo com essas limitações na escrita, foi possível encontraram algumas pistas de momentos de estudo vivenciados pelos alunos, não somente na produção escrita, mas também nos diálogos transcritos. Para nós, ficou claro que o primeiro grupo vivenciou o momento de reencontro com o tipo de tarefa, pois queria encontrar a resposta de forma rápida; sendo assim, para atender a esse momento, recorreram à exploração do tipo de tarefa e à elaboração de uma técnica.

Quanto ao momento de avaliação da técnica, temos certa insegurança em afirmar que ocorreu, pois os dois primeiros grupos, ao encontrarem as duas quantias, não pararam para responder à pergunta do problema. Eles não avaliaram a técnica, muito menos refletiram, o que nos leva a supor que isso pode ter ocorrido devido ao curto tempo da sessão. O momento de institucionalização não foi possível; na realidade, esse momento nem sempre foi evidenciado em nossas sessões.

De certa forma, também os objetivos propostos para a realização dessa terceira sessão foram atingidos para efeitos de obtenção da produção discente para alimentarmos nossa pesquisa. Os alunos envolveram-se, efetivamente, na realização da atividade matemática proposta, pois, mesmo com o número reduzido de alunos, os que entraram na sala de aula desenvolveram uma atividade de estudo. Outro aspecto que cabe destacar é a flexibilidade no planejamento da sessão, tendo em vista que, quando soubemos que teríamos a redução do tempo, imediatamente escolhemos uma tarefa mais simples; que fosse de fácil entendimento e que os alunos conseguissem resolver em um curto espaço de tempo. Para um leitor mais crítico, a escala qualitativa proposta nos exercícios, e defendida por Chervel (1990), deveria fazer parte das sessões, ou seja, a cada sessão seria necessário aumentar a dificuldade das tarefas; todavia, não temos esse interesse, muito pelo contrário, queremos que os alunos explorem as tarefas, utilizem diferentes técnicas e também consigam comentar o que fizeram.

Por último, afirmamos que os alunos criaram uma matemática nova, pois Chevallard (2001) defende que eles não estão criando conhecimentos novos para a humanidade, mas uma matemática nova no contexto do grupo de alunos, pois entendemos que eles foram desafiados para resolver esse problema. Sendo assim, pode-se concluir que todos os grupos estavam envolvidos na criação de uma matemática nova.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que a resolução de problemas por meio de uma equação do primeiro grau, nos anos finais do Ensino Fundamental tem importante relevância no ensino da Matemática no cenário atual. Tendo como base as reflexões teóricas entendemos que os objetivos desta pesquisa foram alcançados, visto que, no decorrer das sessões de aplicação, os alunos estavam envolvidos na *atividade matemática*. Outro aspecto que é bom salientar, foi o envolvimento dos alunos na *atividade de estudo*. Por mais que planejássemos, ou tentássemos prever a utilização de algumas técnicas, os alunos foram além das expectativas. Um fator que pode ter influenciado as resoluções seriam as técnicas presentes nos livros didáticos com que os alunos tiveram contato, e/ou as técnicas implementadas pelos antigos professores, que permearam as resoluções. Reiterando, então, o que Chevallard (2001) destaca quanto à presença da *onipotência do professor*, permeando a cultura escolar.

Vale lembrar que a instituição escolar outorga ao professor um papel excessivo no *processo didático*. Ao pedir que os alunos comentassem o que fizeram, a resposta que surgiu com frequência foi: *não sei como explicar, mas, meu professor ensinou assim*. Essa onipotência faz parte da cultura escolar e está muito enraizada no cotidiano da escola.

Quando os alunos demonstram interesse em encontrar outras formas de resolver a tarefa, isso corrobora com o pensamento de Chevallard (1999), ao pontuar que *o estudo não fica fechado na sala aula.* Acreditamos, assim, que tais técnicas foram aprendidas pelos alunos com o auxílio do professor, do pai, ou de aula de reforço. Nesse contexto, todas as descrições das técnicas e dos elementos tecnológicos que fizemos auxiliam-nos a entender algumas relações de estudo presentes na sala de aula, e que caracterizam a atividade matemática, de ensino e de aprendizagem. Por mais que fosse planejado, ou que se tentássemos prever a utilização de algumas técnicas, os alunos foram além das expectativas. Um fator que poderia ter influenciado nas resoluções encontra-se representado pelas técnicas presentes nos livros didáticos com que os alunos tiveram contato, e/ou pelas técnicas implementadas pelos antigos professores.

Enfim como educador matemático, e/ou pesquisador, compete-nos educar ou mesmo reeducar esses alunos, pois, ao optarmos pela proposta etnográfica, de imediato, assumimos a responsabilidade de interferir em alguns momentos, propondo aos alunos os três aspectos da atividade matemática, defendidos por Chevallard (2001), ou seja, utilizar a matemática conhecida, aprender (ensinar) matemática e criar uma matemática nova.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRE, M. E. D. A. **Etnografia da Pratica Escolar**. 16a. ed. CAMPINAS (SP): PAPIRUS, 2009. 130 p.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'ativité mathématique aux ostensifs Objet d'etude et problematique**. Recherches en Didactique des Mathématiques. v.19, no 1, p.77-124, 1999.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. Porto Alegre: Teoria e Educação, n. 2, p. 177-229, 1990.

CHEVALLARD, Y. ; BOSCH, M. e GASCÓN, J. **Estudar matemáticas. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Trad. Daisy Vaz de Moraes -Porto Alegre, Artmed, 2001.

GASCÓN, J. **La necesidade de utilizar modelos en didática de las matemáticas**. In Educação Matemática Pesquisa. V.5 n.3. São Paulo. EDUC, pp 11-37, 2003.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23.ed. ver. Atual. – São Paulo: Cortez, 2007.

UMA TENTATIVA DE ARTICULAÇÃO ENTRE A TAD E OS CONCEITOS DE *HABITUS* E *CAMPO* DE BOURDIEU NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dejahyr Lopes Junior
José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este texto pretende inaugurar um diálogo entre dois campos teóricos: a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e os conceitos de *habitus* e *campo* de Pierre Bourdieu. Um trabalho que foi analisado aqui sob a ótica do sujeito que, a nosso ver, está imerso num processo que abarca, ao mesmo tempo, questões da Matemática, Psicologia, Sociologia, Pedagogia, Linguagem, etc. Para tanto, apresentamos alguns elementos teóricos de compreensão, bem como uma tentativa de articulação dos mesmos. Nesse sentido, procuramos discutir o processo de formação docente a partir de uma perspectiva que leva em conta o processo de construção das práticas pedagógicas enquanto práticas sociais, ou seja, as ações que de algum modo são incorporadas pelos professores, quando os mesmos são chamados a refletirem sobre suas organizações matemáticas e didáticas, num grupo de trabalho colaborativo. Destaca-se ainda, que o processo de formação desenvolvido com esse grupo de professores, quando estes se decidem por ocupar um espaço de aprendizagem coletiva e produção de conhecimentos, foi direcionado para a discussão e reflexão sobre práticas pedagógicas que pudessem ser consideradas inovadoras e, sobretudo, voltadas para a profissionalização do trabalho docente. Dessa forma, refletimos sobre ações formativas relacionadas ao ensino do conceito de função, a partir da análise e discussão do processo de construção coletiva de um dispositivo didático desenvolvido no grupo, partindo de autores e trabalhos que ratificam a pesquisa-ação como uma prática que possibilita o desenvolvimento profissional e pessoal dos sujeitos envolvidos e, assim, possa ser considerada transformadora e emancipadora.
PALAVRAS-CHAVE: Formação de Professores, Práticas Pedagógicas e Trabalho Colaborativo.

Introdução

O trabalho do professor de Matemática será analisado neste texto sob a ótica de um sujeito que acreditamos estar imerso num processo de formação continuada que abarque, ao mesmo tempo, não apenas questões da matemática, mas, da psicologia, sociologia, pedagogia, linguagem, etc. Assim, se faz necessário questionar o modo com que os professores tratam a relação do saber matemático e o processo de ensino e aprendizagem, numa perspectiva que contemple, não só a reflexão sobre problemas concretos, mas, a maneira com que o professor organiza o seu fazer pedagógico; suas organizações matemáticas e didáticas e, sobretudo, como esse professor se percebe enquanto elemento protagonista do processo de construção de conhecimentos.

Para a organização deste artigo, revisitamos alguns pontos da literatura numa tentativa de refletir sobre a atuação de professores de Matemática, especialmente no Ensino

Médio, e a relação dos mesmos com os saberes requeridos por essa disciplina, sobretudo, no que diz respeito às práticas pedagógicas que permeiam o seu ensino.

Para tanto, buscamos olhar o desenvolvimento desse processo, ancorados na TAD (Teoria Antropológica do Didático) de Yves Chevallard e nos conceitos de *habitus* e *campo* de Pierre Bourdieu, partindo da discussão de questões mais amplas como: a formação de professores, práticas pedagógicas desenvolvidas, os saberes docentes que emergem da construção de atividades matemáticas, o local onde esse professor atua, suas condições de trabalho, entre outras; para em seguida, aprofundarmos nossas análises a partir de práticas pedagógicas mais específicas como o ensino do conceito de *função* numa classe de 1º ano do Ensino Médio.

Apresentamos assim, uma proposta de investigação e análise de práticas pedagógicas com professores de Matemática que atuam na rede pública, quando os mesmos são chamados a refletirem sobre suas próprias práticas num projeto de formação continuada ao qual denominamos por "*grupo de trabalho coletivo para professores que ensinam Matemática no Ensino Médio*[1]". Uma tentativa de formação que não seja reduzida a uma simples transferência ou repasse de informações, que quase sempre estão fora do contexto e ambiente da sala de aula, mas, que represente uma possibilidade de formação em serviço.

Alguns elementos da TAD

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática é marcado por inúmeros conflitos envolvendo professor, aluno e objetos matemáticos, que ocorrem num dado meio. Tal situação nos leva a acreditar que a compreensão desses conflitos nos remete ao campo da Didática e, assim, analisamos aspectos relativos a seus objetivos e tendências, tentando responder questões que são frequentemente colocadas para professores. Por que ensinar determinados conteúdos da Matemática? Qual a aplicabilidade desses conteúdos? Em relação a ponto de vista didático, os professores são chamados a decidirem sobre: quais organizações matemáticas são consideradas no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos e, principalmente, quais organizações didáticas que estão subjacentes a esse trabalho?

[1] Para este texto, nossas análises se basearam no trabalho desenvolvido por dois professores de uma escola da rede estadual durante os anos 2008 e 2009.

Assumimos a Didática da Matemática, no sentido dado por Chevallard, a partir da definição que vai além das práticas escolares, ou seja, numa perspectiva que nos remete ao campo antropológico da Didática, onde buscamos realizar um estudo detalhado das práticas desses professores através das relações institucionais que os mesmos mantêm com um determinado objeto matemático. Para Chevallard (1992), numa abordagem antropológica, um objeto só vai existir, se for definido ou aceito por uma determinada instituição, por exemplo, função é um objeto reconhecido por diversas instituições sociais.

Assim, para analisar as relações institucionais desses sujeitos, buscamos inicialmente suporte teórico na Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard, entendendo tais instituições como ambiente que dá voz e vida a um determinado saber matemático. No caso, o conceito de função que é um saber considerado e relativamente estabelecido em instituições como: PCN, Orientações, Livros Didáticos, entre outras.

Para Chevallard (1999), toda atividade humana consiste em cumprir uma tarefa $\boldsymbol{t}$ de um certo tipo $\boldsymbol{T}$ de tarefas, por meio de uma técnica $\boldsymbol{\tau}$**,** justificada por uma tecnologia $\boldsymbol{\theta}$ que permite ao mesmo tempo pensá-la, ou até mesmo produzi-la, e que é justificável por uma teoria $\boldsymbol{\Theta}$. Esse quarteto compõe o que Chevallard considera uma praxeologia [$\boldsymbol{T/\tau/\theta/\Theta}$]. Nesse sentido, uma praxeologia pode se decidir por criar uma dada instituição para se trabalhar uma determinada tarefa ou um conjunto de tarefas e, consequentemente, pode-se pensar em técnicas, tecnologias e teorias que também são criadas.

Dessa forma, segundo Chevallard, a relação institucional deve ser analisada num determinado instante, uma vez que a mesma relação pode não se repetir num outro momento. Na instituição *Livro Didático*, por exemplo, a relação institucional mantida entre o sujeito (professor) e o objeto (função) não é a mesma de 30 anos atrás, se considerarmos a evolução da linguagem no trabalho de introdução desse conceito.

Para Chevallard (1999), a ligação entre a noção de relação e as noções já apresentadas, pode ser explicada da seguinte maneira:

> “[...] a relação institucional construída em torno de um objeto é moldada pelo conjunto das tarefas realizadas, por determinadas técnicas aplicadas na realização dessas tarefas e pelas pessoas que se ocupam da aplicação dessas técnicas”. (p.05)

Para se determinar uma relação institucional precisamos recorrer a uma praxeologia, e o acesso a essas relações pode ser feito pela observação dos seus diferentes momentos ou ainda, do contexto em que a mesma foi concebida. Retomando o exemplo do Livro Didático, podemos verificar que a prática dos professores, em relação ao Movimento da Matemática da Moderna, divergiu bastante, bem como o papel que se espera dos nossos alunos.

Dessa forma, um conjunto de técnicas, tecnologias e de teorias organizadas em torno de um tipo ou conjunto de tarefas, forma uma praxeologia pontual ou uma organização praxeológica pontual. A reunião de várias praxeologias pontuais criará uma praxeologia local, regional, ou global, dependendo do grau de expansão dessas reuniões bem como de suas tecnologias, teorias ou a posição institucional considerada, funcionando assim como uma fonte geradora de conhecimento.

Em relação à natureza do objeto, Bosch e Chevallard (1999) levantam alguns questionamentos, como o problema da descrição das práticas institucionais onde tal objeto sobrevive e que deverá ser respondido em termos de organizações praxeológicas.

Para os autores cria-se uma diferenciação na organização do saber matemático e não quanto à natureza desses componentes, levando-os a outros questionamentos. Do que são feitos os ingredientes que compõem uma técnica, uma tecnologia, uma teoria? Como podemos descrever o funcionamento de uma técnica bem como seu alcance? Quais distinções poderiam ser feitas entre diferentes técnicas? E, assim, destacam a importância dos meios ostensivos na instrumentalização e desenvolvimento de qualquer atividade matemática.

Esse duplo questionamento, levantado a partir da natureza dos objetos matemáticos e a sua função na atividade matemática, levantado por Bosch e Chevallard (1999), nos remete a uma dicotomia que exige a distinção entre dois objetos: os *ostensivos* e os *não-ostensivos.*

Tal movimento nos fará pensar, a partir de agora, em termos de Organizações Praxeológicas, que por sua vez será desenvolvido através do binômio OM (Organização Matemática) e OD (Organização Didática). A OM, como vimos anteriormente, em termos da *práxis* $[\boldsymbol{T},\boldsymbol{\tau}]$ e do *logos* $[\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Theta}]$; e a OD, que será desenvolvida mais adiante, no sentido do estudo.

No que diz respeito às organizações didáticas, Chevallard (1999) apresenta o processo de estudo a partir de momentos didáticos voltados para a funcionalidade de tal processo. Para descrever uma organização didática, o autor define seis momentos didáticos que podem aparecer de forma isolada ou simultânea durante a execução do estudo.

Primeiramente, temos o momento de encontro com a OM através de pelo menos um tipo de tarefa, orientando desde o início as relações institucionais e pessoais com o objeto matemático. A seguir, temos o momento de exploração das tarefas e elaboração de uma técnica que permita cumprir tal tarefa. Se possível, nesse momento, o professor deve possibilitar o surgimento de outras técnicas, dando condições para que o aluno desenvolva um estudo mais exaustivo para essa classe de problemas. O terceiro momento representa a construção do que o autor chama de um ambiente tecnológico/teórico e encontra-se em estreita relação com os momentos anteriores. No quarto momento, a técnica é trabalhada para diferentes tarefas, podendo eventualmente ser alterada e/ou aperfeiçoada. Para o quinto momento, o da institucionalização, o professor deve definir a OM, destacando elementos que fizeram parte do estudo. Finalmente, no sexto momento temos a avaliação das relações institucionais e pessoais produzidas em torno do objeto de estudo.

Conforme anunciamos, temos aqui uma preocupação em desenvolver uma proposta voltada para questões de ordem institucional, sendo assim, nos vemos obrigados a refletir sobre conceitos que justifiquem, não apenas tais relações, mas, suas implicações no campo da Educação Matemática enquanto práticas sociais. Para adentrarmos por esta seara, trazemos para a discussão os conceitos de *habitus* e *campo* propostos por Pierre Bourdieu. Desta maneira, procuramos analisar a forma com que tais experiências se efetivam ao longo do trabalho desses professores.

A Sociologia de Bourdieu

Se por um lado Chevallard nos auxilia na compreensão da organização do saber matemático, ou seja, descrever a forma com que as organizações matemáticas e didáticas podem ser implementadas; buscamos a partir deste ponto, manter um diálogo entre esse processo e as práticas pedagógicas enquanto práticas sociais.

Assim, os conceitos de *habitus* e *campo* são dois elementos fundantes da teoria produzida por Bourdieu, e nesse sentido, nos auxiliam a penetrar no universo das práticas pedagógicas numa tentativa de compreender melhor as escolhas e formas de organização do saber escolar.

Nessa perspectiva, assumimos o termo “práticas pedagógicas” como sendo algo que é produzido a partir de um conjunto de ações sociais que, de algum modo ou em um determinado momento, são incorporadas pelos sujeitos, sobretudo quando os mesmos são chamados a decidirem por suas organizações matemáticas e didáticas.

De acordo com Nogueira e Nogueira (2006), desde o início de sua carreira Bourdieu procurou compreender a ordem social de forma revolucionária, e assim:

> [...] que escape tanto ao subjetivismo (tendência a ver essa ordem como produto consciente e intencional da ação individual) quanto ao objetivismo (tendência a reificar a ordem social, tomando-a como uma realidade externa, transcendente em relação aos indivíduos, e de concebê-la como algo que determina de fora para dentro, de maneira inflexível, as ações individuais). (p.21)

A busca por respostas dessa natureza nos remete, sem dúvida, a um *campo* formado pela intersecção da sociologia, educação e educação matemática; onde procuraremos entender melhor o trabalho do professor frente ao ensino de conteúdos específicos, suas ideias, experiências e estratégias que visem a produção, (re)produção e assimilação do saber escolar matemático.

Para uma melhor compreensão das ideias de Bourdieu, julgamos necessário discutir alguns conceitos fundantes desse teórico, conceitos esses que foram moldados a partir das transformações ocorridas no campo intelectual e no cenário social.

A noção de *habitus* está em estreita relação com sua concepção de cultura[2]. Uma tentativa de explicar a dialética da interioridade e da exterioridade. É através do conceito de *habitus* que Bourdieu tenta superar o dualismo entre o mundo social e aquilo que o indivíduo faz ou diz. Desse modo, as ações empreendidas nesse mundo social estariam mediadas pelo *habitus*.

Nesse sentido, o *habitus* seria entendido como práticas desenvolvidas, uma mediação universalizante que faz com que essas práticas, sem uma razão explícita e sem intenção, tornem algumas atitudes sensatas ou não. Assim, podemos dizer que o *habitus* vai

[2] A noção de cultura em Bourdieu constitui-se num conjunto de esquemas fundamentais, previamente assimilados, que segundo o autor se articula uma infinidade de esquemas particulares aplicados a situações particulares.

se transformando e dando identidade ao seu povo, traduzindo-se em estilos de vida, julgamentos políticos, morais e estéticos.

Para Bourdieu, as ações produzidas pelos sujeitos têm um sentido objetivo que muitas vezes lhes escapam, agindo como membros de uma classe e, mesmo não tendo consciência disso; exercem o poder e a dominação, sobretudo simbólica, de modo não intencional. Portanto, para utilização desse conceito, passamos a explorar sua natureza e função considerando que o *habitus* se revela nas práticas dos professores, ou seja, através de um conjunto de conhecimentos produzidos nas mediações que vão sendo construídas e estabelecidas entre os sujeitos, instituições e o saber matemático.

Sarti e Bueno (2001) se referem ao trabalho docente como sendo efetivado por meio de um *habitus* propriamente profissional. Para as autoras:

> "o *habitus* do professor é considerado como um conjunto de maneiras de atuar e compreender a realidade na situação de ensino escolar, constituindo-se em conhecimentos e reflexões que guiam as práticas dos professores" (p.05)

Obviamente que esse conhecimento precisa ser produzido e/ou explicado a partir de algum lugar, desse modo Bourdieu nos apresenta o conceito de *campo* como sendo um espaço formado por forças contraditórias que atuam de modo a legitimar o *habitus* enquanto produtor de conhecimento.

Assim, estamos adotando o conceito de *campo* como um espaço, onde o trabalho desse professor se operacionaliza, de maneira que as relações mantidas entre sujeitos, objetos e instituições sociais possam ser analisadas a partir das especificidades do mesmo, observando as mediações possíveis, práticas organizadas, histórias dessas práticas, enfim, como esse sujeito se insere e sobrevive no *campo* que vai se configurando a partir de relações socialmente distribuídas.

Nessa perspectiva, procuramos analisar algumas estratégias pedagógicas desenvolvidas, por professores do Ensino Médio, ao longo do processo de ensino e reflexão sobre o conceito de função, bem como as escolhas didáticas adotadas na solução e/ou análise de fenômenos didáticos que surgem no ambiente escolar e na sala de aula. Nossas análises foram feitas a partir das observações das aulas desses professores e participação dos mesmos num grupo de trabalho colaborativo.

A pesquisa-ação como possibilidade de trabalho na formação de professores de Matemática

Entendemos que os problemas enfrentados pelos professores são, em grande parte, desencadeados pela sua própria prática educacional. Tal afirmação coloca o pesquisador "dentro" de um cenário que apresenta de início questões ligadas à sala de aula, à forma com que o ensino deve ser conduzido ou, ainda, questões que tratem das dificuldades de alunos e desse modo, coloca esse professor em processo de reflexão que, segundo Zeichner (1993), deve ser uma reflexão qualificada.

Por outro lado, percebemos que o papel da pesquisa na formação inicial e continuada de professores ganha força na medida em que colocamos professores e/ou futuros professores a vivenciarem o processo de construção de conhecimento sobre o que é ensinar, possibilitando uma reflexão crítica de suas ações pedagógicas.

Tal abordagem permite não apenas observar, descrever ou analisar dados coletados, mas possibilita dar voz aos sujeitos professores e, nesse sentido, apresentamos como uma primeira tese que esses sujeitos, à medida que passam a se envolver num processo de formação continuada com essas características, se desenvolvem pessoal e profissionalmente na busca de novas condições sociais e políticas, podendo gerar mudanças nas suas práticas pedagógicas tanto em nível de atitudes como de saberes.

Tal proposta exige um olhar mais crítico e reflexivo do cenário, colocando o pesquisador atento às condições de trabalho desse professor bem como das instituições em que o mesmo está ligado. Assim, passamos a analisar esse sujeito a partir do lugar de onde ele mostra, com suas reflexões, angústias, saberes, ou seja, uma tentativa de centrar nosso olhar "para dentro" do ambiente onde o professor está inserido, como dissemos anteriormente.

Considerações sobre o processo de construção coletiva de um dispositivo didático

No que diz respeito ao processo de construção de um produto coletivo para ser utilizado em sala de aula, neste caso caracterizado pela elaboração de uma sequência didática, optamos por iniciar os trabalhos a partir da seguinte questão: como iniciar o estudo de funções no ensino fundamental e médio?

Analisando com o grupo diversas maneiras de se definir uma função, verificamos que algumas definições têm caráter estático, por exemplo, a definição por meio de pares ordenados, enquanto que outras têm caráter mais dinâmico, como lei de associação. Após análises e questionamentos, o grupo concluiu que, para alunos das séries finais do ensino fundamental e início do ensino médio, a segunda opção era a mais adequada. Nessa escolha levou-se em consideração o fato dessa abordagem nos parecer mais adequada para o uso da resolução de problemas como recurso didático.

Nesse sentido, o grupo optou pela realização de um trabalho em três etapas: introdução do conceito, por meio da exploração de atividades de contextos variados; em seguida um aprofundamento do estudo de representações e conexões entre tabelas, leis, linguagem natural e gráficos. Esse estudo introdutório deve ser finalizado com momentos de sistematização e a apresentação de alguns conceitos básicos relativos a funções, tais como: definição de função, notações, domínio, imagem, crescimento, função do 1º grau, função quadrática, entre outros. Dessa forma, o conceito de função deve estar articulado com os conceitos de conjunto, subconjunto, equação, inequação, coordenadas cartesianas e outros, os quais deverão ser explorados e retomados durante o desenvolvimento das atividades, de acordo com o nível de conhecimento dos alunos.

A relação entre os saberes construídos ao longo do processo formativo e os conceitos de *habitus* e *campo* em Bourdieu

Ao longo do processo de formação observamos que na medida em que esse professor se depara com dificuldades e se decide por superá-las, ele tende a modificar o seu *habitus* e muitas vezes interage com outros campos. Entendemos que tal postura se reflita não apenas no discurso desse professor, mas, sobretudo, em suas ações.

Uma proposta de formação de professores como esta, de trabalho colaborativo, implica em certos riscos, principalmente, de ordem organizacional. Quando um grupo se propõe realizar esse tipo de trabalho, normalmente em condições adversas, assume certos riscos, como foi dito anteriormente, por exemplo, lançar mão de uma liderança partilhada que deve ser desenvolvida num ambiente onde a relação de confiança entre os participantes constitui-se como uma das premissas básicas. Essa não é, evidentemente, uma tarefa fácil, exige um processo de constante negociação e busca de um equilíbrio entre os papéis.

Acreditamos que o desenvolvimento de praxeologias, associadas a um determinado saber, sejam elas matemáticas ou didáticas, está sempre articulada ou enraizada num saber anterior e, dessa forma, tais praxeologias vão orientando, construindo, uma estrutura estável em que o professor deposita sua experiência de vida.

Buonicontro *apud* Silva (2008), apresenta uma pesquisa que tinha por objetivo compreender o processo de construção da prática pedagógica do engenheiro professor. Para tanto, verificou-se que ao ingressar na carreira acadêmica e se tornar professor, esse profissional busca em experiências anteriores, referências para suas escolhas e ações pedagógicas que, com o passar do tempo, vão sendo incorporadas como *habitus*.

No caso específico da Matemática, entendemos que a diversidade de objetos ostensivos, parte perceptível organização matemática, e a necessidade de sua manipulação, tornam o trabalho desse professor muito mais complexo, na medida em que raramente os alunos são conduzidos a perceberem as relações mantidas entre esses ostensivos e os não-ostensivos correspondentes.

Ao longo de diversas observações dos professores acompanhados, percebemos o quanto esses professores se mantêm presos a práticas anteriores, muitas observadas em seus ex-professores ou em experiências vividas nos seus cursos de graduação. Para alguns, o uso do livro didático configura-se um engessamento de suas organizações matemáticas e didáticas, na medida em que as atividades propostas não levam em conta essa diversidade de ostensivos e, principalmente, as possibilidades de variações no uso de técnicas.

Temos claro que a prática pedagógica não deve ser vista como uma atividade individual; mas sim compartilhada. Ela se constitui a partir de relações que são possibilitadas no interior desses campos sociais e, desse modo, a interação entre seus pares passa a desempenhar um papel decisivo no desenvolvimento de sua prática, na medida em que o grupo reflete e trabalha em função de uma proposta comum.

Assim, acreditamos que a aquisição de novos saberes se potencializa na medida em que o professor é levado a pensar o processo de ensino e aprendizagem em termos de práticas sociais e, dessa maneira, pode compreender que o processo de formação deve ser concebido de forma contínua, contemplando sua formação inicial, seus primeiros anos de exercício profissional, estendendo-se por toda sua vida.

Considerações finais

Conforme apresentamos neste texto, foi necessário um recorte da teoria de Bourdieu para o aprofundamento da análise do processo de constituição e consolidação das práticas pedagógicas e a formação desses professores. Assim, para esse autor, a prática se realiza na medida em que o *habitus* entra em contato com uma situação, ou seja, a prática seria o resultado de um *habitus* incorporado a partir de uma trajetória social. Nessa perspectiva, o professor faz uso de suas praxeologias para a construção de novas práticas.

No caso dos professores investigados, seus discursos sugerem práticas pedagógicas marcadas por escolhas que, quase sempre, estão ligadas ao desenvolvimento de praxeologias induzidas pelo livro texto. Podemos inferir que tal postura nos pareceu estar próxima daquilo que Chevallard (1999) chamou de momento de construção do ambiente tecnológico/teórico, estabelecendo desde o início relações com o objeto matemático e o referido ambiente.

Para o autor, esse processo pode caracterizar o que ele definiu como ensino tradicional, em que as tarefas parecem representar logo na primeira etapa dos estudos, aplicações do bloco tecnolólogico/teórico. Nesse sentido, tal prática, enquanto fonte geradora de saberes, configura-se como um *habitus* que vai sendo incorporado pelo sujeito a partir de uma trajetória de vida.

Referências

BOURDIEU, P.; PASSERON, J. C. – *A Reprodução: elementos para uma teoria do sistema de ensino*. Rio de Janeiro: Editora Perspectiva. 1975.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l' activité matemátique aux ostensifs. Objet d' etude et problematique. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19. n. 1, p. 77-124, 1999.

CHEVALLARD, Y. – Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, v.12 n.1, p.73 -112, 1992.

___________ , Y. – L'analise des pratiques enseignantes em théorie antropologique du didatique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage-Editions, v.19 n.2, p. 221-265, 1999.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. – *Estudar Matemáticas : o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

NOGUEIRA, M. A.; NOGUEIRA, C. M. M. - *Bourdieu & a Educação*. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2006.

SARTI, F. M.; BUENO, B. O. – *Ensaio sobre a dimensão ética do ofício de formar novos professores*. Anais da 24ª Reunião da ANPEd, 2001. CD-ROM

SILVA, M. A. de S. – A utilização do conceito de *habitus* em Pierre Bourdieu para a compreensão da formação docente. *Revista Extra-Classe*, nº1 – V2, agosto de 2008.

ZEICHNER, K. – *A formação reflexiva de professores: ideias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.

A TRANSPOSIÇÃO DO SABER CIENTÍFICO *GEOMETRIA FRACTAL* PARA O SABER A ENSINAR

Edilson de Moura

Antônio Pádua Machado

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: O objetivo deste artigo é compreender e estudar a trajetória percorrida por esse saber científico – fractal – até o saber a ensinar – livros didáticos, programas e outros materiais de apoio. A teoria fractal vem se desenvolvendo como conceito da matemática desde 1975, pelas tentativas do matemático, polonês Benoit Mandelbrot, de representar certas formações da natureza. As abstrações do autor partem de situações observáveis como os litorais, as nuvens, as ramificações em árvores e passam por aplicações tecnológicas, como em antena de rádio, leitura de frequência cardíaca, distribuição vegetal na floresta. Há hoje variados estudos acadêmicos sobre fractais, nos campos científicos da matemática, de outras ciências e no campo da Educação Matemática. Nos próprios Parâmetros Curriculares Nacionais há, desde 1998, orientação para inclusão pedagógica desse conceito no ensino de matemática. Dada a naturalidade do pensamento geométrico em situações que dão a abstração fractal, usa-se a expressão Geometria Fractal, que ficou estabelecida comumente como a área de estudo na nova matemática da complexidade. Essa nova matemática da complexidade é tecnicamente conhecida como teoria dos sistemas dinâmicos que não é uma teoria dos fenômenos físicos, mas sim, uma teoria matemática, assim como a teoria do caos e a teoria dos fractais. A Geometria Fractal dá uma forma extremamente precisa, de olhar para o mundo em que vivemos e em particular o mundo vivo. Os fractais não são apenas desenhos artísticos, mas os primeiros passos de uma nova ciência. Este artigo é fruto de uma pesquisa que está sendo desenvolvida, cuja metodologia adotada como estratégia de pesquisa é o Estudo de Caso e para fundamentações teóricas emprega-se a terminologia da Transposição Didática.

PALAVRAS-CHAVE: Fractais. Estudo de Caso. Educação Matemática.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A transposição didática estuda o processo seletivo que ocorre entre "(...) *três tipos de saberes: o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado.*" (Machado, 2008, p. 21).

Neste artigo trataremos os fractais como um saber científico que se movimenta para o saber escolar. Nesse sentido, entendemos que o tipo de transposição didática é a externa, a qual se materializa, geralmente, pelos livros didáticos, pelas orientações curriculares ou outros materiais de apoio. Já a *transposição didática interna*, a qual se apresenta geralmente particularizada em cada sala de aula, não será abordada. Essa transposição didática interna representa o momento em que cada professor vai transformar os conteúdos que lhes foram designados em conhecimentos a serem efetivamente ensinados.

[1] Autor, Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande, MS. Professor de Matemática do Colégio Militar de Campo Grande, MS. ediladri@ig.com.br

[2] Professor Doutor Orientador no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande, MS.

Discutiremos a seguir alguns dos elementos, termos e conceitos vinculados tanto a transposição didática quanto a geometria fractal, a fim de proporcionar uma melhor compreensão de alguns dos textos destacados destes documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN); Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio (PCNEM); Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN^+); e Diretrizes Curriculares de Matemática do Estado do Paraná.

2. ELEMENTOS DO REFERENCIAL TEÓRICO

Falar na existência de uma transposição remete-nos a uma ideia de deslocamento de um ponto a outro. No sentido de transposição didática, entende-se que o objeto a ser transposto ou movimentado é o saber. Para Chevallard, autor da transposição didática, a transposição é definida como "*O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, (...).*" (*apud* Machado, 2008, p. 16).

Existe uma diferença entre saber e conhecimento. O saber é, "(...) *quase sempre, caracterizado por ser relativamente descontextualizado, despersonalizado e mais associado ao contexto científico, histórico e cultural.*" (Machado, 2008, p. 12). Enquanto o conhecimento está relacionado "(...) *ao contexto mais individual e subjetivo, revelando aspectos com os quais o sujeito tem uma experiência mais direta e pessoal.*" (Machado, 2008, p. 13).

Chevallard afirma que os saberes sofrem transformações adaptativas nos diversos transcursos ocorridos entre as instituições. Para ele "*um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre objetos de ensino.*" (*apud* Machado, 2008, p. 15).

O termo noosfera, cunhada por Chevallard, refere-se às intervenções realizadas por professores, cientistas, especialistas, autores de livros e outros agentes da educação, sobre esses saberes que comporão os programas escolares e, por conseguinte determinarão o funcionamento do processo didático.

O saber científico não está diretamente vinculado ao ensino médio e fundamental, mas está relacionado normalmente ao saber desenvolvido nas universidades ou nos institutos de pesquisa. Sendo assim, há uma necessidade de promover transformações adaptativas, a fim de produzir um tratamento didático que possa ser destinado as práticas educativas. Pais (2008) diz que

> para viabilizar a passagem do saber científico para o saber escolar, torna-se necessário um trabalho didático efetivo, para proceder a uma reformulação visando à prática educativa, é necessário recorrer à elaboração de uma forma didática, surgindo assim a importância de uma metodologia fundamentada numa proposta pedagógica. (Machado, 2008, p. 23).

Para caracterizar a diferença entre o saber científico e o saber a ensinar, basta verificar a forma de comunicação intrassaber. Enquanto a primeira utiliza-se de artigos, teses, dissertações e livros especializados a outra se utiliza normalmente de livros didáticos, programas e outros materiais didáticos de apoio. Devemos ter o cuidado na transposição do saber científico para o saber ensinado, pois o conteúdo não pode ser concebido apenas como uma simplificação do saber científico.

Entre as instituições, que lidam com esses dois tipos de saberes, existem finalidades diferentes a serem alcançadas. Enquanto, para o matemático o saber é sua meta principal, para as práticas escolares o conhecimento é o meio para proporcionar a educação. Não queremos dizer com isso, que o pensamento do pesquisador matemático não tenha importância para educação, mas sim, como afirma Pais (2008) que

> o *trabalho intelectual* do aluno não é diretamente comparável com o trabalho do matemático ou do professor de matemática. Mesmo assim, essas atividades guardam entre si algumas correlações cuja análise é de interesse para a educação matemática. O aluno deve ser sempre estimulado a realizar um trabalho na direção de uma iniciação à “investigação científica”. Nesse sentido, a atitude intelectual do aluno diante de um problema deveria ser semelhante ao trabalho do matemático diante de sua pesquisa. Aprender a valorizar sempre o espírito de investigação. Esse é um dos objetivos maiores da educação matemática, (...). (Machado, 2008, p. 31).

3. CONCEITO E ELEMENTOS DA TEORIA FRACTAL

Capra (2006, p. 118) afirma que “*essa geometria fornece uma convincente linguagem matemática para descrever a estrutura em “escala fina” dos atratores caóticos”*. O autor Stewart (1991, p. 122) define *“atrator como sendo uma porção do espaço de fase tal que qualquer ponto que se oponha em movimento nas suas proximidades se aproxima cada vez mais dele”*.

Capra (2006, p. 118) descreve que Mandelbrot, autor dessa nova linguagem, “*explicou que a geometria fractal lida com um aspecto da natureza do qual quase todos têm estado cientes, mas que ninguém foi capaz de descrever em termos matemáticos formais”.*

No geral as formas geométricas da natureza carecem de uma linguagem mais apropriada para descrevê-las, as regularidades das formas da natureza são exceções, como nos lembra Mandelbrot:

> A maior parte da natureza é muito, muito complicada. Como se poderia descrever uma nuvem? Uma nuvem não é uma esfera. ... É como uma bola, porém muito irregular. Uma montanha? Uma montanha não é um cone. ... Se você quer falar de nuvens, de montanhas, de rios, de relâmpagos, a linguagem geométrica aprendida na escola é inadequada. (*apud* Capra, 2006, p. 118).

Um fractal é caracterizado pela *autossimilaridade;* por sua *dimensão* numericamente não inteira; e por um procedimento de *interação* que o gera.

Stewart (1991, p. 219) diz que um objeto "é *autossimilar quando se pode separar uma pequena parte, ampliá-la e recriar assim algo muito parecido com o todo.* Entendemos assim que há um padrão que se repete indefinidamente, ou seja, suas partes, em qualquer escala são semelhantes ao todo. São exemplos de autossimilaridade na natureza as pequenas rochas das montanhas; as ramificações de relâmpagos; linhas litorâneas que se dividem em porções progressivamente menores; pedaços de uma couve-flor que lembram toda a couve-flor; e outros mais. Queremos deixar claro que a autossemelhança da couve-flor se dá até certo grau de redução no fator de escala. Em um fractal natural há uma autossemelhança estatística, ou seja, há diferenças entre o fractal natural e o fractal matemático. Janos (2008) diz que "*nos fractais matemáticos, as partes são cópias exatas do todo, mas nos fractais naturais as partes são apenas reminiscência do todo."*

A *dimensão fractal* nada mais é do que uma medida numérica do grau de rugosidade ou irregularidade de um fractal. Stewart (1991, p. 236) disse que "*de início foi chamada de dimensão de Hausdoff-Besicovich, a partir dos nomes dos nomes dos matemáticos Felix Hausdorff e A. S. Besicovitch qua a inventaram e desenvolveram".*

Para Capra (2006, p. 119), Mandelbrot

> acentuou essa característica dramática das formas fractais fazendo uma pergunta provocativa: "Qual é o comprimento do litoral da Inglaterra?" Ele mostrou que, desde que o comprimento medido pode ser indefinidamente estendido se nos dirigirmos para escalas cada vez menores, não há uma resposta bem definida para essa pergunta. No entanto, é possível definir um número entre 1 e 2 que caracterize o "denteamento" do litoral. Para a costa britânica, esse número é aproximadamente igual a 1,58; para a costa norueguesa, muito mais acidentada, ele mede aproximadamente 1,70.

E ainda, Capra (2006, p. 119) esclarece melhor esse conceito da dimensão fractal, quando explica intuitivamente essa ideia compreendendo que uma linha denteada em um plano preenche mais espaço do que uma linha reta, que tem dimensão 1, porém menos do que o plano, que tem dimensão 2. Quanto mais denteada for a linha, mais perto de 2 estará sua dimensão fractal. De maneira semelhante, um pedaço de papel amarrotado ocupa mais espaço do que um plano, porém menos do que uma esfera. Desse modo, quanto mais amarrotado e apertado estiver o papel, mais perto de 3 estará sua dimensão fractal.

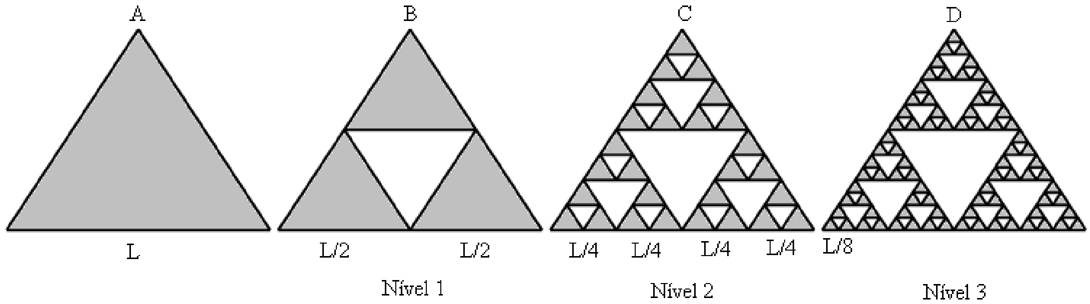
Para nós, entender o conceito de dimensão fractal não foi fácil, pois envolvia ideia de dimensão numericamente não inteira. Agora podemos perceber a importância desse conceito tão poderoso para essa geometria. Não só para a geometria fractal, esse conceito é vital, mas também para outros ramos das ciências que se utilizam dela, como afirma Capra (2006, p. 119):

> Esse conceito de dimensão fractal, que foi, de início, uma ideia matemática puramente abstrata, tornou-se uma ferramenta muito poderosa para analisar a complexidade das formas fractais, pois corresponde muito bem à nossa experiência da natureza. Quanto mais dentados forem os contornos de um relâmpago ou as bordas de uma nuvem, e quanto mais acidentadas forem as formas de uma linha litorânea e de uma montanha, mais altas serão suas dimensões fractais.

Para expurgar bem essa ideia do conceito de dimensão fractal, citaremos um exemplo adaptado do Barbosa (2005):

Dimensão em geral não inteira

O triângulo de Sierpinski



Cada triângulo de um nível é repartido para o nível seguinte em 3 triângulos (desde que o central seja removido), então n = 3; e cada um pode ser ampliado para se igualar ao anterior, duplicando-o, logo o fator de aumento é m = 2.

Usando a igualdade $n = m^D$, teremos $3 = 2^D$, e com logaritmos obtemos

$D = \log 3 / \log 2 \cong 0{,}47712 / 0{,}30103 \cong 1{,}585$

Diremos então que a dimensão do triângulo de Sierpinski é aproximadamente 1,585; portanto, entre os inteiros 1 e 2.

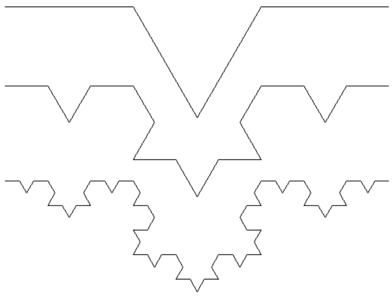
É interessante e importante observar que o resultado permanece o mesmo se tivermos repartido o triângulo em 9 (nove) triângulos (nível 2), pois nesse caso o fator de aumento é 4:

$9 = 4^D$ ou D = log 9 / log 4 = 2 log 3 / 2 log 2 = log 3 / log 2

Segue o uso da fórmula seguinte para determinar a dimensão dos fractais:

Dimensão = log (número de peças) / log (fator de aumento) ou **D = log n / log m**

Curva de Koch



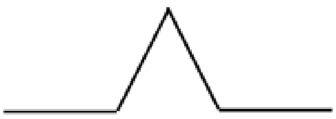
Para esse fractal temos n = 4 peças e fator de aumento m = 3, a sua dimensão fractal é

$$D = \log 4 / \log 3 \cong 0{,}60206 / 0{,}47712 \cong 1{,}262$$

Vamos exemplificar outro exemplo bem interessante com dois fractais do tipo de curvas de Koch com os geradores iniciais dados por:

a) ponta mais achatada,

b) ponta mais alongada



Usamos em ambos n = 4 peças como na curva de Koch padrão, e também ambos com comprimento total do segmento 3,5 unidades. Em a) cada peça tem 2/7 do total, porém em b) cada uma tem 2/5, valores respectivamente inferior e superior a cada peça da curva padrão de Koch, que possuem 1/3 do total. Com esses dados as respectivas dimensões são:

$D(a) = \log 4 / \log (3{,}5) \cong 0{,}60206 / 0{,}54407 \cong 1{,}106$

$D(b) = \log 4 / \log (2{,}5) \cong 0{,}60206 / 0{,}39794 \cong 1{,}512$

desde que os fatores de aumento são dados pelos inversos dos fatores de redução 1/(2/7) = 7/2 = 3,5 e 1/(2/5) = 5/2 = 2,5.

Cremos que intuitivamente podemos concluir que: a) é menos áspero e menos denso; enquanto b) é mais áspero e mais denso.

4. SABER ESCOLAR - PCN; PCNEM; PCN^+; e as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná.

O PCN diz que a matemática não evolui de forma linear e logicamente organizada, e ressalta que a matemática

> desenvolveu-se com movimentos de idas e vindas, com rupturas de paradigmas. Frequentemente um conhecimento foi amplamente utilizado na ciência ou na tecnologia antes de ser incorporado a um dos sistemas lógicos formais do corpo da Matemática. Exemplos desse fato podem ser encontrados no surgimento dos números negativos, irracionais e imaginários. Uma instância importante de mudança de paradigma ocorreu quando se superou a visão de uma única geometria do real, a geometria euclidiana, para aceitação de uma pluralidade de modelos geométricos, logicamente consistentes, que podem modelar a realidade do espaço físico. (PCN, 1998, p. 25)

Vemos que a geometria fractal faz parte desse contexto, pois esse conhecimento já vem sendo utilizado nos mais diversos ramos da ciência e suas tecnologias, como mencionado. É também um exemplo claro de que a matemática não está estagnada. A teoria fractal é um dos exemplos da multiplicidade dos sistemas matemáticos que

> evidenciou, por outro lado, que não há uma via única ligando a Matemática e o mundo físico. Os sistemas axiomáticos euclidiano e hiperbólico na Geometria, equivalentes sob o ponto de vista da consistência lógica, são dois possíveis modelos da realidade física. Além disso, essa multiplicidade amplia-se, nos tempos presentes, com o tratamento cada vez mais importante dos fenômenos que envolvem o acaso - a Estatística e a probabilidade – e daqueles relacionados com as noções matemáticas de caos e de conjuntos fractais. (PCN, 1998, p. 25)

Os estudos realizados até o momento permitem-nos perceber que a geometria fractal ajudará ao aluno a aprender a identificar diferenças, semelhanças e regularidades; desenvolvendo e estimulando no aluno um caráter indutivo. Na construção do conceito fractal, o conhecimento matemático se dá:

> a partir da observação de casos particulares, as regularidades são desvendadas, as conjecturas e teorias matemáticas são formuladas. Esse caráter indutivo é, em geral, pouco destacado quando se trata da comunicação ou do ensino do conhecimento matemático.
>
> O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. (PCN, 1998, p. 26)

Algumas pessoas acham que a matemática está muito longe da arte, mas a matemática está muito mais próxima da arte do que se pensa. Elas apenas utilizam linguagens diferentes. E na geometria, elas se revelam ainda mais próximas, pois nela o olhar e a matemática se encontram, e o:

> estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com

> noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (PCN, 1998, p. 51).

E ainda, a geometria fractal proporciona ao aluno a possibilidade de compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. Pois,

> os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (PCN, 1998, p. 51).

A geometria fractal também proporciona a possibilidade de se trabalhar, em sala de aula, os importantes conceitos de isometria e homotetia de:

> modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (PCN, 1998, p. 51).

Como a geometria fractal é um ramo da teoria do caos, suas aplicações se estendem a outras ciências - Biologia, Física, Química, Geografia, Artes, e etc. - proporcionando uma forma de se trabalhar a interdisciplinaridade. Além do que, a geometria fractal utiliza-se da percepção e estímulo visual, pois as

> habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca.
> Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, em especial a Física. (PCNEM, 2000, Parte III, p. 44).

O PCN^+ orienta que "*Na direção de valorização da Matemática, no seu aspecto estético, existem alguns vídeos que podem servir como ponto de partida de discussão de assuntos tais como simetrias, fractais, o número de ouro, etc.*" (PCN^+, 2000, p. 93).

Finalmente, para demonstrar que esse saber científico está se tornando um saber escolar, as diretrizes curriculares de matemática para as séries finais do ensino fundamental e para o ensino médio do estado do Paraná já citam o tema fractal: "*Noções de geometrias não-euclidianas: geometria projetiva (pontos de fuga e linhas do horizonte); geometria topológica (conceitos de interior, exterior, fronteira, vizinhança, conexidade, curvas e conjuntos abertos e fechados) e noção de geometria dos fractais.*" (Diretrizes, 2008, p. 26).

O mais interessante ainda, é que essas diretrizes apontam quais são as atividades que devem ser trabalhadas pelo professor, indicando a maneira pela qual se deve fazer a transposição do saber científico para o saber a ensinar, citando que:

> no Ensino Médio se aprofunda os estudos das Noções de Geometrias não-euclidianas ao abordar a Geometria dos Fractais, Geometria Hiperbólica e Elíptica. Na geometria dos Fractais pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski. (Diretrizes, 2008, p. 26).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vimos que os fractais – saber científico – vem sofrendo transformações adaptativas para tornar-se um saber escolar. No momento parece-nos que os fractais estão na noosfera, recebendo influências por parte de professores, cientistas, especialistas, autores de livros e outros agentes de educação como discorremos anteriormente. Além dos documentos oficiais citados nesse artigo, queremos também deixar registrado que o tema geometria fractal está presente em alguns livros didáticos como: Matemática – Ensino fundamental de 9 anos – 8° ano, Editora Moderna; Matemática – Oficinas de conceitos – 8° ano, Editora Ática; e Matemática – Fazendo a diferença – 9° ano, Editora FTD. O site oficial do MEC traz também como apoio didático vídeos versando sobre esse tema.

Em suma, acreditamos que, devido a sua importância nas mais variadas áreas da ciência e pelos motivos já apresentados neste artigo, a geometria fractal irá se estabelecer como um saber escolar. Cabe-nos, como educadores, promover uma elaboração didática visando à prática educativa. No sentido de transpor esse saber científico para um saber escolar, D'Ambrosio (1996, p. 59, grifos do autor) já havia sinalizado essa transposição, quando considerou os fractais como um objeto de ensino que deve ser explorado:

> Pode-se prever que na matemática do futuro serão importantes o que hoje se chama matemática discreta e igualmente o que se chamavam *casos patológicos*, desde a não-linearidade até a teoria do caos, fractais, *fuzzies*, teoria dos jogos, pesquisa operacional, programação dinâmica.
> Lamentavelmente isso só é estudado em algumas especialidades de matemática aplicada. Justamente por representar a matemática do futuro, é muito mais interessante para o jovem. Os problemas tratados são mais interessantes, a visualização é no estilo moderno, parecido com o que se vê em TV e nos computadores. O mais importante é destacar que toda essa matemática é acessível até no nível primário (*apud* Baier, Tânia, 2005, p. 19).

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Barbosa, R.M. **Descobrindo a Geometria Fractal**: para a sala de aula. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 156 p.

Baier, T. **O nexo “geometria fractal – produção da ciência contemporânea” tomado como núcleo do currículo de matemática do ensino básico**. 2005. 147 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 152 p. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=23>. Acesso em: 12 fev. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio – Parte III.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000. 58 p.
Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf >. Acesso em: 12 fev. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **PCN^{+}.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000. 141 p.
Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf >. Acesso em: 12 fev. 2010.

Capra, F. **A Teia da Vida:** Uma nova compreensão científica dos sistemas vivos. São Paulo: Editora Pensamento-Cultrix, 2006. 256 p.

Janos, M. **Geometria Fractal**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008. 100 p.

Machado, S. D. A. (org.) *et al*. **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008. 253 p.

Moroz, M.; Gianfaldoni, M.H.T.A. **O Processo de Pesquisa:** iniciação. Brasília: Liber livro, 2007. 2. ed. ampl., v. 2, 124 p.

Stewart, I. **Será que Deus Joga Dados?** A nova matemática do caos. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991. 336 p.

O ESTUDO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES NO TRATADO DE ÁLGEBRA ELEMENTAR DE JOSÉ ADELINO SERRASQUEIRO: ENFOQUE NA RESOLUÇÃO PELO MÉTODO DE BEZOUT

Enoque da Silva Reis

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal do Mato Grosso d Sul

RESUMO: Este artigo tem como objeto divulgar um recorte de uma pesquisa em andamento cujo objetivo é o estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras. As fontes utilizadas foram um livro didático adotado no Colégio Pedro II no período de 1890 a 1930 e um livro contemporâneo, assim como, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as resenhas do Guia do Livro Didático do Plano Nacional do Livro Didático e programas de estudos do Colégio Pedro II. Para estudar esse objeto, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard é adotada como referencial teórico, e é feita uma abordagem metodológica baseada na análise de conteúdo de Laurence Bardin. Além desses referenciais, utilizamos experiências absorvidas a partir de leituras e análise de pesquisas que de alguma forma caminham paralelamente com o nosso objeto de estudo. Os resultados até o presente momento evidenciam algumas questões importantes, como: valorização do estudo de sistemas tanto nos livros antigos quanto nos livros contemporâneos; a diversidades de registros de linguagem nos livros contemporâneos; a valorização da linguagem materna nos livros antigos; a diversidades de exercícios propostos em ambos os livros.

PALAVRAS CHAVE: Praxeologia. Livros Didáticos. Sistemas de Equações do Primeiro Grau.

Considerações iniciais

O estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras é o objeto de nossa pesquisa e dela extraímos o recorte para esse artigo. Diante desse objeto, traçamos um objetivo principal que expressamos da seguinte forma: Analisar como era proposto o ensino de sistemas de equações algébricas lineares do primeiro grau em livros didáticos utilizados na primeira república do Brasil (1890-1930), e como é proposto hoje nos livros didáticos destinados aos anos finais do ensino fundamental.

Na necessidade de traçar um caminho a ser percorrido para alcançarmos o objetivo principal descrito anteriormente, delineamos os seguintes objetivos específicos: Em primeiro lugar pretendemos conhecer o estatuto atribuído ao estudo de sistemas de equações nos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, no Guia do Livro Didático e nas leis e programas do período (1890 – 1930) em seguida caracterizamos as estratégias de ensino de sistemas de equações em livros didáticos de matemática brasileiros utilizado no período de 1890 – 1930 e finalmente é nossa intenção investigar aspectos matemáticos e didáticos propostos para o ensino de sistemas de equações em livros didáticos contemporâneos. Passaremos a descrever cada um desses objetivos específicos.

Referencial teórico

É oportuno iniciar esse tópico relatando que o mesmo tem por finalidade fazer uma abordagem na Teoria Antropológica do Didático, proposta Yves Chevallard (1999). Nossa intenção é descrever alguns pontos que acreditamos ser de grande valia para o trabalho que estamos desenvolvendo como dissertação de mestrado em Educação Matemática. Assim vamos descrever este estudo em três tópicos: Atividades Matemáticas, Organização Praxeológica, e Momentos de Estudos.

Atividade Matemática

Em que pesem as idéias de Chevallard (2001 p.45) "não podemos abordar o tema do ensino e da aprendizagem de matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer matemática." Com relação a esta afirmação vamos inicialmente lembrar que o referido autor infere que não existe apenas a matemática escolar e sim inúmeras matemáticas contidas em nossa sociedade. Diante desta existência de diferentes matemáticas o autor indica que uma determinada pessoa não consiga viver individualmente sem a necessidade da matemática. Entretanto, vivemos em uma sociedade na qual certamente existem pessoas capazes de produzir matemática assim como existem aquelas que não a produzem, porém, direta ou indiretamente todos utilizam esta matemática produzida mesmo que não reconheçam suas próprias necessidades matemáticas.

De acordo com essa observação nota-se que a matemática na escola é vinculada a sua presença implícita ou explicita na sociedade e, portanto, é de suma importância que as necessidades matemáticas do cotidiano devem ser ensinadas na escola. No que implica esse item recorremos a Chevallard (2001 p.45) que diz "... o ensino formal é imprescindível em toda aprendizagem matemática e que a única razão pela qual se aprende matemática é porque é ensinada na escola." De acordo com esta afirmação é plausível concluir que está sendo transformado o ensino escolar da matemática simplesmente no conhecimento em matemática, portanto, passando a ser vista apenas como um valor escolar e não como uma disciplina que se encontra diariamente aplicada no cotidiano das pessoas com isto acreditamos que a sociedade passara a não levar a sério a matemática estudada na escola.

Desse conjunto de fatores decorre, que o processo de ensino e aprendizagem da matemática, de acordo com Chevallard (2001, p. 46) "São aspectos específicos do processo de estudo da matemática" nesse ponto acreditamos que a palavra estudo engloba não só o trabalho matemático desenvolvido pelos alunos, assim como o trabalho do próprio matemático que se encontra diante de problemas em níveis diferenciados.

Na mesma vertente temos que identificar o termo didático, na intenção de esclarecer melhor recorremos às palavras de Chevallard (2001, p.46) que enuncia como "...aquilo que esta relacionado com o estudo e com a ajuda para o estudo da matemática." É inquestionável, portanto, a importância da didática na matemática, pois, devemos notar que ela esta intrinsecamente ligada ao processo ensino e aprendizagem e isto nos leva a indagar que não importa se esta ligada a uma aplicação, aprender ou ensinar matemática ou até mesmo na criação de uma nova matemática. No entanto, "A didática da matemática é definida, portanto, como a ciência do estudo da matemática" definição esta dada por Chevallard (2001, p.46) e que neste trabalho adotaremos como referencia quando citarmos Didática Matemática.

Chevallard aponta para a idéia de que os três aspectos da atividade matemática se constituem da seguinte forma: Utilizar matemática conhecida; Aprender (e ensinar) matemática; Criar uma matemática nova.

Nós entendemos que a primeira grande área citada acima esta englobada no sentido de aplicar os conhecimentos matemáticos já adquiridos em problemas a serem resolvidos, por outro lado, acreditamos chegar a tal ponto em que haja a necessidade de recorrer a uma nova ferramenta para resolver um determinado problema, pois, nosso conhecimento é limitado. Nesse momento, entramos no campo do aprender e ensinar matemática. Um pouco mais distante desse sentido e mais ligado aos pesquisadores encontramos o terceiro grande aspecto, ligado à criação de uma nova matemática.

Organizações praxeológicas

Nós iniciaremos este tópico realizando uma decomposição da palavra Praxeologia na qual é formada por dois termos gregos *práxis* e *logos*, que tem como significados, respectivamente *prática* e *razão*. Entretanto quando nos referimos a uma prática devemos observar em que instituição esta vinculada (Instituição para Chevallard pode ser um livro, uma escola, uma família, etc.), diante desta vinculação existe a necessidade de um discurso que justifica (da razão) a prática ali realizada.

Esses aspectos acima citados constituem dois níveis; *práxis* e *logos* que estão intrinsecamente ligados. A dialética existente entre eles forma a praxeologia matemática. Nesta perspectiva Chevallard enfatiza que em qualquer prática institucional podemos traduzi-las em forma de tarefa, na qual a realização decorre a partir de uma técnica que são justificadas por uma tecnologia que por sua vez é defendida por uma teoria.

Tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria

De acordo com o nosso entendimento acreditamos que inicialmente devemos observar que a prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista, e certamente de diferentes maneiras, entretanto entendemos que o Tipo de Tarefa é restrito são as tarefas solucionadas a partir de uma mesma técnica. (CHEVALLARD 2001)

No que se refere a técnica utilizada para resolução de um tipo de tarefa entendemos ser necessário na instituição que haja um discurso descritivo e justificativo referente a estas tarefas, e que também as esta técnica utilizada para sua resolução. A justificativa é denominada por tecnologia da técnica. Analogamente configura-se uma teoria que serve para justificar a tecnologia. Chevallard explicita ainda a idéia de que a técnica, tecnologia e teoria, estão diretamente ligadas ao seu sistema funcional com base no tipo de tarefa proposto, entendemos também que nem um destes itens é absoluto.

De maneira similar pretendemos diante de alguns livros didáticos utilizados no ensino secundário brasileiro no período de 1890 á 1930, observar e descrever as organizações matemáticas assim como as didáticas contidas em cada exemplar no que se refere a sistema de equações lineares do primeiro grau, buscando assim descrever a organização praxeológica utilizada pelo autor. Pelo mesmo viés elencar alguns tipos de tarefa contido em cada livro suas técnicas, descrever as tecnologias que justificam a técnica proposta culminando assim na teoria que valida cada tecnologia citada. No entanto, gostaríamos de destacar que estas análises serão feitas em tabelas para facilitar o entendimento de cada passagem realizada.

Momentos de Estudo

De acordo com Chevallard uma organização didática se articula com base nos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Dentro desta organização podemos encontrar seis elementos que recebem o nome de momentos de estudo, que certamente devem ser cumpridos não levando em consideração se há um benefício maior para alguma delas, ou defasagem em outra. Devemos inicialmente observar que estes momentos têm uma finalidade funcional e não devemos nos preocupar com a ordem em que elas ocorrem.

Primeiro momento é chamado de primeiro encontro, este é o momento em que o aluno estabelece o contato inicial com um tipo de tarefa. E esse contato pode ocorrer de diversas maneiras, através de uma narração, uma indagação sobre o mundo, etc. Este momento pode ser caracterizado também como um reencontro.

Segundo momento, exploração do tipo de tarefa e da técnica, este é momento no qual o aluno observa a tarefa e busca internalizá-la, tentando assim encontrar uma ferramenta para solucionar o problema. Em outras palavras é o momento em que ele busca reunir os conhecimentos adquiridos até então para construir um caminho que ele julga correto culminado na resposta do problema proposto.

No terceiro momento é aquele ligado a elaboração do entorno tecnológico e teórico relativo à utilização da técnica. Nós entendemos de uma maneira geral que este momento esta ligado a cada um dos outros momentos. Assim desde o primeiro encontro com o tipo de tarefa existirá uma relação com um entorno tecnológico teórico que já foram elaborados ou encontra-se diante de um questionamento que a partir da situação será desenvolvido.

No quarto momento verifica-se o trabalho da técnica, é neste momento que certamente ocorrem um aperfeiçoamento desta técnica aplicada na intenção de torná-la uma maior aplicação, confiabilidade, etc.

No quinto momento é o da institucionalização, existente com o objetivo de determinar de maneira precisa em que consiste a organização matemática, é neste momento que buscam diferenciar os elementos que serão integrados de maneira definitiva nessa organização de acordo com a cultura de uma determinada instituição escolar.

O sexto momento é o de validação que é diretamente articulado com o da institucionalização. Para Chevallard trata-se de avaliar, não uma pessoa, mas sim, de interrogar a própria técnica, diante disto verificar alguns elementos como, se ela é segura, robusta, manipuláveis dentre outras.

Método de pesquisa

Conforme nosso entendimento a cerca de reflexões realizadas por meio de leitura dos escritos de Laurence Bardin, a análise de conteúdo é a reunião de técnicas de análise das formas comunicacionais, e conseqüentemente tem como objeto de estudo a linguagem. Seu objetivo é obter a partir de um conjunto de elementos (técnicas) a descrição do conteúdo de uma determinada mensagem e assim permitindo a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção dessas mensagens.

Análise de conteúdo

Conforme Laurence Bardin, a organização da análise é realizada através de três fases cronológicas, a primeira é chamada de pré-análise, seguida da exploração do material e finalizando no tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Em seguida descreveremos de forma breve uma dessas três etapas.

A primeira fase é a da pré-análise, é considerada como o momento na qual a autora organiza as idéias a cerca de sua pesquisa, realiza a escolha das comunicações que serão analisadas, é também nesse momento que se formula a hipótese e os objetivos assim como se elaboram os indicadores que fundamentam as interpretações posteriores.

De acordo com Bardin, a cerca da exploração do material é indagado: “Esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração em função de regras previamente reformuladas.” (BARDIN, 2006 p.95)

Acreditamos que se a fase da pré-análise for bem sucedida então a exploração do material se fará em uma amplitude maior e de melhor qualidade uma vez tendo todos os materiais a serem analisados, os objetivos a serem alcançados e ainda os indicadores que fundamentarão os resultados finais. Por outro lado entendemos que se por acaso a primeira fase não estiver cumprida de forma satisfatória, certamente será necessário em algum momento da exploração retornar a pré-análise, pois, se faltar algum documento será necessário tentar encontrá-lo, assim como se os objetivos não estiverem bem formulados, será necessário reformulá-los.

Por fim, o tratamento dos resultados obtidos e interpretação já que sabemos que os dados brutos não têm muito significado em si mesmo, cabe assim ao pesquisador tratá-los de maneira a explicitar a importância dos documentos. Em outras palavras, cabe utilizar uma metodologia associada a uma teoria para levantar pontos relevantes nos materiais analisados.

Por outro lado, Bardin afirma que estes resultados obtidos diante de sua confrontação sistemática com o material e a inferência alcançada certamente podem servir como base a outra pesquisa que por sua vez estará disposta em torno de uma nova dimensão teórica ou até mesmo praticada através de uma técnica diferente.

Descrição da análise

Para fazer a análise destacamos o seguinte tipo de tarefa: *Resolver sistemas de equações do primeiro grau que contenha o número de equações igual ao número de incógnitas.* Nesse tipo de tarefa foram reunidas as tarefas cujo enunciado leva o estudante a encontrar a solução de um sistema de equações algébricas lineares do primeiro grau que contenha duas ou três equações conseqüentemente duas ou três incógnitas.

Para tornar mais compreensivo o tipo de tarefa acima enunciado vamos expressar as mesmas idéias que procuramos colocar na definição por meio de um registro algébrico, lembrando que esta linguagem não é apresentada no livro didático analisado. Em seguida transcreveremos um exemplo utilizado pelo autor, em outras palavras o tipo de tarefa é resolver o sistema de equações algébricas representado pelas seguintes equações;

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 & (I) \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 & (II) \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 & (III) \end{cases}$$

onde os coeficientes a_i, b_i, c_i, d_i $\in \mathbb{Z}$ com i = 1, 2, 3.

Organização praxeológica 1 – correspondente à técnica (τ_1)

Organização matemática

Em primeiro lugar, o autor inicia o capítulo II intitulado: *Equações e problemas do primeiro grau com muitas incógnitas,* com definições e princípios gerais em que fundamentam a resolução de equações a varias incógnitas, assim define o que vem a ser equações simultâneas e sistemas de equações da seguinte forma: *"Chamam-se equações simultâneas as que são satisfeitas pelos mesmos valores das incógnitas; e a reunião dessas equações constituem um sistema de equações"* (SERRASQUEIRO, p. 120).

Em seguida, o autor define o que é resolver um sistema e o que vem a ser solução de um sistema da seguinte forma: *"Resolver um sistema é achar o valor das incógnitas que satisfazem ao mesmo tempo todas as equações. Solução de um sistema de equações é a reunião de valores das incógnitas que satisfazem ao mesmo tempo a todas as equações."* (SERRASQUEIRO, p. 120)

Em segundo lugar, o autor anuncia duas propriedades referentes as raízes de um sistema de equações lineares do primeiro demonstrando cada um deles. As propriedades definidas por ele são as seguintes.

> a) As raízes de um sistema de equações não se alteram, quando se resolve uma das equações em ordem a uma das incógnitas, e se substitui o valor obtido em todas as outras equações. b) As raízes de um sistema de equações não se alteram quando se substitui uma d'elas pela equação que se obtem, combinando-a por meio da soma ou da subtração com uma ou mais equações do mesmo sistema. (SERRASQUEIRO, p. 120 e 121)

Em terceiro lugar, resolve uma tarefa, passo a passo, finalizando com a sistematização do método de eliminação por substituição, institucionalizando em que consiste esse método da seguinte forma:

> Tira-se de uma das equações o valor de qualquer incógnita, como se as outras fossem conhecidas; substitui-se este valor em todas as outras equações, e d'este modo temos de menos uma equação e de menos uma incógnita. Sobre as equações restantes opera-se do mesmo modo, e assim por diante até termos somente uma equação com uma incógnita, a qual resolvemos. O valor d'esta incógnita substitui-se no valor d'aquela que não entrar senão a que já esta conhecida, e faz-se o mesmo em relação às incógnitas restantes. (SERRASQUEIRO, p. 127)

Em quarto, lugar anuncia uma nova tarefa e ainda aplicando essa mesma técnica agora já institucionalizada, resolve o exercício que por ele foi chamado de exemplo.

Técnica τ_1 − Método de Bézout ou das indeterminadas

Essa técnica é composta de cinco passos sequenciais, são eles: Primeiro passo, multiplicar ambas as equações, cada uma por um fator indeterminado. Passa-se então para o segundo passo, somar a primeira equação com a segunda. O terceiro passo consiste em escolher uma incógnita e igualar seu coeficiente a zero isolando um dos fatores indeterminados atribuindo um valor a um deles obtendo o valor do outro. O quarto passo é isolar a incógnita que restar depois de igualar um dos coeficientes a zero e aplicar os valores dos termos indeterminados encontrados no passo três. De posse do valor numérico da incógnita obtida do quarto passo, segue-se então para o quinto e último passo que é: utilizando a primeira equação, substituir para encontrar o valor da segunda incógnita.

Associado a essa técnica, identificamos neste mesmo livro os seguintes elementos tecnológicos: Equações do primeiro grau. Princípio Multiplicativo de equivalência de equações. Sistemas equivalentes. Primeira propriedade das raízes de um sistema de equações. Segunda propriedade das raízes de um sistema de equações.

Aplicando a técnica acima descrita apresentamos a seguir um exercício ilustrativo e a resolução de uma tarefa encontrada no livro pg. 146.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 & (I) \\ 9x - 7y = -17 & (II) \end{cases}$$

Primeiro passo: Multiplicar ambas a equações por fatores indeterminados. Nesse caso vamos utilizar m para a equação (I) e m’ para equação (II), assim temos:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \quad X \ m \ (I) \\ 9x - 7y = -17 \quad X \ m' \ (II) \end{cases} \qquad \begin{cases} 3mx + 4my = 26m \quad (I) \\ 9m'x - 7m'y = -17m' \quad (II) \end{cases}$$

Segundo passo: Somar a primeira com a segunda equação.

$$3mx + 9m'x + 4my - 7m'y = 26m - 17m'$$

$$(3m + 9m')x + (4m - 7m')y = 26m - 17m'$$

Terceiro passo: Do passo dois, escolher uma incógnita e igualar seu coeficiente a zero, isolando um dos fatores indeterminados, atribuindo um valor a um deles obtendo o valor do outro. Nesse caso escolhemos o coeficiente de y, assim temos que;

$$4m - 7m' = 0 \ donde \ m = \frac{7m'}{4} \ atribuindo \ para \ m' = 4 \ temos \ m = 7$$

Quarto passo: Isolar a incógnita que restar depois de igualar um dos coeficientes a zero e aplicar os valores dos termos indeterminados encontrados no passo 3.

$$(3m + 9m')x = 26m - 17m'$$

$$x = \frac{26m - 17m'}{3m + 9m'} \ donde \ x = \frac{26X7 - 17X4}{3X7 + 9X4} = 2$$

Quinto passo: De posse do valor numérico da incógnita obtida do passo 4, utilizando a primeira equação, substituir para encontrar o valor da segunda incógnita.

$$3x + 4y = 26, como \ x = 2 \ temos \ 3X2 + 4y = 26 \ donde \ y = 5$$

Organização didática

Dividimos esta organização em passos. No primeiro passo ele, o autor, dá informações sobre esse novo método dizendo que sua principal vantagem é eliminar de uma só vez todas as incógnitas menos uma, informação que acreditamos ser bastante oportuna, já que ele explicita a idéia para o aluno deste ser um método bastante eficaz na resolução de sistemas, uma vez que pode despertar no educando o seguinte questionamento, já que aprendi três técnicas de resolução para que aprender mais uma? Caso ocorra esse questionamento o autor já o respondeu até mesmo antes dele ser levantado.

No segundo, ele considera um sistema geral de duas equações e duas incógnitas e aplicando o método o resolve. Como pode ser visto na figura 01.

No terceiro passo considera um sistema geral de três equações e três incógnitas também o resolvendo, em nosso entendimento fica claro nesses itens a tentativa de generalizar esse método para quaisquer sistemas de duas ou três equações, pois ele utiliza para ambos sistemas genéricos e em sua resolução obtêm, é claro, respostas genéricas. Esse é um dos pontos que se diferencia das organizações didáticas referentes às três primeiras praxeologias, já que nelas eram utilizados exemplos numéricos e não exemplos como esses genéricos.

167. Consideremos em primeiro logar as duas equações geraes a duas incognitas:

$$ax + by = c, \quad a'x + b'y = c' \ldots\ldots\ldots\ldots (1);$$

multiplicando a primeira por um factor indeterminado m, isto é, por um factor, a que podemos dar qualquer valor, vem

$$max + mby = mc,$$

e, sommando esta equação com a segunda, resulta

$$(ma + a')x + (mb + b')y = mc + c' \ldots\ldots\ldots (2).$$

Sendo m um factor indeterminado, podemos dispor d'elle em ordem a tornar nullo o coefficiente de y, isto é, em ordem a tornar

$$mb + b' = 0:$$

e então a equação (2) converte-se em

$$(ma + a')x = mc + c', \text{ d'onde } x = \frac{mc + c'}{ma + a'};$$

substituindo n'esta formula o valor de m, dado pela equação de condição, que é $m = -\frac{b'}{b}$, vem

$$x = \frac{-\frac{cb'}{b} + c'}{-\frac{ab'}{b} + a'} = \frac{-cb' + bc'}{-ab' + ba'} = \frac{cb' - bc'}{ab' - ba'},$$

e d'este modo temos x conhecido.

Para determinar y, dispomos em (2) do factor indeterminado m em ordem a tornar nullo o coefficiente de x, isto é, em ordem a tornar

$$ma + a' = 0,$$

o que converte a equação (2) em

$$(mb + b')y = mc + c', \text{ d'onde } y = \frac{mc + c'}{mb + b'};$$

substituindo n'esta formula o valor de m dado pela equação de condição, que é $m = -\frac{a'}{a}$, vem

$$y = \frac{-\frac{ca'}{a} + c'}{-\frac{ba'}{a} + b'} = \frac{ac' - ca'}{ab' - ba'}.$$

Figura 01 - Resolução de sistemas de equações pelo método de Bezout.
Fonte: Livro do SERRASQUEIRO, 1929, p. 139

Chamou-nos a atenção porque somente nesse método são utilizados esses exemplos genéricos, acreditamos que a idéia dessa exposição foi realizada dessa forma pelo fato dessa técnica não ir eliminando passo a passo cada incógnita, e sim, eliminar de uma só vez todas menos uma, nesse caso acreditamos na necessidade de explicar, com mais detalhes, esses procedimentos e explicitar a sua funcionabilidade para qualquer que seja o sistema proposto.

No quarto passo, após realizar a generalização de forma algébrica, é realizada uma nova generalização dessa técnica de resolução. No entanto, agora é feita através de um texto, que não contém nenhum número ou incógnita. Como pode ser visto na figura abaixo:

> **169.** Consiste pois o methodo de Bezout no seguinte:
> *Multiplicam-se todas as equações menos uma por factores indeterminados, e sommam-se membro a membro, as equações resultantes e a que não foi multiplicada.*
> *Na equação assim obtida egualam-se a zero os coefficientes de todas as incognitas menos uma, d'este modo temos uma equação, em que entra sómente uma incognita do systema proposto, a qual resolvemos; e no valor d'essa incognita substituem-se os valores dos factores indeterminados, dados pelas equações da condição.*
> *Tendo assim determinado o valor de uma incognita, os valores das outras obtêm-se repetindo os mesmos calculos.*

Figura 02 - Sistematização do método de Bezout na língua materna.
SERRASQUEIRO, 1929, p. 143. Grifo nosso.

Nesse ponto observamos certa semelhança com as outras três praxeologias que após dar um exemplo ele sistematiza em forma de texto, e nesse caso não foi diferente.

No quinto passo ele realiza uma aplicação a um sistema particular de três equações resolvendo-o passo a passo. Acreditamos que nessa parte ele tenta mostrar para o aluno que o caso genérico aplica-se a qualquer caso particular, inclusive nesse caso resolvido por ele.

O sexto passo se caracteriza por ser o ponto em que o autor busca explicar o fato de termos sistemas onde, ao que parece, não é possível aplicar o referido método. No entanto, explica como remediar essa inconveniência, mas enfatiza que o método pode ser aplicado a qualquer sistema. Já no sétimo passo são trazidas por ele algumas variantes do método de Bézout, dizendo que alguns autores adaptam alguns elementos a fim de facilitar a sua aplicação. Em nosso entendimento, ao finalizar o estudo deste método explicitando ao leitor a existência dessas variações o autor nos mostra que está bem atualizado quanto às publicações de livros didáticos, e ainda, traz o método proposto por Bézout e a adaptação feita por outros autores explicando ambas ao aluno, nesse ponto deixa a critério do educando qual ele deve aplicar em suas resoluções.

Aspectos de linguagem e momentos de estudo

Destacamos na organização didática a presença predominante do registro algébrico e o registro em língua materna. Ao nos referirmos aos momentos de estudo, predomina a sistematização da técnica, pois, dos sete passos da organização didática, apenas o primeiro explicita a idéia de que o método de Bézout elimina todas as incógnitas menos uma. Ainda não é um momento de institucionalização, logo os outros seis então voltados para a institucionalização da técnica; um que sistematiza a resolução de sistemas com duas equações genericamente, o outro também genericamente sistematiza sistemas com três equações, a sistematização em língua materna, a sistematização a partir de um exemplo particular, sistematização de uma adaptação da técnica e a sistematização de outro exemplo.

Referencial bibliográfico

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo.* 3. ed. Lisboa: Edições 70, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação / Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática- 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. *Programa Nacional do Livro Didático*,2007. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/download/pnld/editalpnld2007.pdf. >. Acesso em: 08.05.2008.

BOSCH, M. (1999).*Un punto de vista Antropológico: La evolución de los instrumentos de representación en la actividad Matemática*. IV Simpósio SEIEMIV (Huelva 2000). Ponencia invitada al Seminário de Investigación I, “Representación y comprensión” (Versión preliminar, 30-6-2000). disponível em: http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm. Acesso em 20/12/2006.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

_____. (1999) *L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>. Acesso em 15/06/ 2008.

_____.; BOSCH, M. *Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique*. Artigo publicado na RDM - Recherches en Didactique des Mathématiques, no 19/1, 1999, p. 77-124.

GASCÓN, J. *La necessidade de utilizar modelos em didática de las matemáticas*. Educ. Mat. Pesqui: São Paulo, v.5, n.2, pp.11-37, 2003.

SERRASQUEIRO, José Adelino. *Tratado de Álgebra Elementar*. 16ª edição, 1929.

A TRAJETÓRIA DA PESQUISA EM ENSINO/APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO PERÍODO DE 1998 A 2007: ALGUNS ASPECTOS HISTÓRICOS

Graziela Baldessar Polla

Mestranda do Curso de Educação Matemática – UFMS

Neusa Maria Marques de Souza

UFMS

Resumo: O objetivo principal da pesquisa é apontar e analisar as possíveis tendências temáticas apresentadas, historicamente, em teses e dissertações sobre o ensino/aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental produzidas no período entre 1998 a 2007. Para abordar esse objeto de estudo, realizou-se levantamentos no Banco de Teses da CAPES, complementados pelos dados das bibliotecas digitais da BDB, PUC/SP, UFMG, UFPE, UFRPE, UNESP/RC, UNICAMP. A partir desses levantamentos encontraram-se noventa e duas (92) pesquisas que atendiam o objetivo. Os Parâmetros Curriculares Nacionais estabeleceram o ponto de partida para as discussões sobre a relevância desse conteúdo para aprendizagem da matemática na educação básica. Como referencial metodológico utilizou-se os pressupostos da pesquisa do tipo ‘estado da arte’ segundo Ferreira (2002), que permitem tanto análises quantitativas como qualitativas e os apontamentos de Fiorentini (1994) e Melo (2006) que ajudaram a compreender o movimento de pesquisas tipo 'estado arte'. Neste artigo pretende-se descrever alguns aspectos históricos relacionados aos trabalhos que compões a investigação, para tanto se mergulhou nos sites das principais instituições e Grupos de Pesquisa que mais colaboraram na produção dos trabalhos. Segundo Severino (2006) as linhas de pesquisa servem de referência central para os professores que constituem os Grupos de Pesquisa e definem a temática de trabalho. Assim encontrou-se no *currículo lattes* dos respectivos orientadores das pesquisas que temos em mãos e verificou-se que grande parte deles está inserida em linhas de pesquisa em Educação Matemática, com onze (11) professores fortemente ligados ao ensino/aprendizagem de álgebra.

Palavras chave: Educação Matemática. Álgebra no Ensino Fundamental. Grupos de Pesquisa.

Considerações iniciais

No Brasil o ensino da Matemática, de acordo com Fernandes e Menezes (2004), pode ser dividido em “[...] quatro períodos: a matemática jesuíta; a matemática militar; a matemática positivista e a matemática institucionalizada” (p. 85).

Valente (1999) conta parte da história da matemática escolar no Brasil, destacando em seu texto a matemática ensinada pelos jesuítas e pelos militares. Destaca também que, a partir da “[...] elementarização das matemáticas realizada por Bézout e Lacroix, sobretudo, se internacionaliza, temos constituída a matemática escolar tradicional no Brasil” (p. 201).

A matemática positivista sofreu influência do positivismo francês de Comte, que no Brasil, tem início logo após a constituição do Império, com grande adesão por parte dos professores de Matemática e engenheiros da Academia Militar do Rio de Janeiro, e posteriormente, se espalhando para o restante do país (MOTTA e BROLEZZI, 2005).

Para Fernandes e Menezes (2004) a matemática institucionalizada aconteceu com a expansão das instituições que tinham interesse pela Matemática como os Institutos de

Pesquisas, as Escolas, as Universidades e as Sociedades Científicas.

A institucionalização da matemática teve início a partir do movimento da Matemática Moderna no Brasil que foi:

> [...] gerado em parte pela insatisfação de uma sociedade ávida por desenvolvimento científico-tecnológico, em relação à instrução matemática institucionalizada, propiciou mudanças na matemática escolar, na medida em que reorganizou não apenas os conteúdos programáticos da disciplina Matemática, mas também se reocupou com a atualização dos professores que já atuavam no ensino do primeiro e segundo graus (PINTO e SOARES, 2008, p. 103).

Portanto, percebemos alguns avanços com relação ao ensino/aprendizagem de matemática no Brasil. Hoje temos os currículos organizados não só pelas instituições governamentais como Ministério da Educação, Secretarias de Educação Estaduais e Municipais, mas também as escolas participando da organização curricular, segundo suas necessidades.

Conforme Fernandes e Menezes (2004) no sentido de buscar novas alternativas para melhorar a qualidade do ensino da Matemática, os pesquisadores em Educação Matemática têm a oportunidade de fomentar discussões principalmente com a criação de Grupos de Pesquisa a partir do Movimento da Matemática Moderna:

- O GEEM, Grupo de Estudos do Ensino de Matemática constituído em 1965, São Paulo para preparar os professores para a Matemática Moderna;
- O GEEMPA, Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação, em Porto Alegre, 1970, com o intuito de desenvolver estudos relacionados à alfabetização, inclusive de jovens e adultos, tanto em português quanto Matemática;
- O GEMEG, Grupo de Estudos de Matemática do Estado da Guanabara, em 1970, no Rio de Janeiro com a proposta de seguir as idéias básicas de Georges Papy e seus seguidores. Por alguns problemas o grupo não prosperou, mas um novo grupo surgiu dando continuidade ao trabalho deste grupo;
- "O GEPEM, Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, novo grupo em substituição ao grupo acima, foi fundado em 1976, numa assembléia Geral composta de 32 membros, sendo eleita a Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes para presidente. A professora Maria Laura Continuou por oito anos e seus sucessores foram: Moema de Sá Carvalho, José Carlos de Mello e Souza, Estela Fainguelernt, Janete Frant e Rosana de Oliveira, a presidente atual. O GEPEM teve como primeira atividade a organização do I Seminário sobre o Ensino de Matemática, de 12 a 16 de abril de 1976, patrocinado pela Academia Brasileira de Ciências e o PREMEN, cujos

objetivos foram: obter um panorama da situação do ensino da matemática no Brasil e preparar para o III ICME. Tendo contado com a presença de aproximadamente 200 professores de 20 Estados e em todos os níveis de ensino. Desde a sua criação, o GEPEM publica o seu boletim, em cujos dois primeiros foram publicadas as conclusões do referido seminário. Outros feitos se seguiram. Em convênio com a Universidade Santa Úrsula, o GEPEM realizou o primeiro curso de pós-graduação latu senso em Educação Matemática para seus professores. A partir dessa experiência, a referida universidade iniciou em 1989 o curso de Mestrado em Educação Matemática no Rio de Janeiro" (assinalamentos do autor, p. 8).

Os Grupos de Pesquisa que citamos foram grandes incentivadores e impulsionaram a Educação Matemática na década de 80, contribuindo para o surgimento de cursos, programas e pesquisas como:

> [...] o programa de pós-graduação em Educação Matemática na UNESP, Rio Claro, a Faculdade de Educação da UNICAMP, a linha de pesquisa 'Educação Matemática' existente no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFRN, o Programa de Pós-Graduação em Psicologia da UFPE, etc. Acrescenta-se ainda o SPEC (Subprograma Educação para a Ciência), da UFRJ" (FERNANDES e MENEZES, 2004, p. 8).

Alguns desses Grupos de Pesquisa contribuíram com trabalhos para o ensino/aprendizagem de álgebra como será mostrado ao leitor mais adiante. O que pretendíamos era revelar ao leitor como a Educação Matemática enquanto campo de pesquisa contribuiu para a melhoria do ensino no país nos últimos tempos.

Temos, em nosso caso, a produção em pesquisa em ensino/aprendizagem de álgebra alimentada pelas dissertações e teses, que caracterizam e constituem o processo histórico nas quais estas estão inseridas.

Para descrever o contexto histórico é preciso mergulhar nos sites das principais instituições e Grupos de Pesquisa que mais colaboraram na produção dos trabalhos pelos quais nos interessamos.

Antes, precisamos informar ao leitor que a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[1] mantêm uma relação de todos os Cursos de Pós-

---

[1] Cf. <http://conteudoweb.capes.gov.br/conteudoweb/ProjetoRelacaoCursosServlet?acao=pesquisarIes&codigoArea=70800006&descricaoArea=CI%CANCIAS+HUMANAS+&descricaoAreaConhecimento=EDUCA%C7%C3O&descricaoAreaAvaliacao=EDUCA%C7%C3O>. Acesso em: 19 out 2009.

Graduação, onde esta mostra que, atualmente o Brasil conta com cento e quarenta e um (141) Cursos de Pós-Graduação em Educação (Educação), sendo noventa e seis (96) em nível de mestrado e quarenta e cinco (45) que oferecem mestrado e doutorado. Destas cento e quarenta e uma (141) instituições participam vinte e oito (28) em nossa pesquisa.

Grupos de Pesquisa

A Fundação São Paulo Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP) foi a instituição que mais contribuiu para a produção de pesquisas em ensino/aprendizagem de álgebra. O Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática foi criado em 1975 e conta com Mestrado Acadêmico e Doutorado em Educação Matemática e Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

Na PUC/SP temos o Grupo de Pesquisa *Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica* (GPEA)[2] que se originou do Grupo de Pesquisa *O Elementar e o Superior em Matemática* (GPES), o qual tinha como líderes Sonia Igliori e Silvia Machado e os demais integrantes Benedito A. da Silva, Cristina Maranhão, Anna Franchi e Sonia Coelho. Dois fatores, em 2003, contribuíram para o desmembramento do grupo, o primeiro devido ao grande número de integrantes e o segundo o fato das professoras Cristina Maranhão, Silvia Machado e Sonia Coelho terem interesse principalmente em realizar pesquisas relacionadas à Educação Algébrica levando-as a elaborar o projeto "*Qual a Álgebra a ser ensinada na formação do professor de matemática?"*, apresentado e discutido, neste mesmo ano, nos seguintes congressos internacionais: CERME[3] 3, CIAEM[4] e SIPEM[5]. No primeiro semestre de 2004 o grupo dá início aos seus trabalhos contando com a participação na liderança das professoras Cristina Maranhão e Silvia Machado, tendo como demais integrantes as professoras Sonia Coelho, Barbara Bianchini e Leila Puga. Como líderes do grupo de pesquisa têm, atualmente, as professoras Cristina Maranhão e Silvia Machado, contando com o apoio de Barbara Bianchini e Marilene Resende, além dos seus respectivos orientandos. O referido grupo colaborou com cinco (5) dissertações de mestrado profissional, oito (8) dissertações de mestrado acadêmico e duas (2) teses de doutorado.

O Grupo de Pesquisa *Organização, Desenvolvimento Curricular e Formação de Professores*[6] foi constituído em 2000 com o objetivo de realizar estudos com relação à “[...]

2 Cf. <http://www.pucsp.br/pos/edmat/>. Acesso em: 19 out. 2009.
3 Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.
4 Conferência Interamericana de Educação Matemática.
5 Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.
6 Cf. <http://www.pucsp.br/pos/edmat/>. Acesso em: 19 out. 2009.

organização, desenvolvimento e implementação de currículos e sua relação com o processo de formação e de atuação de professores". Esse grupo tem como líder a professora Célia Maria Carolino Pires desde a constituição do grupo. Em 2008 o professor Armando Traldi Júnior se integra a equipe. Com esse enfoque temos duas (2) dissertações, uma em nível de mestrado acadêmico e outra em mestrado profissional.

Temos o Grupo de Pesquisa *Processo de ensino e aprendizagem em matemática* (PEAMAT)[7] abordando trabalhos com relação ao "[...] processo de formação e desenvolvimento de conceitos segundo os paradigmas da Educação Matemática [...]", sendo coordenador o professor Saddo Ag Almouloud, fazendo parte da equipe também as professoras Cileda de Queiroz, Silva Coutinho e Maria José Ferreira da Silva. O grupo atua na linha de pesquisa *A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores,* onde foram produzidas cinco (5) dissertações de mestrado acadêmico, todas orientadas pelo professor Saddo Ag Almouloud.

Contamos com duas (2) dissertações, uma em mestrado profissional e a outra em mestrado acadêmico e uma (1) tese de doutorado, decorrentes do Grupo de Pesquisa *Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão em Educação Matemática* (REPARE em EdMat)[8] que está, atualmente, sob a coordenação da professora Sandra Maria Pinto Magina. Esse grupo tem o objetivo de "[...] investigar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, desde a Educação Infantil até o Ensino Superior [...]", com interesse principalmente em estudos sobre números e operações (estruturas aditiva e multiplicativa), Tecnologias da Informação, abordando tanto os enfoques relacionados ao aluno quanto ao professor e também abordando aspectos relativos às ferramentas: tecnológicas, manipulativas e didáticas ligadas ao processo de ensino. Assim, o grupo está engajado nas linhas de pesquisa: *A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores e Tecnologia da Informação e Educação Matemática*, subdividindo-se em cinco enfoques: *formação e desenvolvimento de conceitos; investigação de diferentes metodologias de ensino; elaboração e testagem de ferramentas de ensino; crença, concepção e competência na aprendizagem de conceitos; crença, concepção e competência no ensino de conceitos*.

Ao projeto de pesquisa *Argumentação e Prova na Matemática Escolar* (AprovaME), o qual tem por objetivo mapear as concepções sobre argumentação e prova de estudantes entre 14 e 16 anos para desenvolver situações de aprendizagem em ambientes informatizados

---

7 Cf. <http://www.pucsp.br/pos/edmat/>. Acesso em: 19 out. 2009.
8 Cf. <http://www.pucsp.br/pos/edmat/>. Acesso em: 19 out. 2009.

envolvendo prova, temos vinculados cinco (5) dissertações de mestrado profissional.

Assim a PUC/SP participou com trinta e dois (32) trabalhos, ou seja, aproximadamente 35% dos trabalhos que pesquisamos.

A Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) juntamente com a Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) é a segunda maior instituição em relação ao número de pesquisas com um total de onze (11) trabalhos que atendem o nosso objetivo e provenientes dos cursos de Pós-Graduação em Educação, Psicologia (Psicologia Cognitiva) e Ensino das Ciências.

Temos no Grupo de Pesquisa *Núcleo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática*[9] a participação expressiva, em número de pesquisas orientadas, do professor Jorge Tarcísio da Rocha Falcão, no qual é coordenador. O núcleo de pesquisa faz parte da linha de pesquisa em Educação Matemática e Científica, criado em 2006; está vinculado ao programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, tendo como objetivo "[...] desenvolver pesquisas de natureza psicológica sobre conceitos e atividades matemáticas com implicações e repercussões para a educação matemática [...]" e contribuindo com três (3) dissertações de mestrado acadêmico e uma (1) tese de doutorado.

No programa de Pós-Graduação em Educação temos o N*úcleo de Didática dos Conteúdos Específicos*[10], onde participam os professores Marcelo Câmara dos Santos e Paula Moreira Baltar Bellemain, sendo esta última vinculada também ao programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UFRPE. Contamos com três (3) dissertações de mestrado acadêmico e uma (1) tese de doutorado.

O professor Paulo Figueiredo Lima orientou três (3) dissertações de mestrado acadêmico e atua no Grupo de Pesquisa *Pró-grandeza: Ensino-aprendizagem das grandezas e medidas*, vinculado a Linha de Pesquisa: *Estudo de fenômenos didáticos relativos às grandezas e medidas*. Esse grupo utiliza seqüências didáticas e a Teoria dos Campos Conceituais.

A Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), com seu Programa de Pós-Graduação em Educação, colaborou com seis (6) trabalhos, sendo quatro (4) deles do PRAPEM e dois (2) do PSIEM.

O Grupo de Pesquisa *Prática Pedagógica em Matemática* (PRAPEM)[11] foi criado em

9 Cf. <http://dgp.cnpq.br/buscaoperacional/detalhegrupo.jsp?grupo=0021707DPZ6F9I>. Acesso em: 20 out. 2009.
10 Cf. <http://www.ufpe.br/ppgedu/?pg=paginas|relacaodosdocentes-html>. Acesso em: 21 out. 2009.
11 Cf. <http://dgp.cnpq.br/buscaoperacional/detalhegrupo.jsp?grupo=0079708LSCDP03>. Acesso em: 21 out. 2009.

1995 e conta com os professores Dario Fiorentini e Dione Lucchesi de Carvalho como líderes, tendo como objeto de estudo “[...] a atividade pedagógica e docente em Matemática (saberes, práticas e inovações, produzidos sob uma epistemologia de prática reflexiva e investigativa) e os processos de formação e desenvolvimento docente”. O grupo participa com duas (2) dissertações de mestrado acadêmico e duas (2) teses de doutorado.

O Grupo de Pesquisa *Psicologia e Educação Matemática* (PSIEM)[12] foi criado em 1989 e tem como líderes as professoras Marcia Regina Ferreira de Brito Dias e Claudette Maria Medeiros Vendramini com o objetivo de analisar as “[...] crenças, valores e atitudes em relação à matemática e à estatística, bem como das habilidades matemáticas e suas relações com a aprendizagem, o desempenho, a representação mental, o automatismo e a memória durante a aquisição e o desenvolvimento do pensamento matemático”. Contamos com uma (1) dissertação de mestrado acadêmico e uma (1) tese de doutorado.

Os demais cursos de Pós-Graduação tiveram participação menos expressiva. Não encontramos nesses Grupos de Pesquisa forte interesse pela álgebra. Assim, optamos por apenas descrever a contribuição de cada instituição em suas respectivas regiões.

Na Região Sudeste, além da PUC/SP com trinta e dois (32) trabalhos e a UNICAMP com seis (6), temos também a participação da Universidade Estadual Paulista de Rio Claro (UNESP/RC), Universidade Estadual Paulista de Presidente Prudente (UNESP/PP), Universidade Presbiteriana Mackenzie (MACKENZIE), Universidade Braz Cubas (UBC), USP, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RJ), Universidade Santa Úrsula (USU), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC/MG) e UFMG, com dezoito (18) trabalhos, perfazendo um total de cinqüenta e seis (56) trabalhos.

A Região Sul colaborou com quinze (15) trabalhos oriundos da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Universidade Estadual de Maringá (UEM), Universidade Federal do Paraná (UFPR), Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC), Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC/RS), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ) e Universidade de Passo Fundo (UPF).

---

12 Cf. <http://dgp.cnpq.br/buscaoperacional/detalhegrupo.jsp?grupo=0079707BDDMSXM>. Acesso em: 21 out. 2009.

As instituições UFMS e Universidade Católica de Goiás (UCG) representam a Região Centro Oeste com dois (2) trabalhos que estão dentro da nossa temática de pesquisa.

Na Região Nordeste a Universidade Federal de Sergipe (UFSE), Universidade Estadual do Ceará (UECE), Universidade Federal do Ceará (UFCE) e Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) contribuem com cinco (5) trabalhos que tratam do ensino/aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental, juntamente com a UFPE e UFRPE que colaboram com onze (11) trabalhos, finalizam com dezesseis (16) trabalhos.

E por fim, a Região Norte com apenas um (1) trabalho representando as pesquisas desenvolvidas sobre álgebra e que atende o nosso interesse.

Destacaremos, a seguir, alguns aspectos gerais sobre o ensino/aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental. Observaremos o movimento da produção na área através do detalhamento da titulação obtida pelos autores, o desenvolvimento de pesquisas nas instituições e por fim os orientadores dos trabalhos que fazem parte da nossa pesquisa.

Instituições

A Tabela 1, a seguir, apresenta a distribuição dos 92 estudos em ensino/aprendizagem de álgebra, relacionando a instituição, a quantidade de trabalhos produzidos e o período e que foram defendidos.

Observando os dados percebemos que em 1998 tínhamos apenas seis (6) trabalhos, alcançando em 2007 vinte e sete (27) trabalhos, consideramos um aumento bastante significativo.

Podemos observar que nos anos de 1999 e 2000 houve uma baixa produção de pesquisas, mas nos anos subseqüentes a produção de pesquisas teve um ligeiro aumento até 2006.

Em 2007 aconteceu um grande acréscimo na quantidade de pesquisas. Esse fato se deve a abertura dos Mestrados Profissionais em Ensino de Matemática e Educação Matemática, e aos diversos Cursos de Mestrado Acadêmico nos últimos anos relacionados à Educação.

Tabela 1 – Distribuição dos trabalhos, por instituição, titulação ao longo do período de 1998 a 2007

Instituições de Ensino Superior	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	F	M	D	Total
PUC/SP	-	-	-	1	1	3	1	7	5	14	12	17	3	32
UFPE	2	-	-	1	4	-	-	2	1	1	-	9	2	11

UNICAMP	-	-	1	-	1	1	1	1	-	1	-	3	3	6
UNESP/RC	1	1	-	-	-	-	1	-	-	1	-	3	1	4
UFRN	1	-	-	-	-	1	-	-	1	-	-	1	2	3
UNIJUÍ	-	-	1	-	-	1	-	-	-	1	-	3	-	3
USP	-	-	-	1	-	-	-	-	-	2	-	2	1	3
UFES	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1	-	2	-	2
UFSC	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	2	-	2
UFRGS	-	-	1	-	-	-	-	-	-	1	1	1	-	2
UFPE	-	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	2	-	2
CEFET/MG	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	1	-	1
MACKENZIE	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	1
PUC/MG	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	1	-	1
PUC/RJ	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1
PUC/RS	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	1
UBC	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	1	-	1
UCG	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	-	1
UECE	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1	-	1
UEL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1	-	1
UFCE	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1	1
UFMG	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1
UFMS	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1	-	1
UFPA	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	1
UFPR	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	1	1
UFRJ	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	1
UFRPE	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	1	-	1
UFSE	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1
UNESC	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1	-	1
UNESP/PP	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	1
UNIVALI	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	1	-	1
USU	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1
TOTAL	6	3	3	5	7	10	8	12	10	27	13	65	14	92

A participação das instituições que realizaram pesquisas em ensino/aprendizagem de álgebra acontece ainda em maior quantidade em nível de mestrado com sessenta e cinco trabalhos.

Das trinta e três (33) instituições, quatro (4) contribuem com dois (2) trabalhos e vinte e duas (22) apresentam apenas um (1) trabalho. Isto reforça que as instituições as quais apresentam maior interesse pela produção de pesquisas em álgebra são: PUC/SP, UFPE, UNICAMP, UNESP/RC, UFRN.

Orientadores

O quadro de orientadores das pesquisas em ensino/aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental no período de 1998 a 2007 foi constituído, por pesquisadores oriundos das instituições CEFET/MG, CEFET/RJ, PUC/RJ, PUC/RS, PUC/SP, UBC, UCG, UEL, UEM, UFCE, UFES, UFPA, UFPE, UFRGS, UFRJ, UFRN, UFSC, UFSE, UNESC, UNESP/PP, UNESP/RC, UNICAMP, UNIJUÍ, UNIVALI, USP e USU, em conformidade com os dados dispostos no Quadro 1:

Quadro 1 – Pesquisas em ensino/aprendizagem de álgebra nas séries finais do ensino fundamental e seus orientadores (1998-2007)

	Orientadores	Instituição	F	M	D	Nº
1.	Ademir Damazio	UNESC		1		1
2.	Adriana Benevides Soares	UFRJ		1		1
3.	Ana Paula Jahn	PUC/SP	2			2
4.	Anna Franchi	PUC/SP		4		4
5.	Anna Regina Lanner de Moura	UNICAMP		1	2	3
6.	Bárbara Lutaif Bianchini	PUC/SP	3	1		4
7.	Carlos Alberto de Oliveira	UBC		1		1
8.	Cátia Maria Nehring e Rita de Cássia Pistóia Mariani	UNIJUÍ		1		1
9.	Célia Maria Carolino Pires	PUC/SP	1	1		2
10.	Circe Mary Silva da Silva Dynnikov	UFES		1		1
11.	Danilo Felizardo Barbosa	UFSE		1		1
12.	Dione Lucchesi de Carvalho	UNICAMP		1		1
13.	Edla Maria Faust Ramos	UFSC		1		1
14.	Elisabete Zardo Búrigo	UFRG	1			1
15.	Franca Cohen Gottlieb	USU		1		1
16.	Francisco Egger Moellwald	UNIJUÍ		2		2
17.	Francisco Hermes Santos da Silva	UFPA		1		1
18.	Francisco Peregrino Rodrigues Neto	UFRN		1	1	2
19.	Gilda de La Rocque Palis; Paola Sztajn	PUC/RJ		1		1
20.	Helena Noronha Cury	PUC/RS		1		1
21.	Hermínio Borges Neto	UFCE			1	1
22.	Ialo Rohrig Bonilla	UNIVALI		1		1
23.	Janete Bolite Frant	PUC/SP	1			1
24.	João Bosco Laudares	CEFET/MG		1		1
25.	John Andrew Fossa	UFRN			1	1
26.	Jorge Tarcísio da Rocha Falcão	UFPE		3	1	4
27.	Laurizete Ferragut Passos	UNESP/RC		1		1
28.	Leila Zardo Puga	PUC-SP		1		1
29	Lourdes de La Rosa Onuchic	UNESP/RC			1	1
30.	Magali de Castro	PUC/MG		1		1
31.	Marcelo Câmara dos Santos	UFPE		1	1	2
32.	Marcia Regina Ferreira De Brito Dias	UNICAMP		1	1	2
33.	Marcília Chagas Barreto	UECE		1		1
34.	Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão	PUC/SP		2	1	3
35.	Maria de Los Dolores Jimenez Peña	MACKENZIE		1		1
36.	Maria Isabel Da Cunha	UFRGS		1		1
37.	Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki	UNESP/RC		1		1
38.	Maria Manuela Martins Soares David	UFMG		1		1
39.	Maria Tereza Carneiro Soares	UFPR			1	1
40.	Marilena Bittar	UFMS		1		1
41.	Michael Friedrich Otte	PUC/SP			1	1
42.	Neiva Ignês Grando	UPF		2		2
43.	Neri Terezinha Both Carvalho	UFSC		1		1
44.	Paula Moreira Baltar Bellemain	UFRPE - UFPE		2		2
45.	Paulo Figueiredo Lima	UFPE		3		3
46.	Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas	UCG		1		1
47.	Regina Luzia Corio de Buriasco	UEL		1		1
48.	Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	UNESP/RC		1		1
49.	Rui Marcos de Oliveira Barros	UEM		1		1
50.	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	UFPE		1		1
51.	Saddo Ag Almouloud	PUC/SP		5		5

52.	Sandra Maria Pinto Magina	PUC/SP	1	1		2
53.	Sílvia Dias Alcântara Machado	PUC/SP		1	1	2
54.	Siobhan Victoria Healy	PUC/SP	1			1
55.	Sonia Pitta Coelho	PUC/SP	3			3
56.	Tânia Maria Mendonça Campos	PUC/SP		1		1
57.	Vani Moreira Kenski	USP		1		1
58.	Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner	UFES		1		1
59.	Vinicio de Macedo Santos	UNESP/PP - USP		2		2
60.	Zelia Ramozzi-Chiarottino	USP			1	1
	TOTAL		13	65	14	92

O conjunto dos 92 trabalhos contou com sessenta (60) orientadores, dos quais oito (8) deles tiveram participação mais expressiva, ou maior contribuição em número de trabalhos realizados nessa área. Dos oito (8), cinco (5) deles vinculados a PUC/SP e destes quatro ao Grupo de Pesquisa GPEA. Dos demais dois (2) professores são da UFPE e um (1) da Unicamp. Juntos estes professores somam 31,5% do total de trabalhos encontrados.

Considerações finais

Como podemos perceber há um crescimento anual das pesquisas nesse campo principalmente em nível de mestrado. Um salto quantitativo destas pesquisas se deu no ano de 2007 nos cursos de mestrado profissional e mestrado acadêmico.

Segundo Severino (2006) as linhas de pesquisa servem de referência central para os professores que constituem os Grupos de Pesquisa e definem a temática de trabalho. Assim encontramos o *currículo lattes* dos respectivos orientadores das pesquisas que temos em mãos e verificamos que grande parte deles estão inseridos em linhas de pesquisa em Educação Matemática, com onze (11) professores fortemente ligados ao ensino/aprendizagem de álgebra.

Esse aumento se deve principalmente a abertura de novos cursos de Pós-Graduação em Educação (Educação) gerando o aumento de professores e linhas de pesquisa que envolvem a Educação Matemática como temática.

Referências bibliográficas

FERNANDES, George P. e MENEZES, Josinalva E.. **O Movimento da Educação Matemática no Brasil: cinco décadas de existência**. Recife: UFRPE, 2004. p. 85-102. BBE.

MOTTA, Cristina D. V. B. e BROLEZZI, Antônio C.. **A Influência do Positivismo na História da Educação Matemática no Brasil**. In: 1º Seminário Paulista de História e Educação Matemática: possibilidades de diálogos, 2005, SP. SPHEM – Possibilidades de diálogos, 2005. v. 1. p. 117. Disponível em: <http://www.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/426CristinaDalva_AntonioCarlos.pdf>. Acesso em: 01 nov. 2009.

PINTO, Neuza B. e SOARES, Elenir T. P.. **Práticas da Matemática Moderna no Curso de Licenciatura:** uma perspectiva histórico-cultural. Revista diálogo Educação, Curitiba, v. 8, n.

23, p. 91-104, jan./abr. 2008.

SEVERINO, Antônio J.. **Consolidação dos Cursos de Pós-Graduação em Educação:** condições epistemológicas, políticas e institucionais. 2006, p. 40-52, jan./abr. (ISSN. 1809-0354).

VALENTE, Wagner R.. **Uma história da matemática escolar no Brasil**. São Paulo: Annablume: FAPESP, 1999.

DIVISÃO DE FRAÇÕES: UMA ANÁLISE DAS PRAXEOLOGIAS E DO DISCURSO DOCENTE

Irio Valdir Kichow

Colégio Militar de Campo Grande - CMCG

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Apresentamos nesse trabalho o estudo da prática didática empreendida por um professor ao trabalhar a divisão de frações. Esse trabalho é descrito e analisado na pesquisa conduzida no curso de mestrado em Educação Matemática, a qual culminou com a produção da dissertação intitulada *Procedimentos Didáticos Relativos ao Ensino de Números Racionais em Nível de Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental*. O propósito da pesquisa foi descrever e analisar as práticas do professor de matemática no cotidiano da sala de aula. A análise dessa prática docente é apresentada sob dois aspectos. O praxeológica e a análise do discurso do professor. Na parte praxeológica foi adotada a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard e Josep Gáscon como seus formuladores, para analisar o estudo da divisão de frações conduzida pelo professor. Completa a descrição dessa práxis a visão que o docente tem de sua prática, a qual é apresentada como resultado do tratamento fenomenológico dado à entrevista *Como você ensina números racionais?* Nesse cenário verificamos que as práticas didáticas refletem, de um lado, a formação do professor, desde suas experiências enquanto aluno na educação básica até a graduação, e de outro, as determinações institucionais para o exercício de sua profissão. Verificamos também que as práticas didáticas efetivas dos docentes quando estão encaminhando o estudo de números racionais com seus alunos, incluindo a divisão de frações, são aquelas classificadas por Josep Gáscon como práticas clássicas, mais propriamente tecnicistas, fenômeno didático que independe da vontade e da formação do professor.
PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Didática da Matemática. Ensino da Matemática. Ensino dos Números Racionais.

INTRODUÇÃO

Esse trabalho é a apresentação parcial dos resultados da pesquisa que conduzimos no curso de mestrado, a qual culminou com a escrita da dissertação *Procedimentos Didáticos Relativos ao Ensino de Números Racionais em Nível de Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental*.

A pesquisa desenvolvida foi motivada, em parte, pelas experiências vividas pelo pesquisador no campo da docência, pelos estudos realizados no curso de mestrado que foram catalisados com discussões junto aos demais mestrandos, professores e, em especial, o professor orientador.

O percurso escolhido na pesquisa foi ver, descrever e analisar as práticas efetivas do professor de matemática no cotidiano da sala de aula. Assim optamos por fazer o recorte de uma ocasião onde essa prática foi vista e analisada.

Oferecemos, assim, uma descrição do nosso olhar da prática docente quando o professor conduz junto aos seus alunos o estudo da divisão de frações, por meio da análise praxeológica.

A visão que o docente possui de sua própria prática também é apresentado como resultado do tratamento fenomenológico dado na entrevista onde a pergunta motivadora é *Como você ensina números racionais?* Desse modo atingimos o propósito de expor de forma explícita, juntamente com a análise praxeológica, um panorama coeso do dia-a-dia do professor na sala de aula.

REFERENCIAL TEÓRICO

Sendo nosso propósito olhar e analisar como ocorre a prática didática do professor no momento da aula, entendemos que a Teoria Antropológica do Didático - TAD, proposta pelo professor Yves Chevallard, nos fornece um quadro teórico adequado para estudarmos essa práxis docente.

Segundo esse pesquisador, a TAD situa a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais. Convém esclarecer que não é tarefa fácil caracterizar o que vem a ser uma atividade matemática e o que é uma atividade não matemática, uma vez que a separação entre elas é muito tênue e de difícil precisão. Entretanto, tendo como propósito entender o que é uma atividade matemática, discorreremos sobre quais os aspectos que a caracterizam.

Na Teoria Antropológica do Didático, temos a praxeologia como um dos seus conceitos fundamentais, sendo que na sua raiz encontram-se as noções interligadas de tarefa e de tipo de tarefas.

Essa praxeologia é indicada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$, onde T indica o tipo de tarefa, τ é a técnica utilizada para resolver o tipo de tarefa dada, θ é a tecnologia que justifica a técnica usada e Θ é a teoria que contém e explica a tecnologia.

Nosso entendimento da noção de tarefa é que se trata de uma ação modelada que integra a atividade matemática com o propósito de levar o aluno a aprender matemática. Utilizando a nomenclatura da TAD, quando uma tarefa *t* está associada a um tipo de tarefa *T*, usando a linguagem matemática, dizemos que *t* pertence a *T*. Na maioria dos casos, uma tarefa (e o tipo de tarefa associada) é expressa por meio de um verbo: somar duas ou mais frações com denominadores iguais, representar o número decimal vinte e cinco décimos na forma de fração irredutível. A realização de uma tarefa mobiliza uma ação denominada técnica, que está justificada por um discurso lógico denominado de tecnologia. Por sua vez, a tecnologia encontra-se justificada dentro de um corpo de saberes, organizado e institucionalizado, denominado de Teoria.

A praxeologia matemática, também denominada de Organização Matemática, é a realidade matemática que pode ser construída dentro de uma aula de matemática. Já a maneira pela qual é construída tal realidade matemática é a Organização Didática. Podemos descrever e analisar ambas.

METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os dados e informações da pesquisa foram coletados junto a quatro professores que atuam em uma turma de sexto ano e duas turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental, em estabelecimento de ensino público da cidade de Dourados – MS. Junto a esse grupo que efetivamente participou da pesquisa, acordamos que seria feito o acompanhamento de algumas aulas em que esses docentes desenvolviam o estudo dos Números Racionais com seus alunos. A identificação desses professores é feita pelos nomes fictícios de João, Maria, Joana e Sandra.

As aulas desses docentes foram acompanhadas no ano letivo de 2007. Nesse acompanhamento, foram anotadas todas as ações desenvolvidas e ocorridas no ambiente da sala de aula, tais como, gestos, falas e perguntas do professor e dos alunos, ostensivos escritos na lousa, recados dados por outros professores ou coordenador no decorrer da aula de matemática, enfim, tudo o que se passava no ambiente da sala quando se conduzia o estudo dos números racionais.

Feita a coleta de informações, procedemos à análise dos ostensivos colhidos para que pudéssemos identificar as tarefas e os tipos de tarefa que esses docentes trabalharam com seus alunos. Visamos, com esse procedimento, identificar o discurso do professor que se expressa por meio das tarefas matemáticas que ele conduz com seus alunos.

Uma segunda fonte de informações foi agregada, com o intuito de dar maior consistência aos dados da nossa pesquisa. Trata-se dos cadernos de matemática de alguns alunos desses professores. Esses cadernos foram fornecidos ao pesquisador pelos professores, os quais selecionaram os alunos que eles entendiam ter os cadernos com as informações mais completas e detalhadas do trabalho realizado por esses docentes. Esses cadernos foram acolhidos como fonte complementar, uma vez que eles apresentam, por sua natureza, o ostensivo de todo o trabalho realizado em sala de aula, o que nos permite realizar uma triangulação dos dados.

Outra etapa no levantamento das informações utilizadas nesta pesquisa consistiu em realizar, com esses professores, uma entrevista na qual a pergunta norteadora foi *Como você ensina Números Racionais?* As respostas foram gravadas e, posteriormente, transcritas e lidas por diversas vezes, a fim de extrairmos as unidade de significado e, assim, procedermos ao tratamento Fenomenológico.

Procuramos, assim, atingir de maneira a mais fiel possível os objetivos específicos que foram definidos para a pesquisa. Esses objetivos são o de fazer a identificação dos diferentes Dispositivos Didáticos e Estratégias Metodológicas utilizados pelos professores, a descrição de quais são as Atividades Matemáticas mais utilizadas, a verificação das Regras, Propriedades e Teoremas e a caracterização dos Aspectos Conceituais e Epistemológicos relativos ao estudo dos números racionais.

Para fazer a análise dessas ações, organizamos o trabalho em duas partes: A primeira trata dos aspectos das práticas efetivas que os professores implementam em sala de aula, ao conduzirem o estudo dos números racionais com seus alunos, a análise praxeológica. A segunda, a análise dos discursos docentes, apresenta os discursos desses docentes ao responderem a entrevista, onde foi feita a pergunta diretriz *Como você ensina números racionais?* O propósito dessa entrevista é o de apresentar a visão que esses docentes possuem de sua própria prática.

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

Nas observações das práticas docentes em sala de aula, identificamos doze tipos de tarefas, no sentido definido por Chevallard (1999). Nesse trabalho estaremos analisando o Tipo de tarefa Dividir números racionais

A TAD estuda os diversos aspectos da didática. Quando falamos em Organização Didática (OD) e Organização Matemática (OM) não estamos considerando as mesmas separadas, mas sim entrelaçadas. Ostensivos e momentos de estudo não estão separados de OM e OD. Assim, ao falar de uma técnica matemática ou didática, existem momentos de estudo e diferentes ostensivos sendo usados de forma integrada uns aos outros. Dessa maneira, a divisão que fazemos é apenas com a intenção de organizar o texto e não pretende insinuar dissociações entre elementos fundamentais da organização praxeológica.

Tipo de Tarefa – Divisão de números racionais.

Estamos definindo esse tipo de tarefa como: *Dadas duas frações, dividir a primeira pela segunda.*

Esse é um tipo de tarefa que foi trabalhado com uma frequência considerável nas atividades conduzidas pelo professor João. Por esse motivo, analisamos as organizações matemática e didática desenvolvida por esse professor, além do fato de estarmos retirando nossas informações sobre esse tipo de tarefa nas observações “in loco”. Outros docentes, como as professoras Joana e Maria também trabalharam esse tipo de tarefa.

Organização Matemática

No trabalho com esse tipo de tarefa, o professor João fez uso do conceito de inverso multiplicativo de um número racional e utilizou, também, o conceito de multiplicação de números racionais, mais especificamente a multiplicação de frações.

As tarefas conduzidas pelo professor envolveram, predominantemente, a divisão de número inteiro por uma fração ou de divisão de fração por um número inteiro.

Para o desenvolvimento dessa tarefa, fez-se, também, uso da regra de sinais da multiplicação de números inteiros. Esse tipo de tarefa apresenta uma frequência relativamente moderada, uma em cada dez do universo de todas as tarefas identificadas na pesquisa, sendo mais frequente nas aulas conduzidas pelo professor João.

Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Para explicitar os procedimentos didáticos conduzidos pelo professor João, do modo que entendemos ser o mais preciso, optamos por descrevê-los na tabela abaixo. Ela mostra como esse tipo de tarefa foi trabalhado. Na primeira coluna apresentamos as etapas da técnica que identificamos e a segunda coluna apresenta nossa identificação dos elementos tecnológicos, pelo viés da Teoria Antropológica do Didático – TAD.

<table>
<tr><th>Técnica τ_5</th><th>Elementos tecnológicos</th></tr>
<tr><td>Escrever a primeira fração;</td><td rowspan="4">Essa técnica envolve o conceito de fração, a multiplicação de Números Inteiros e de inverso multiplicativo. Nessa técnica o objetivo é transformar o divisor em 1, pois todo valor dividido por 1 é igual a ele mesmo.
Assim $\frac{a_1}{b_1} : \frac{a_2}{b_2}$ é calculado multiplicando cada termo da divisão pelo mesmo valor (princípio da equivalência). Temos então $\left(\frac{a_1}{b_1}.\frac{b_2}{a_2}\right) : \left(\frac{a_2}{b_2}.\frac{b_2}{a_2}\right) =$ $\left(\frac{a_1}{b_1}.\frac{b_2}{a_2}\right) : 1 = \left(\frac{a_1}{b_1}.\frac{b_2}{a_2}\right)$</td></tr>
<tr><td>Trocar o símbolo da operação de divisão pelo símbolo da operação de multiplicação;</td></tr>
<tr><td>Escrever o inverso da segunda fração;</td></tr>
<tr><td>Multiplicar as frações.</td></tr>
</table>

Aspectos teóricos da organização matemática

A resolução do tipo de tarefa T_5 é realizada pelo professor utilizando o recurso de inverso multiplicativo de um número, sem, no entanto, citar explicitamente o termo *inverso multiplicativo.*

Como muitas outras, essa atividade é realizada com o uso da propriedade associativa, ou seja, quando a multiplicação envolve mais de dois fatores, opera-se com os dois primeiros e o resultado dessa operação é utilizado para realizar o produto com o próximo fator e, assim, sucessivamente. Esse procedimento caracteriza a utilização da propriedade associativa da multiplicação de Números Racionais.

A simplificação de frações, quando possível, utilizada em algumas tarefas, é a determinação de uma fração equivalente e irredutível que será a representante de toda uma classe de equivalência.

Organização Didática

Para analisarmos a organização didática desse tipo de tarefa, nossa fonte de informação são os apontamentos realizados na observação direta de duas aulas.

Nessas aulas, o professor trabalhou com seus alunos a divisão de números racionais na forma fracionária.

No encaminhamento da sua ação, o professor começa a aula olhando os cadernos dos alunos a fim de verificar se eles possuem os apontamentos das tabuadas trabalhadas na aula anterior, comunicando-lhes que, para estudar divisão, farão uso dessa tabuada. Dando sequência à aula, o docente faz a chamada e verifica que estão presentes vinte alunos. Essa prática de fazer a chamada é, por parte desse professor, uma característica presente em todas as aulas acompanhadas pelo pesquisador. Após a realização da chamada, o professor pede silêncio aos alunos e determina que a porta da sala seja fechada para que aqueles que estão no pátio não atrapalhem a aula. Esta segue com o professor avisando oralmente que passará uma atividade na lousa e que a ela será dado um visto na próxima aula. Ele copia do livro para a lousa duas tabelas de dupla entrada que devem ser completadas com o resultado da divisão entre frações e um problema envolvendo essa operação.

Após copiar para na lousa, ele explica, oralmente, como devem ser realizadas as tarefas, anotando, como exemplo, uma das divisões. Para melhor ilustrar o que estamos falando, reproduzimos a seguir tais ostensivos:

Complete a tabela

:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

$$2:\ \frac{1}{2} = \frac{2}{1}\ \frac{2}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

2	*4*			
9				
15				

(figura 10 – Ostensivo copiado da lousa do prof. João)

O professor reforça, sempre que possível, a informação de que dará visto nas atividades na aula seguinte. Observa-se, no decorrer da aula, uma articulação acentuada entre os ostensivos da fala e dos gestos realizados pelo docente quando mostra na lousa suas anotações, num processo de repetir diversas vezes a mesma informação. Na sequência da aula, proporciona tempo para que os alunos resolvam individualmente as tarefas encaminhadas e, nesse instante, circula pela sala de aula sanando as dúvidas levantadas pelos alunos.

Nessa dinâmica, sempre que oportuno, as perguntas feitas a ele são socializadas com os outros alunos da sala. Nessas perguntas, percebe-se, em alguns momentos, a postura “socrática”, isto é, responde a algumas perguntas com outras perguntas.

Decorrido o tempo estipulado para a realização das tarefas, cumpriu com o combinado de que aqueles que não houvessem realizado o trabalho teriam seus nomes registrados para posterior encaminhamento à coordenação. Tal medida fez-se necessária uma vez que solicitou, por diversas vezes, aos alunos que realizassem a tarefa e de ter se colocado à disposição de todos para auxiliar e tirar dúvidas.

Aspectos de Linguagem

No encaminhamento das tarefas, pelo professor, percebe-se uma articulação entre os ostensivos, escrito e falado, no instante em que ele anota tarefas e exemplos na lousa e, simultaneamente, explica as anotações. Não se pode esquecer, também, a linguagem gestual praticada para empreender a comunicação que descrevemos.

Na escrita, observamos que os ostensivos são sempre os que utilizam a escrita de números na forma de fração, como ilustrado no exemplo que foi mencionado quando tratamos da Organização Didática.

A prática desse professor ao conduzir o estudo da divisão de frações é realçada por constantes falas, individual ou coletivamente, quando esclarece dúvidas levantadas ou quando faz perguntas sobre as tarefas.

Momentos de Estudo

Nesse tipo de tarefa, observamos, por parte do professor, uma organização em proporcionar intervalos de tempo dentro de sua aula para que os alunos realizassem suas tarefas. Nesse espaço de tempo, no entanto, tivemos a oportunidade de acompanhar que os alunos já partiram de uma técnica de resolução previamente fornecida pelo professor, cabendo-lhes apenas a realização do trabalho com a técnica.

A prática docente do professor João reforça nossa convicção da presença, na atuação docente, das práticas clássicas, mais propriamente as tecnicistas. Somos levados a dizer isso em função de termos verificado que o estudo conduzido pelo docente junto aos alunos do sexto ano do ensino fundamental não apresenta uma diferenciação da prática desenvolvida pela professora Joana. Esta trabalhou de forma algorítmica o produto de frações da mesma maneira como o professor João trabalha de modo algorítmico a divisão de frações. A diferença fica por conta da orientação, dada por ele, para que os alunos invertam a segunda fração para só então realizar o produto.

Olhar as práticas docentes efetivas sob a ótica da TAD nos permite verificar a dualidades dessas atuações no cotidiano da sala de aula: as praxeologias, como a anatomia de um corpo e os momentos de estudo, equivalentes à fisiologia desse corpo. Reforçamos que, assim como não se pode dissociar, de um corpo vivo, a fisiologia da anatomia, também na sala de aula, não se pode separar as praxeologias dos momentos de estudo, nem as organizações didáticas das organizações matemáticas. São sempre duas partes de uma mesma unidade. Nesse desafio assumido de procurar entender como ocorre a prática docente quando estão sendo estudados os números racionais estaremos apresentando a seguir uma segunda parte do nosso trabalho, a qual procura completar a análise das práticas docentes.

ANÁLISE DOS DISCURSOS DOCENTES

Para complementar nossa análise, além da parte mais diretamente ligada às praxeologias implementadas pelos professores em sala de aula, fizemos uma entrevista com esses professores para buscar outros elementos de argumentação que pudessem esclarecer melhor as práticas adotadas. Nesse sentido, a entrevista que fizemos constituiu-se na seguinte pergunta: *Como você ensina números racionais?*

O procedimento que adotamos foi o da abordagem fenomenológica, ou seja, a pergunta foi feita oralmente a cada um dos participantes que a respondeu na forma de discurso. Tanto a pergunta quanto a resposta dada pelo professor foram gravadas e, posteriormente, transcrita para, então, procedermos ao tratamento fenomenológico.

Nosso interesse em complementar a pesquisa com a entrevista se deu em função de proporcionar maior solidez às fontes para a nossa pesquisa.

A partir das unidades de significado identificadas por nós e observando o que elas têm em comum, definimos seis confluências temáticas, que denominamos da seguinte maneira: *Argumentação docente; Aspectos conceituais; Linguagem; Atividades; Procedimentos* e *Níveis do saber*. Em cada uma dessas confluências, agrupamos as unidades que, de certa forma, expressam uma ideia comum e está relacionada com nosso objeto de estudo, que consiste em identificar e analisar as práticas docentes relacionadas ao ensino dos números racionais. A análise teórica dessas confluências nos possibilita uma melhor compreensão do nosso objeto de pesquisa. Aqui estamos apresentando a confluência *Procedimentos* por entender que ela completa, de maneira mais direta, a análise praxeológica feita para o tipo de tarefa T_5.

Procedimentos

Nessa confluência, incluímos as unidades de significado que expressam as ações que os professores encaminham aos seus alunos quando estão conduzindo, em sala de aula, o estudo dos números racionais. Convém destacar que as unidades foram extraídas dos discursos docentes quando estes responderam à indagação *Como você ensina números racionais?* São unidades em que os professores, às vezes, explicitam suas opções metodológicas na constituição da organização didática por eles utilizada. Essa explicitação que falamos pode ser percebida na fala da professora Sandra, ao dizer que:

> Essa é a metodologia que eu uso para falar com eles sobre o conjunto Q. Eu obtenho depois... Passo exercícios... Mostro para eles... E sempre trabalhando. Você vai falar do conjunto Q, ou do conjunto Z, você volta fala assim: lembra do conjunto Q, do que ele é formado? Porque precisou ser formado o conjunto Q? Onde a gente usa? Essa é a metodologia que eu uso. (SA17)

A professora diz que para conduzir nas aulas em que trabalha os números racionais faz uso do discurso falado, possivelmente explicando o conteúdo, sendo este seguido pelo encaminhamento da resolução de exercícios por parte do aluno, reforçando para eles a hierarquização dos conteúdos matemáticos. Percebemos que a prática didática descrita pela docente é aquela denominada clássica, isto é, ensina-se um conceito matemático, em seguida propõe-se uma lista de exercícios e problemas e, sempre que possível, o professor reforça verbalmente os aspectos que julga importantes no conteúdo ensinado.

Numa perspectiva complementar, o professor João destaca a importância de revisão de conteúdos, explicitando uma prática didática presente entre os professores, que consiste em rever os conteúdos já estudados em outras etapas da vida escolar do aluno. Essa prática é evidenciada na fala do professor, quando diz: "Geralmente vejo... Retorno com o trabalho... Vejo com eles como foi a base deles... O que eles viram de números... Qual é o conhecimento deles em cima dessa palavra números." (JO02). Observamos que há, por parte do professor, o interesse em verificar os níveis de saber que o aluno já tenha construído, constituindo o que a cultura escolar classifica como pré-requisito. A revisão de conteúdos é uma prática didática historicamente presente no ensino da matemática, sendo, inclusive, lembrada nos PCN, que, além de identificarem essa prática docente, trazem uma ressalva quanto à eficácia de tal procedimento.

CONCLUSÃO

Segundo Chervel as finalidades da escola foram sendo definidas quando a sociedade, a família, a religião passaram a delegar certas tarefas educacionais a uma instituição especializada, no caso, a escola. Em cada época ela é detentora de objetivos complexos, que se entrelaçam e se combinam. Esse conjunto de objetivos compõe a sua função educativa, a qual terá de ser realizada articulando a coexistência entre instrução e educação. Para ele a finalidade desse conjunto de meios "consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução a serviço de uma finalidade educativa." (CHERVEL, 1990, p. 188)

Certamente gostaríamos que essa finalidade educativa conduzida pela escola apresentasse resultados profícuos. Entretanto entre o ideal e o real sempre há uma lacuna, a qual pode ser mensurada pelos mais variados instrumentos e para os mais diversos propósitos.

Considerando as vivências, enquanto pesquisador e também como docente, as práticas didáticas refletem, de um lado, a formação do professor, desde suas experiências enquanto aluno na educação básica até a graduação, e de outro, as determinações institucionais para o exercício de sua profissão. Enquanto as experiências como aluno fazem com que ele incorpore as práticas didáticas por ele vivenciadas e que depois acabam sendo reproduzidas, muitas vezes de forma inconsciente, quando está na condição de docente, há na outra extremidade as práticas que ele deveria implementar em sala de aula. Entretanto essas práticas muitas vezes não chegam a ele, pois não as vivenciou enquanto aluno. Já enquanto profissional da educação, as condições muitas vezes não são propícias para que possa efetivamente pensar e refletir sobre sua prática. Acaba sendo levado por essa situação que encontra ao chegar à escola e tem dificuldades em se opor a esse círculo vicioso.

Isso não isenta o professor de sua responsabilidade sobre a prática didática. Apenas descreve o ambiente em que esse profissional está inserido.

Nesse cenário, verificamos que as práticas didáticas efetivas dos docentes quando estão encaminhando o estudo de números racionais com seus alunos são aquelas classificadas como tecnicistas.

Para Gascón (2003), depois de épocas fortemente teoricistas, como o movimento da matemática moderna, no qual surgiram contestações, por parte da sociedade, sobre o fracasso da matemática na escola, os professores acabam por conduzir práticas didáticas tecnicistas. Esse fenômeno didático independe da vontade e da formação do professor.

Sendo a escola uma instituição, as ações que ocorrem, ou deveriam ocorrer, em seu interior estão sujeitas ao que lhe é determinado pela sociedade. Na atualidade, boa parte dessas ações, está ao sabor de decisões e necessidades econômicas. Temos assim, muitas decisões ditadas por economistas chegando à escola. É preciso, no entanto, lembrar que na construção e produção de conhecimento não se aplicam as regras de produção econômica. Um aspecto que é diferente nos dois campos é o tempo, pois na economia prevalece o "Cronos" enquanto na educação há a precedência de "kairós".

As mudanças na Educação demandam tempo para efetivamente mostrarem resultados, os professores acabam sendo reféns das ações dos gestores do sistema de ensino, os quais não conseguem implementar um projeto claro e duradouro para e educação. Ele não pode mudar assim como mudam os dirigentes do sistema de ensino.

E nessa turbulência tem-se o docente, oscilando de um lado a outro, para atender a esses objetivos imediatos. Esses fatos acabam por reforçar as práticas didáticas que enfatizam técnicas de manipulação de algoritmos.

Verificamos que, ao estudar números racionais com seus alunos, o professor privilegia a representação fracionária, sendo muito tímida a presença do estudo com a representação decimal, Tal fato desperta preocupação de nossa parte, pois na sociedade em que vivemos há a predominância da representação decimal. Quando a escola desconsidera tal fato, reforça uma visão muito difundida pelos críticos da escola: a de que há um distanciamento cada vez maior entre o que a escola ensina e o que de fato o aluno precisa para viver plenamente em sociedade. Quanto a esse aspecto vale destacar que estamos inseridos na chamada sociedade da informação, onde os recursos da informática utilizam números racionais na representação decimal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica*. In BORBA, Marcelo de Carvalho e ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte, Autêntica, 2006. 120 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Revista Teoria & Educação. Vol.2.UFRGS. 1990. p. 177-227

CHEVALLARD, Y. *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1.999.* Traducción de Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Con la colaboración de Teresa Fernández García, Catedrática de Francés, IES Martinéz Montañes, Sevilla.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. *La Sensibilité De L'activité Mathématique Aux Ostensifs - Objet D'etude Et Problematique* – 1999. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf acessado em 09/01/2008

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre, Artmed Editora, 2001.

GASCÓN, Josep. *La necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas.* Educação Matemática Pesquisa. V.5 n.º 2, p. 11-37. São Paulo. 2003. ISSN 1516-5388

KICHOW, Irio Valdir. *Procedimentos Didáticos Relativos ao Ensino de Números Racionais em Nível de Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental*. Dissertação de mestrado. UFMS. 2009. 116f.

PAIS, Luiz Carlos. *Fenomenologia em Pesquisa Educacional*. Notas de aula. UFMS. Campo Grande. 2008. 19 p.

SILVA, Maria José Ferreira da. *Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. Tese (doutorado em educação Matemática). PUC-SP. 2005. 301 f.

SITUAÇÕES-PROBLEMA COMO PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS PARA ESTUDAR MATEMÁTICA: PRÁTICAS DE ACADÊMICOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

José Felice
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Luiz Carlos Pais
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Pesquisas em Educação Matemática apontam para uma necessária mudança no enfoque ensino-aprendizagem, que enfatiza aspectos psicológicos e sociológicos em detrimento da dimensão epistemológica. A Didática da Matemática tem conseguido avanços significativos na formação do professor de Matemática, mas é preciso a quebra de certos paradigmas educacionais que possa ocasionar mudanças nos currículos dos cursos de formação de professores de Matemática quanto na prática pedagógica dos mesmos. Levando em conta a importância em investigar a atuação de professores em formação, a presente pesquisa em andamento, com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, propõe reflexões sobre o enfoque epistemológico, por considerá-lo fundamental na busca por um melhor entendimento sobre o processo de estudo e aprendizagem da Matemática. Assim sendo, a pesquisa busca analisar as práticas e argumentos produzidos pelos acadêmicos, mediante resolução de situações-problema, quando do desenvolvimento de atividades matemáticas consideradas fundamentais para a aquisição de conhecimento matemático e de conhecimento didático necessários para o exercício da docência. A intenção contida no trabalho é procurar não dissociar as práticas inerentes à resolução de situações-problema dos argumentos teóricos que justificam ou validam determinadas técnicas que se encontram instituídas na evolução histórica da Educação Matemática. O processo investigatório será fundamentado na Teoria Antropológica do Didático como suporte para análise das práticas relacionadas à produção de atividades matemáticas desenvolvidas pelos acadêmicos, ancorado numa abordagem Etnográfica. As fontes iniciais dos dados a serem pesquisados serão constituídas pelas indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática, e pela produção efetiva dos acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Formação de Professores de Matemática**.** Situações-problema. Atividades de Práticas de Ensino.

INTRODUÇÃO

A busca por procedimentos que possibilitem a compreensão de conceitos matemáticos tem sido uma constante no nosso exercício profissional e como professor formador de futuros professores essa intenção tem tido uma atenção ainda maior. Nessa trajetória, trabalhar com a *resolução de problemas* é uma atividade praticada destacada por nós não somente no ensino básico como também superior. Por esse motivo, no curso de mestrado esse tema passou a ser o centro principal para, hoje, constituir o nosso projeto de doutorado em Educação.

Enriquecer esses conhecimentos se tornou uma necessidade, e para isso, procuramos desenvolver essa pesquisa tendo como protagonistas os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática. A pretensão é contribuir com a evolução dos estudos sobre o tema e mostrar um lado ainda pouco explorado que são as situações-problemas ou situações didáticas abertas.

A escolha dos sujeitos da pesquisa se justifica por estarem eles inseridos no cenário da aprendizagem da docência, onde o pesquisador atua como organizador dos estudos. O espaço é ideal para o trabalho coletivo e entendemos que a disponibilidade deles poderá contribuir com o desenvolvimento do trabalho. No entanto, abordamos, a seguir, algumas dificuldades que a estrutura do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) apresenta para o desenvolvimento da prática de ensino.

Instituição e sujeitos da pesquisa

A participação nos eventos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM colaborou na reforma curricular da Licenciatura em Matemática da UEMS ocorrida em 2003, sendo que o curso passou a ser oferecido a partir deste ano em três unidades universitárias, sendo elas: Dourados; Cassilândia e Nova Andradina.

As alterações ocorridas foram o acréscimo da dimensão prática em todas as disciplinas do curso para cumprir às 400 horas de Prática de Ensino, e o aumento da carga horária da disciplina de Estagio Curricular Supervisionado para 400 horas distribuídas nas duas últimas séries do curso. As alterações, no entanto, não mudaram as relações entre os professores que compõe os grupos de disciplinas, a divisão dentro do projeto do curso continuou burocrática e fragmentada, com a seguinte configuração:

Os professores com formação em Pedagogia continuaram com as disciplinas de fundamentos da Educação (Filosofia e História da Educação, Psicologia da Educação, Estrutura e Funcionamento da Educação Nacional e Introdução a Metodologia Científica) e ainda com a disciplina de Didática, mantendo dessa forma, uma tradição criada pela Instituição onde essas disciplinas são oferecidas em todos os cursos de Licenciatura seguindo o mesmo Ementário e as mesmas Bibliografias;

Os Matemáticos permaneceram ministrando as disciplinas específicas da Matemática, agora com parte da carga horária destinada a prática de ensino, que na realidade não acontece;

Os educadores matemáticos, que a partir de 2005 passaram a ser nove profissionais; todos com curso de pós-graduação; distribuídos nos três cursos oferecidos pela UEMS, ministram disciplinas de Matemática Elementar e as Disciplinas de Estágio.

Todos os professores do curso estão credenciados para a orientação de Trabalhos de Conclusão de Curso. É sobre essa estrutura, que gostaríamos de centrar nossas considerações, mesmo porque, é dela que os sujeitos dessa pesquisa são formados. Gostaríamos de esclarecer, que a pretensão não é de crítica a estrutura em si, mas como ocorrem as ações entre os grupos que compõe essa configuração do projeto do curso em relação às sugestões propostas pela SBEM no documento divulgado em 2003, por ser ele uma referência para a reflexão sobre a Licenciatura em Matemática.

Quanto às disciplinas do grupo da educação, como já adiantamos anteriormente, constitui-se de conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura da UEMS, portanto, apresentados numa abordagem generalista, atitude que levam professores desse grupo a ignorarem as especificidades próprias de cada curso. A visão generalista exercida por esses professores tem privilegiado o cognitivismo psicológico em detrimento do enfoque epistemológico tão importante para se discutir o saber matemático que está atrelado às teorias de aprendizagem. Em outras palavras, a teoria de aprendizagem abordada pelos professores da área de Educação, focalizando o aspecto generalista, têm ficado na superficialidade onde se discute questões teóricas, como: O que é conhecimento? Como as pessoas aprendem? Como se deve ensinar? Não estamos considerando que essas questões sejam desinteressantes, mas, deveriam estar contextualizadas, ou seja, estarem vinculadas ao saber matemático, pois essa relação é de fundamental importância na formação do professor.

Por outro lado, o grupo dos matemáticos não tem conseguido operacionalizar a dimensão prática que está contida na carga horária das disciplinas específicas. Esses professores, todos pós-graduados, com formação em Matemática Aplicada ou Matemática Pura, têm desenvolvido, em profundidade, o saber matemático, no entanto, desvinculado da prática pedagógica inerente à atuação docente do professor de Matemática.

Para os educadores matemáticos têm restado algumas disciplinas de Fundamentos e o Estagio Curricular Supervisionado, portanto, as experiências com a prática de ensino têm ficado concentradas nas 408 horas de Estágio, sendo 204 na terceira série e as outras 204 na quarta série. Assim sendo, as atividades tem sido divididas entre a prática de ensino e o estágio supervisionado onde temos procurado mesclar as tarefas de estudos e planejamentos numa dimensão prática com as de observação e regência no campo de estágio.

Nesse espaço, que cabe aos educadores matemáticos do curso de Licenciatura em Matemática da Unidade Universitária de Nova Andradina, é que temos desenvolvido com os acadêmicos as experiências práticas das atividades relativas à docência e a pesquisa que ora estamos empreendendo.

O pouco tempo disponível na disciplina, não permite aprofundar muito em questões teóricas, no entanto, os acadêmicos têm participado do grupo de estudo sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD) onde desenvolvemos leitura de textos de Chevallard, Bosch e Gascón com reflexões sobre o equilíbrio entre teoria e prática.

Escolhemos a TAD, porque ela permite discutir alternativas que possa mudar o foco tão concentrado no ensino e aprendizagem, onde saber ensinar é aprendido no curso de formação como a função principal e às vezes única na atividade docente e que a aprendizagem depende exclusivamente do ensino. Dessa forma, trabalhamos com os acadêmicos, atividades em que são motivados a produzir matemática como uma atividade humana e considerando o didático um objeto da Didática da Matemática, focado no estudo como mecanismo para o desenvolvimento de ações relacionadas com as atividades matemáticas.

Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001), "sempre que ocorre estudo ou quando alguém ajuda outros a estudar matemática esta ocorrendo um processo didático". Para o autor, o didático deixa de ser exclusivo do processo de ensino-aprendizagem para se referir a qualquer um dos aspectos do processo de estudo, admitindo a existência de um processo didático relativo à Matemática.

Estamos habituados, nos Cursos de Licenciatura, à Didática tradicional onde a questão de estudo refere-se, essencialmente, à relação professor-aluno, sendo a problematização dirigida ao aluno e os seus processos de aprendizagem. São as teorias de natureza psicológicas, as que, em maior medida, contribui a esta abordagem.

A TAD procura acrescentar uma nova visão didática, onde o problema concentra-se na relação saber-aluno. Problematiza-se o pólo do saber e a natureza do mesmo, estabelecendo-se uma didática de natureza epistemológica, e com este enfoque didático é permitido estudar as dificuldades de ensino e aprendizagem devido à própria natureza do saber que se ensina. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 74):

> [...] considera-se que a formação do professor deve começar pela transformação do "pensamento docente" espontâneo em um sentido análogo à necessidade de transformar o pensamento espontâneo do aluno, seus preconceitos e erros conceituais, para possibilitar sua aprendizagem. Continua-se considerando a didática da matemática como um saber técnico, só que agora com uma base fundamentadora mais ampla, que também engloba a psicologia educativa, a sociologia, a história da matemática, a pedagogia e a epistemologia da matemática.

Não descartamos que o ensino faz parte dessas ações como um meio para proporcionar o estudo, por isso, a importância do desenvolvimento desse trabalho de pesquisa com professores em formação.

Sendo o estudo uma importante alternativa para a aprendizagem, tanto de conteúdos quanto da docência, constatamos a necessidade de procedimentos didáticos que possam permitir aos acadêmicos em formação o desenvolvimento de atividades matemáticas. Dessa forma, escolhemos um tema de estudo e trabalhamos com a realidade que pode ser construída em uma classe onde o conteúdo é estudado (organização matemática) e a maneira que pode ser realizado o estudo do tema (organização didática).

Para realizar essas atividades, nosso olhar esteve voltado para as potencialidades que as situações-problema apresentam como procedimento didático para a abordagem do tema e para as práticas e argumentos produzidos pelos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, como estudantes e na atuação como futuros professores.

O intuito é que os resultados da pesquisa possam validar o estudo como forma de se chegar à aprendizagem de temas matemáticos, mediados pelo ensino, e as situações-problema como ferramentas a serem utilizadas pelos futuros professores para alcançar esses objetivos. Esperamos apresentar alternativa que possam enriquecer a prática de ensino nos Cursos de Licenciatura, considerada pelos educadores matemáticos como sendo fundamental na formação inicial do professor de Matemática.

SITUAÇÕES-PROBLEMA

Diante destas reflexões pretendemos contribuir com a evolução das produções já realizadas sobre resolução de problemas como procedimentos para estudar e aprender Matemática. Consideramos que a contextualização, a sistematização quanto à articulação dos conteúdos matemáticos pode ser feita por meio da resolução de problemas como propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Mas para que isso aconteça, é preciso estar atento às situações fechadas, porque pouco incentiva a compreensão dos temas estudados (CHEVALLARD, BOSCH, GASCÓN, 2001).

Nesse tipo de problemas, já de antemão o aluno identifica o conteúdo a ser utilizado, sem que haja maiores provocações quanto à construção de conhecimento e quanto à utilização de raciocínio matemático. Essas situações, que denominaremos rotineiras, são atividades desenvolvidas com o objetivo de ensinar Matemática para resolver problemas, e buscam a aplicação simples de algoritmos que geralmente contem no enunciado do problema, termos do tipo: *calcule*, *resolva*, *simplifique* que indica de forma restrita o que precisa ser feito.

A forma de exercitar o que foi ensinado tem sido trabalhada constantemente em sala de aula e ao longo do tempo se tornou uma prática natural e aceita tanto pelo professor como pela escola. Para os PCN (2006), o uso exclusivo desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, pois o aluno, ao antecipar o conteúdo que está sendo trabalhado, procede de forma mecânica na resolução do problema.

Ensinar para resolver problemas pode levar os alunos a não se preocuparem com a interpretação do enunciado, desta forma, acabam se concentrando na aplicação dos algoritmos que lhes foram ensinados. Para Chevallard (2001, p.62):

> Tradicionalmente, o contrato didático escolar contém uma cláusula que garante que, quando um professor propõe um problema para seus alunos, o problema esta bem proposto e, em princípio, o aluno dispõe dos elementos necessários para resolvê-lo. Por essa razão, o aluno não deve “opinar”, nem “criticar” os enunciados do professor, se não quiser abalar sua confiança nele como condutor e orientador do processo de estudo.

Isso provoca a cristalização de certas regras implícitas na prática docente, ou seja, que os alunos não devem se preocupar com o enunciado do problema, basta operar com os números que estão presentes, sem que haja reflexão sobre o resultado final, mesmo que eventualmente absurdo. Desta forma, Chevallard, Bosch e Gascón (2001), diz que “toda tentativa de “fechar” a relação didática pode bloquear ou enfraquecer o processo de estudo, com o conseqüente empobrecimento e até mesmo paralisação da aprendizagem”. (p. 62)

Com o desenvolvimento de novos paradigmas, e diante das limitações das situações “fechadas”, propomos trabalhar, com “situações abertas” ou “situações-problema”. Não deixamos de considerar, porem, que problemas rotineiros têm sido utilizados com freqüência em sala de aula, principalmente quando o professor ensina um conteúdo e quer avaliar se os alunos aprenderam o que foi ensinado, neste caso, os dispositivos comuns são exercício de fixação ou de revisão do conteúdo.

A característica que determinamos para uma situação problema ou *situação aberta* é aquela que coloca os alunos, guardando-se as devidas proporções, em situação análoga ao matemático no exercício da profissão. Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 200), consideram que “numa relação *aberta*, os alunos não podem conhecer de antemão o caminho que devem percorrer no estudo, nem entender as razões pelas quais o professor os leva para esse ou aquele tipo de problema, abordando-os com essa ou aquela técnica”. Por outro lado, o professor também não será capaz de prever todas as dificuldades que poderão surgir ao longo do processo de estudo, nem as reações dos estudantes diante delas.

Partindo dos pressupostos apresentados anteriormente, consideramos quatro pontos essenciais para se ter situações-problema: um bom enunciado, o processo didático; as ações; a provocação para o estudo.

No primeiro ponto, consideramos o enunciado importante para despertar a discussão, e para isto, é preciso que contenha potencialidades que levam a diversas atividades matemáticas articuladas ao tema central planejado pelo professor. A potencialidade, em síntese, esta relacionada com as possibilidades de desenvolvimento de um processo de estudo que não termina com a aplicação de uma técnica de resolução, comum nos problemas rotineiros, mas que permite um discurso interpretativo e justificativo da técnica. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p.134) “Ao longo do processo de estudo aparecem fases nas quais o discurso tecnológico deve se integrar ao trabalho técnico, para fazer com que este seja mais compreensível e eficaz”.

O segundo ponto refere-se ao processo didático, que ocorre sempre que pessoas se agrupam para estudar. A nosso ver uma “situação” significa envolvimento de várias pessoas que compartilham esforço em torno de uma conquista. No caso das Situações-Problema é a busca em desvendar todas as questões que não estão evidentes em um problema e que desperta interesse, do professor e estudantes. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p.196) “um processo didático se organiza em primeira instancia pelas questões matemáticas (ou pela obra matemática que responde a essa questão), os estudantes e o coordenador de estudo”.

No terceiro ponto, colocamos as ações como um processo dinâmico onde os agentes, professores e estudantes, desenvolvem uma sucessão de atividades em torno de um interesse coletivo, no caso, situações-problema. Considerando a atividade matemática como a descrição de ações relacionadas a um conteúdo, para Chevallard. Bosch e Gascón (2001, p.213)

> [...] uma boa reprodução da atividade matemática, por parte do estudante, exige que este intervenha nessa atividade, o que significa que ele deve formular enunciado e provar proposições, construir modelos, linguagem, conceitos e teorias, colocá-los à prova e realizarem intercâmbios com os outros, reconhecer os que estão de acordo com a cultura matemática e considerar aqueles que são úteis para a continuidade de sua atividade.

O quarto ponto consiste em planejar situações-problema que possam provocar o estudante para as ações, que suscitam questões de estudo e que permitam a produção de atividades matemáticas construídas pelos estudantes. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 213)

> “Saber Matemática” não é somente saber definições e teoremas para reconhecer o momento de utilizá-los e aplicá-los, “é dedicar-se aos problemas” em um sentido amplo, que inclui encontrar boas perguntas assim como encontrar soluções.

Não se trata de cumprir etapas como se a sequência de ações fosse linear, mas dirigir as indagações de forma espontânea fazendo a filtragem das idéias que vão surgindo.

OBJETIVOS DA PESQUISA

Considerando os pontos que determina as situações-problema, nosso objetivo geral será analisar as práticas e argumentos desenvolvidos pelos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, diante da resolução de situações-problema, que possibilita a produção de atividades matemáticas fundamentais para a aquisição de conhecimento matemático e de conhecimento didático do futuro professor de matemática.

Trabalhar com situações-problema como recurso didático, e envolver os acadêmicos da Licenciatura em Matemática na complexidade da organização matemática e da organização didática que exige o estudo, são pontos ideais para a análise da produção desses personagens diante do desafio de desenvolverem essas ações e ao mesmo tempo refletir sobre a importância metodológica que esse dispositivo apresenta para o estudo da Matemática durante a formação e na atuação da docência.

A relevância em envolver os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, se deve à aproximação que existe entre a instituição de formação de professores e a escola de ensino básico. Enquanto a primeira se preocupa com as praxeologias didáticas ou docentes, a segunda se preocupa com a praxeologia para a vida (CHEVALLARD, 2001).

Vivenciar os momentos de estudos como acadêmicos, e ao mesmo tempo poder se expressar didaticamente como futuros professores, é fundamental para que eles possam compreender que o saber matemático é produzido e se transpõe nas instituições. Assim, para caracterizar as etapas da pesquisa, descrevemos, a seguir, os seguintes objetivos específicos.

O primeiro desses objetivos será identificar os saberes vivenciados e produzidos pelos acadêmicos, no transcorrer das atividades, e analisá-los quanto às condições de existência na realidade das instituições escolares e as condições de evolução apresentadas.

A TAD considera que na atividade matemática existem duas partes que não podem viver sem a outra. Na primeira parte, estão as tarefas e as técnicas que chamamos de “prática” (*práxis).* Na segunda parte as tecnologias e as teorias composta de elementos que permite justificar e entender o que é feito (*logos),* o que chamamos de âmbito do discurso fundamentado sobre a prática. Este objetivo propõe a análise das praxeologias desenvolvidas pelos acadêmicos através do modelo, contido na TAD, que trata da teoria dos momentos didáticos considerado por Gascón (2003), como um modelo funcional do processo de estudo da Organização Matemática.

O terceiro objetivo consistirá em pretendemos *verificar a maneira como cada grupo de acadêmico desenvolve as atividades e analisar a reciprocidade que existe entre o que produziram e como realizaram o estudo*. Com este objetivo, pretendemos analisar as ações dos acadêmicos, através dos seis momentos de estudo, para verificar que o matemático e o didático constituem duas dimensões interdependentes, ou seja, para elaborar uma Organização Matemática necessitamos de uma Organização Didática que orienta o processo de estudo.

O terceiro objetivo específico será *destacar da produção dos acadêmicos os pontos importantes que as situações-problema proporcionou na elaboração de atividades matemáticas e analisá-las quanto às possibilidades que este recurso didático contribuiu para a prática docente dos futuros professores de Matemática*. Neste objetivo analisaremos o comportamento dos acadêmicos frente à ação da docência, onde a interação que farão com os alunos estará concentrada na relação saber-aluno, ou seja, estabelecendo-se uma didática de natureza epistemológica.

OS FUNDAMENTOS DA PESQUISA

A teoria que fundamenta nossa pesquisa foi definida a partir do entendimento de Chevallard, Bosch e Gascón (1999, 2001, 2002, 2003), de que:

- o processo de estudo ou processo didático é uma maneira de interação ampla, onde os principais protagonistas são os estudantes;

- a Didática da Matemática é a ciência do estudo das questões matemáticas;

- toda atividade humana consiste em cumprir uma tarefa de certo tipo por meio de uma técnica, justificada por uma tecnologia que permite ao mesmo tempo pensá-la até mesmo produzi-la e que é justificável por uma teoria.

Quanto ao método, segundo ANDRÉ (1995) a pesquisa se caracteriza como um trabalho do tipo etnográfico de pesquisa em educação, onde:

- o pesquisador tem sempre um grau de interação com a situação estudada;

- o instrumento principal na coleta e nas análises da produção é o pesquisador;

- permite modificações técnicas de coletas, reverem questões que orientam a pesquisa, e rever a metodologia durante o desenvolvimento do trabalho.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Para o desenvolvimento da produção dos acadêmicos organizamos o trabalho em pequenos grupos e as sessões de estudos planejadas em quatro etapas.

Na primeira etapa, os acadêmicos foram motivados a propor soluções a uma determinada situação-problema. Na segunda etapa, discutem, argumentam e escrevem todas as idéias que envolvem o processo de resolução, contando com a orientação do professor. Na terceira etapa, os grupos relatam seus resultados à turma, enquanto o professor orienta a análise coletiva das atividades matemática desenvolvidas durante o processo de resolução. Na quarta etapa, os acadêmicos planejam e desenvolvem, com alunos do Ensino Fundamental, as atividades vivenciadas no grupo de estudo.

O tipo de tarefa apresentada, esta relacionada com situações-problema envolvendo as Máquinas Transformadoras, a Proporcionalidade como o tema central de estudo e as conexões possíveis que o tema apresenta. Nesse tipo de Tarefa, trabalhamos com três tarefas.

REFERENCIAS

ANDRÉ, M.E.D.A. Etnografia da Prática Escolar. Campinas, SP: Papirus, 1995. (Série Prática Pedagógica).

BOSCH, Mariana; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de I' activité mathématique aux ostensifs. In : Recherches en Didactique des Mathématique, 1999 v. 19, nº 1, p. 77-124.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasilia: MEC/SEF, 1998.

_______, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias/Secretaria de Educação Básica. -Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2006 (Orientações curriculares para o Ensino Médio; v.2).

CHEVALLARD, Yves ; BOSCH, MARIANA ; GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas : o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Yves. Oraniser l' estud. 1. Structure & Fonctions. Actes de la 11 École d' Été de Didactique des Mathématique. France : La Penssé Sauvage. 2002. Versão eletrônica

_________________, El análisis de las práticas docentes en la teoria antropológica de lo didáctico. Recherches em Didatique de s Mathématiques, vol 19, nº 2, pp. 221-226, 1999. Tradução para o Espanhol por Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de lãs Matemáticas. Universidad de Sevilla.

GASCÓN, Josep. La Necessidad de utilizar modelos em didáctica de las matemáticas. Revista Educação Matemática Pesquisa. EDUC. São Paulo, v.5, nº 2 pp 11-37. 2003.

ASPECTOS HISTÓRICOS E CULTURAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA PROVÍNCIA DO MATO GROSSO (1840-1890)

Kátia Guerchi Gonzales

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este artigo descreve uma pesquisa em nível de mestrado em Educação Matemática, em andamento, e que tem por objetivo principal identificar e analisar elementos históricos e culturais do ensino da matemática secundária no contexto da província do Mato Grosso, no período compreendido entre 1840 a 1890. São usados como fontes de informação: leis educacionais da época, regulamentos da instrução pública, relatórios dos presidentes da província e dos diretores da instrução pública. Com base nessas fontes será produzido um discurso historiográfico relacionado ao ensino secundário da Matemática no contexto acima mencionado. A análise será conduzida com base no referencial teórico-metodológico associado aos conceitos propostos por André Chervel e outros autores que compartilham do programa de história das disciplinas escolares. Justifica-se a necessidade de realização da pesquisa diante do desafio de compreender os principais problemas relacionados à educação matemática secundária no contexto delimitado; bem como as produções efetivas de professores de Matemática que atuaram em instituições escolares mato-grossenses. Nesse sentido será destacada a trajetória do professor de Matemática Firmo José Rodrigues que durante cerca de meio século ministrou aulas de Matemática em instituições mato-grossenses. O período da pesquisa foi delimitado em função de eventos relacionados à institucionalização do ensino secundário mato-grossense até o momento de instalação das aulas do Liceu Cuiabano. Esse período também está relacionado vários fatores históricos, econômicos e culturais da sociedade local, envolvendo o período da Guerra do Paraguai, quando há registros da utilização do livro de Aritmética de Etiènne Bezout no ensino secundário local. A intenção que permeia a realização da análise histórica pretende estabelecer articulações com os acontecimentos da instrução pública de outras províncias brasileiras e o centro do poder imperial, na época, a cidade do Rio de Janeiro.

PALAVRAS-CHAVE: História da Educação. Educação Matemática. Didática da Matemática.

Considerações iniciais

Este artigo descreve e explicita os primeiros elementos de uma pesquisa iniciada com a finalidade de identificar e analisar elementos históricos e culturais do ensino secundário da Matemática, no contexto mato-grossense no período de 1840 a 1890. Tal pesquisa está vinculada à temática da *História da Educação Matemática Escolar Brasileira* e está sendo desenvolvida em um programa universitário de pós-graduação em Educação Matemática.

Para alcançarmos a realização do nosso objetivo, estão sendo utilizados como fontes principais documentos oficiais, tais como: leis, regulamentos, relatórios escritos por presidentes da província do Mato Grosso e por diretores da instrução pública. São produções a partir das quais produziremos um discurso historiográfico relacionado ao nosso objeto de pesquisa.

Como já foi dito inicialmente o foco principal da pesquisa relativa a nossa dissertação de Mestrado será atribuído ao ensino secundário e no contexto cultural mato-grossense no período de 1840 a 1890. Neste período, o ensino secundário tinha a finalidade exclusiva de preparar os alunos para o ingresso nos cursos superiores. No entanto, todo curso que tem um objetivo definido e procura alcançá-lo precisa incorporar no seu plano geral de estudos as matérias com as quais a instituição pretende alcançá-lo, conforme observa CHERVEL (1990).

Desta maneira investigaremos os planos de estudo, os programas de ensino, os livros didáticos e as propostas metodológicas que compõem as práticas escolares de uma determinada instituição na busca de seu objetivo. Esses elementos que descrevemos fazem parte da cultura escolar e estão relacionados com o contexto histórico das instituições dedicadas ao ensino, na linha definida por JULIA (2001).

Para analisar as instituições de ensino secundário, primeiramente, será preciso identificar outras instituições que faziam parte da mesma rede de relações, evidenciando os poderes que cada uma exercia sobre a outra com a finalidade de alcançar os resultados e interesses intencionados. Identificaremos então os traços comuns da cultura escolar dessas instituições vinculadas ao ensino da Matemática secundária mato-grossense e analisaremos se ocorreu um período focalizado de estabilidade, verificando as possíveis *vulgatas* que, por ventura, estavam presentes no estudo da matemática como disciplina escolar. (CHERVEL, 1990)

Aspectos do referencial teórico-metodológico

O objetivo principal da pesquisa descrita neste artigo é identificar e analisar aspectos históricos e culturais do ensino secundário da Matemática no contexto mato-grossense no período de 1840 a 1890. Na realização deste objetivo serão empreendidos vários procedimentos que serão detalhados por nós através da descrição dos objetivos específicos, nos próximos parágrafos.

O primeiro objetivo específico do nosso trabalho é *identificar elementos da cultura matemática escolar presente na algumas escolas primárias de Cuiabá no período de 1840 a 1890*. Mesmo que o trabalho tenha por foco principal o ensino secundário, entendemos que esse olhar sobre o ensino primário é necessário para se ter uma visão mais ampla da realidade educacional do contexto social analisado.

Embasados na obra de Julia (2001), compreendemos por *cultura escolar,* as regras, os procedimentos, as normas inculcadas e uma serie de outros objetos específicos da disciplina, no caso do nosso trabalho, a educação matemática escolar, incluindo aí os conteúdos ministrados no ensino secundário e os livros adotados. Como dissemos acima, não podemos simplesmente estudar o ensino secundário e fechar os olhos para o ensino primário, pois o próprio início dos estudos secundários já requeria do aluno uma instrução mínima que pudesse passar para a classe social dos alunos que pretendiam o ingresso em um dos cursos superiores existentes na época.

Para isso estamos nos embasando nos programas de ensino referente ao ensino primário do contexto mato-grossense e analisando os relatórios provinciais que são ricos em detalhes sobre a forma que estava sendo trabalhado o ensino geral, salientando as dificuldades e problemas enfrentados dentro do cotidiano escolar, além de verificar os conteúdos explícitos do ensino da matemática, que de acordo com Chervel deve ser a primeira tarefa feita por um historiador das disciplinas escolares.

O conjunto de conhecimentos que eram ensinados neste nível de ensino também pode ser verificado por meio de livros didáticos adotados no período determinado. Livros didáticos são fontes de pesquisa riquíssimas, que o próprio Chervel destaca a importância da utilização destes compêndios para qualquer tipo de pesquisa relacionada ao ensino de uma determinada disciplina, ressaltando que "todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa", e é baseado nesta afirmação que tentaremos constituir o fenômeno vulgata, ou seja, para verificarmos a estabilidade de um determinado momento o livro didático se faz praticamente necessário, devido estas produções influenciarem de forma significativa na organização do ensino.

O segundo objetivo específico do trabalho consiste em *identificar elementos específicos de natureza matemática e didática que caracterizam o estudo da referida disciplina na época considerada no Liceu Cuiabano.* Sendo nosso foco principal o ensino secundário, mais precisamente o Liceu Cuiabano, estamos estudando de que maneira a Matemática fazia parte nessa instituição, qual era o objetivo dela ao ser ensinada e quais as instituições faziam parte da mesma rede na qual o Liceu Cuiabano estava inserido, para que assim possamos identificar as possíveis influências.

Para alcançar este objetivo específico estamos buscando em documentos oficiais elementos que caracterizam a maneira como a Matemática estava presente nas instituições deste nível, também em outras instituições da época, e em particular no estabelecimento criado para ser modelo para os demais: o Colégio Pedro II, procurando articular a realidade da província do Mato Grosso com o então centro cultural do Império.

Analisaremos ainda obras didáticas adotadas no ensino secundário antes e depois da equiparação do Liceu Cuiabano com o Colégio Pedro II, com a intenção de verificar a forma que a disciplina vinha sendo realizada, naquele momento, em nosso país. Será por meio dos manuais que poderemos verificar eventos característicos do período estudado que influenciaram a definição dos conteúdos específicos bem como os aspectos didáticos por meio dos quais a Matemática secundária era ensinada.

Mais uma vez, cumpre-nos destacar que, conforme nós já observamos acima, a análise de livros didáticos é dos aspectos importantes na escrita da historia de uma disciplina escolar, pois, ao realizá-la podemos identificar elementos característicos da vulgada predominante em dado momento e assim desvelar como a educação escolar era concebida e conduzida no que se refere aos procedimentos práticos.

Segundo Valente (2008) é preciso analisar as diferentes formas de organização do ensino em manuais didáticos para verificar as possíveis mudanças que ocorreram nas vulgatas e assim ser possível investigar as transformações que ocorreram no transcorrer da história. Desta maneira, se faz necessário a verificação em livros didáticos de um determinado período, para analisar as semelhanças existentes, dando-nos elementos necessários para falarmos da existência de uma vulgata.

Ainda segundo Valente é importante observar os possíveis manuais inovadores que possam ter iniciado uma nova vulgata. Deste modo deveremos analisar a possíveis propostas inovadoras das obras e observar como ocorreu a *apropriação* por outros autores de livros didáticos. Para tal, recorreremos a Chartier (1991) para usar o conceito de apropriação, mais especificamente, ao pesquisar o contexto histórico e cultural do Mato Grosso, nosso desafio consiste em compreender como as idéias educacionais adotadas em outras províncias foram compreendidas e aplicadas pelos educadores locais.

Wagner Valente ressalta ainda que podem ocorrer em certos momentos, a existência de obras didáticas que foram utilizadas no mesmo período semelhantes ou com propostas diferentes. No entanto é fundamental que o pesquisador verifique as origens das obras, as datas e as razões que obras que se assemelham ou que se diferem, apesar de terem sido utilizadas no mesmo período. (VALENTE, 2008)

Em suma, a localização e análise de obras didáticas usadas em instituições mato-grossenses se tornam imprescindível em uma pesquisa histórica como a nossa, por isso nosso desafio envolve a permanente procura de fragmentos que contribuam para a nossa compreensão quanto aos didáticos usados no ensino da Matemática secundária no Mato Grosso. Para tal, nossa intenção é vasculhar os vários documentos localizados por nós.

O terceiro objetivo específico da pesquisa é *analisar aspectos relacionados à presença dos diferentes conteúdos de matemática nos exames de preparatórios no contexto mato-grossense (1840-1890).* Segundo nosso entendimento, a inclusão desse aspecto na análise do trabalho justifica-se em vista a importância social atribuída aos exames de preparatórios por meio dos quais o estudante poderia ingressar em uma das poucas escolas superiores existentes no Império.

Nesse sentido, pretendemos analisar os conteúdos matemáticos (aritmética, álgebra e geometria) presentes nos exames de preparatórios para melhor compreender o contexto do ensino secundário. Afinal se alguns conteúdos eram necessários para adentrar o ensino superior, o responsável por ensinar os conteúdos era o ensino secundário, dessa maneira se torna necessário este estudo.

Para entendermos, com mais clareza, os exames de preparatórios, buscaremos explicitar o que são as aulas de preparatórios, as quais foram criadas devido ao fato de serem exigidos conhecimentos como a matemática no ingresso dos cursos superiores do império existentes a partir do início do século XIX. Inicialmente, surgiram às aulas avulsas das matérias preparatórias, que foram providenciadas pelas províncias de São Paulo, Rio de Janeiro, Recife e Salvador, onde havia os primeiros cursos superiores. Estas aulas preparavam os candidatos que deveriam passar por bancas examinadoras nas localidades onde estavam concentrados os cursos.

Para o estudante se matricular no curso superior escolhido, necessitava todos os certificados de aprovação em todas as matérias exigidas. Exames como estes eram denominados de exames parcelados. Estes não favoreciam o candidato, pois às vezes demorava muito tempo para o candidato obter todos os certificados, devido ao fato dos exames serem dispostos em períodos distantes.

Além do tempo, existia outro obstáculo para os alunos das demais províncias, que era a dificuldade era a locomoção para as localidades onde funcionam as bancas examinadoras.

Diante desta dificuldade, precisamente pelo fato da extensão territorial do Brasil, o Ministro João Alfredo de Oliveira, em 1873, decidiu criar bancas examinadoras em várias províncias.

Neste período e por muito tempo não era exigido o diploma do ensino secundário para fazer os exames parcelados, assim muitos estudantes optavam pelos caminhos mais diversos, principalmente por vários não estarem interessados em certificados, mas sim na preparação para submissão dos exames. Deste modo uns optavam pelas aulas avulsas, outros pelos professores particulares, ou até mesmo por instituições particulares de ensino, onde a matemática muitas vezes era ensinada pelos militares, pois neste contexto são os personagens que mais possuíam domínio nesta ciência.

Existia outro caminho ainda, são os estabelecimentos de ensino secundário, que também preparavam os alunos para os exames de preparatórios, mas com um grande diferencial, eles recebiam os diplomas de conclusão do curso, estas instituições ficaram conhecidas como Liceus.

Dentre estas instituições do ensino secundário a mais importante no Brasil era o Colégio Pedro II, criado em 1837 e estabelecido nas bases européias, inicialmente pode ter surgido pela necessidade de reunir em uma única instituição os conteúdos exigidos para matricula nos cursos superiores, além do mais proporcionava aos estudantes um curso completo do ensino secundário.

Quem desejasse continuar os estudos, após o ensino primário, e almejasse cursar o nível superior era necessário se preparar. Para isso os candidatos tinham duas opções após o surgimento do Colégio Pedro II, cursar as disciplinas neste estabelecimento ou em outro Liceu, ou então preparar de outra forma como já citado, para fazer os exames exigidos. A diferença era somente uma, os alunos deste colégio não precisavam passar pelas bancas examinadoras, o término do ensino secundário nesta importante instituição pública garantia o ingresso automático de seus alunos a qualquer um dos cursos superiores do império, pois passavam pelo exame de madureza.

O exame de madureza era uma avaliação feita ao final dos sete anos de estudo no Colégio Pedro II. Este exame foi instituído na Reforma de Benjamim Constant, em 1890, que tentou abolir os exames parcelados, porém, tais exames foram colocados em prática somente a partir de 1896, sendo que a aprovação dava ao aluno o direito de ingressar nos cursos superiores sem passar pelos exames de preparatórios. Além do mais, ao aluno que concluía os estudos do colégio, era concedido o titulo de *Bacharel em Ciências e Letras*, desde que nos exames finais obtivessem dois terços de aprovações plenas.

É desta maneira que justificamos, mais uma vez, a importância dos nossos objetivos específicos, pois, entendemos que os mesmos buscam compreender a maneira como o ensino da Matemática se desenvolveu no contexto mato-grossense, procurando fazer a triangulação do que era feito no Rio de Janeiro e na Europa. Além dessa articulação, estaremos atentos às apropriações ocorridas no Mato Grosso em relação ao ideário pedagógico paulista, sobretudo, no que diz respeito à criação dos grupos escolares ocorrida nos primeiros anos da fase republicana.

Para conseguirmos atingir os três objetivos específicos será necessário buscar dados em documentos oficiais, como relatórios provinciais, regulamentos do ensino primário e secundário, regimentos internos das instituições de ensino e até mesmo livros didáticos cuja análise permitirá identificar quais eram os conteúdos ensinados.

Neste contexto, justificamos a utilização como referencial teórico principal, um conjunto de conceitos propostos por Chervel (1990), em particular, conceitos de *cultura escolar* e de *vulgata*. Para complementar, pretendemos usar ainda idéias proposta por Choppin (2004), quanto à caracterização do livro didático e de Chartier (1991), quanto à noção de apropriação.

Resultados Esperados

Um dos objetos de estudo da educação matemática é o conhecimento matemático, onde o nosso trabalho se encaixa já que analisaremos e identificaremos as possíveis influências que sofreram os conteúdos relacionados à matemática no ensino secundário em Mato Grosso em 1850 a 1890. Essa pesquisa visa desenvolver a educação matemática enquanto campo de conhecimento e produção de conhecimento, fazendo-nos refletir e estudar em documentos oficiais, para encontrarmos respostas.

De acordo com Lorenzato e Fiorentini (2001), questões sobre mudanças curriculares como é o nosso caso surgem da questão: “quais são os fatores que provocam as mudanças curriculares e como estas se processam na prática escolar?”

Esperamos esse trabalho venha contribuir para compreendermos a instrução pública em determinado período e o que era considerado importante e necessário para os jovens sobre os conteúdos relacionados a matemática. Para isso essa pesquisa considera importante o estudo da história e epistemologia das idéias matemáticas na configuração do currículo de

Mato Grosso, nos mostrando através desta qual a cultura da Matemática escolar presente nesse período.

Para estudar amplamente o currículo e as influencias em Mato Grosso, faremos a triangulação entre Mato Grosso, Corte e Europa, comparando os planos de ensino propostos oficialmente quanto os planos de ensino em "ação", que são aqueles que realmente são colocados em prática em sala de aula.

Dentro desse contexto, a pesquisa realizada por nós busca investigar, coletar, organizar e analisar dados históricos do ensino secundário do Mato Grosso de um determinado período e com um elemento matemático.

Será uma pesquisa que, com certeza, nos fará refletirmos muito sobre os acontecimentos mais amplos da instrução pública, além de levantarmos questões do por que desses acontecimentos e tentarmos sanar essas questões através de analise de documentos e da articulação entre a própria história da época, como também poderemos entender o progresso da matemática e o porquê a matemática daquela época é tratada de maneira diferente da atual.

Se conseguirmos alguns indícios da maneira como os professores ministravam suas aulas de Matemática no ensino secundário mato-grossense, vasculhando planos de aula ou cadernos de alunos, poderemos compreender algumas práticas metodológicas de outrora, sem perder de vista os conteúdos mais valorizados na época analisada, e com isso também melhor visualizar a realidade atual da educação matemática escolar. Por isso é necessário tentarmos resgatar documentos que possam sinalizar as práticas docentes mais adotadas no contexto cultural do nosso trabalho.

Para cada *estratégia* de ensino que conseguirmos identificar nos documentos pesquisados, revelando aspectos metodológicos utilizados por professores de Matemática, pretendemos caracterizar as práticas empreendidas pelos docentes em função das diferentes instituições de ensino em que eles atuavam. Em particular, será que as práticas implementadas na Escola Normal de Cuiabá, por um determinado professor, tinham certa proximidade com as práticas realizadas no Liceu Cuiabano, pelo mesmo docente?

Para finalizar, ressaltamos que a importância atribuída por nós à realização dessa pesquisa consiste em sinalizar para os professores atuais, que ensinam Matemática em nível da Educação Básica, alguns indícios históricos que possam contribuir na compreensão dos desafios dos dias de hoje, no que diz respeito à importância da educação matemática como disciplina escolar e as possibilidades de ampliar as bases qualitativas de suas práticas docentes. Fazemos esse registro por entender que existe condições atuais para que os professores interessados possam contribuir na melhoria do ensino da disciplina com a qual trabalhamos: a educação matemática.

Referências Bibliográficas

CHARTIER, Roger. *O mundo como representação. Estudos avançados*. IEA-USP, São Paulo, vol.11, nº5, pp. 173-191, 1991.

CHERVEL, André. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.* Porto Alegre: Teoria e Educação, n. 2, p. 177-229, 1990.

CHOPPIN, Alain. *História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Educação e Pesquisa* – FEUSP, São Paulo, vol. 30, n.3, p. – 549 – 566, setembro a dezembro. 2004.

JULIA, Dominique. *A cultura escolar como objeto histórico*. Artigo publicado na Revista Brasileira de História da Educação, Campinas, n.1, p.9 – 44, janeiro a julho de 2001.

LORENZATO, Sérgio e FIORENTINI, Dario. *O profissional em Educação Matemática*. Texto adaptado pelos autores. Unicamp: Campinas: 2001 (Preprint)

VALENTE, Wagner. *Uma história da matemática escolar no Brasil*: 1730-1930. Annablume. São Paulo: 1999.

VALENTE, Wagner. *Livro didático e educação matemática: uma história inseparável*. Revista Zetetiké, v. 16, UNICAMP, Campinas: 2008.

DE MÃES A PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INCIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Klinger Teodoro Ciríaco
FCT- UNESP - Presidente Prudente
Neusa Maria Marques de Souza
UFMS – Três Lagoas
Orientadora: Leny Rodrigues Martins Teixeira

RESUMO: Esta pesquisa encontra-se vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação (Mestrado) da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", na linha de pesquisa Práticas Educativas na Formação de Professores. Trata-se de uma discussão sobre o ensino de Matemática disseminado na prática pedagógica de professores polivalentes nos primeiros anos de escolarização, a delimitação deste problema decorre primeiramente do estudo monográfico feito pelos autores. Partimos da premissa de que o ensino de matemática deve partir da realidade em que a criança se insere para posteriormente construir conceitos mais sólidos. Assim como resultado de uma pesquisa feita em nível de Graduação, no caso em Pedagogia, concluímos que os saberes matemáticos ditos como "populares" têm influência no processo de ensino-aprendizagem das crianças, neste sentido buscamos para o Mestrado discutir essa problemática na perspectiva de desvelar os condicionantes e as racionalidades que compõem o processo de rejeição ou opção pelo ensino de Matemática pelos professores. Neste sentido, temos por objetivo uma análise de cunho qualitativo da introdução dos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental, já decodificada na prática pedagógica de professores dos 1º e 2º anos da Rede Municipal de Educação de Presidente Prudente/SP. De modo geral, o texto aqui apresentado esta estruturado primeiramente em um estudo teórico, esboçando um panorama das questões teóricas e práticas que envolvem as relações mencionadas entre os conteúdos matemáticos na prática dos professores e as propostas curriculares. O estudo dos conteúdos de matemática preliminares pela via da prática do professor em uma relação com as propostas curriculares é a base inicial de nossa pesquisa.
PALAVRAS-CHAVE: Ensino Fundamental. Aprendizagem de Matemática. Formação de Professores.

Introdução

Atualmente um dos temas caros à educação é o desempenho dos alunos em Matemática, tema que vem se tornando alvo de inúmeras discussões nos meios acadêmicos especialmente em relação ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos.

Para termos melhor esclarecimento sobre a relevância de desenvolver estudos nessa área, se faz necessário entender que, a Matemática está historicamente presente na vida do homem, bem como em suas ações e que enquanto saber científico a Matemática foi sendo estruturada em torno de algumas características como: regularidades, criação de modelos, fórmulas e registros para a caracterização.

Estes esclarecimentos nos levam a refletir sobre a abordagem desses conhecimentos matemáticos na vida política, social, econômica e pessoal daqueles que o utilizam enquanto cidadãos.

Como fruto dessas reflexões, a justificativa dessa pesquisa se faz a partir de resultados de avaliações nacionais e internacionais tais como: ENEM, SAEB, INAF, PISA e outros sistemas de avaliação que apresentam índices abaixo da média quando se referem ao conhecimento matemático dos alunos de Ensino Fundamental.

As dificuldades que afloram no dia-a-dia da escola quando se considera o caso específico do ensino de Matemática, cujos resultados apontam índices comprometedores de aproveitamento quando testadas as habilidades básicas de registros matemáticos necessários para atender as demandas da vida social, confirmam os resultados das avaliações externas.

De Mães para os Professores: a construção do problema da pesquisa

Nesta sessão apresentamos uma breve explanação de como foi nosso trabalho monográfico e como cheguei a partir dele no problema de pesquisa a ser desenvolvido no Mestrado.

Para desenvolver o trabalho de conclusão de curso[1], foram realizados encontros quinzenais com um grupo de mães em uma escola da rede municipal de ensino, a fim de propiciar espaços e condições para que estas mães e filhos se envolvessem em situações de letramento matemático. Utilizando a didática de resolução de problemas, foi possível promover o acesso dos sujeitos pesquisados (mães e filhos) a textos de conteúdos matemáticos formais e não formais.

É sabido que a Matemática se faz presente no dia-a-dia de todo cidadão, desde o momento em que ele acorda e olha para o relógio. Quando isto acontece, ele está pensando em tempo, e tempo também é matemática. A partir daí tudo que ele vai fazer está sempre ligado à matemática. Por exemplo: a quantidade de água, café, chá, refrigerante que o cidadão vai beber, o peso do pãozinho que ele come, o espaço que vai percorrer até o trabalho, a escola, ou outro percurso qualquer, o dinheiro para o ônibus, para o lanche, ou refeição, o supermercado, o açougue, a farmácia, etc. Como então poderia ocorrer a relação dessa matemática diária com a estruturada no contexto escolar?

Nas reuniões realizadas com as mães, houve o contato com textos contendo registros matemáticos, presentes em algumas das histórias a elas contadas, sobre as quais junto com

[1] Graduação em Pedagogia pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – Campus Três Lagoas.

seus filhos, realizaram atividades seqüenciais aos temas tratados. Livros de autores renomados como: Ruth Rocha, Sylvia Orthof e Bartolomeu Campos de Queirós, foram escolhidos pelas próprias mães com o intuito de serem lidos e trabalhados nos encontros. As ações visaram possibilitar que esse grupo de mães acompanhado por seus filhos, tivesse acesso a obras de literatura infantil, como forma de ampliar as possibilidades de letramento tanto das mães como dos filhos.

Além desses encontros com as mães, ações de monitorias de ensino aconteceram com o intuito de verificar se os alunos (filhos) tinham um melhor desempenho em sala de aula quando comparado com os demais alunos, foi nesse tempo de monitoria que percebi em alguns momentos das aulas de Matemática a dificuldade da professora em lidar com conceitos referentes ao conteúdo da disciplina, assim surgiu o problema que apresentaremos a seguir.

Matemática & Séries Iniciais: o saber pedagógico do Professor

São inúmeras as dificuldades com as quais se defronta a Educação Básica e a formação docente para os primeiros anos de escolarização. Este problema vem se tornando alvo de várias pesquisas em educação e na área de Educação Matemática. Em conseqüência, a formação docente, tanto inicial quanto continuada, se constitui um campo de pesquisa em plena expansão. (FIORENTINI, 2003).

Desse modo, o baixo desempenho dos alunos em matemática vem merecendo grande atenção e se transformando em alvo de discussões nos meios acadêmicos, mostrando uma realidade com múltiplas faces, e ainda sem solução.

Ilustram estas afirmações os resultados do SAEB (2005), cuja média de proficiência em Matemática obtida pela quarta-série do Ensino Fundamental das escolas urbanas municipais em nível Brasil foi de 178,9 pontos em uma escala entre zero a quinhentos. (BRASIL/INEP/SAEB, 2005).

Diante deste quadro, é inevitável que se questione o ensino de matemática nas escolas e a atuação dos docentes que o praticam. Neste sentido algumas perguntas se tornaram freqüentes: o ensino de matemática no ambiente escolar tem sido abordado de forma correta? Qual seria? Qual a visão de matemática que detém o docente? Que tipo de conhecimento acha indispensável para esta prática? Que metodologia utiliza em sala de aula? Quais as dificuldades encontradas no ensino? Como avalia? O exame dessas questões passa necessariamente por reflexões a respeito da formação dos professores.

Primeiros anos de Escolarização: o que ensinar?

No cenário das indagações que permeiam nossa pesquisa, é imprescindível observar que no Brasil os conteúdos matemáticos a serem iniciados no primeiro Ciclo do Ensino Fundamental estão pautados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), assim estes se dividem em alguns tópicos como: operações com números, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação e conteúdos atitudinais.

A partir dessa proposta, a prática pedagógica de iniciação à matemática nos primeiros anos de escolarização deve ser realizada pelo professor a partir dos conhecimentos que as crianças trazem à escola, uma vez que elas constroem conceitos numéricos antes mesmo de começarem a estudar.

Com relação a essa questão, é importante salientar que iniciar os conteúdos matemáticos a partir dos conhecimentos que as crianças possuem "[...] não significa restringir-se a eles, pois é papel da escola ampliar esse universo de conhecimentos e dar condições a elas de estabelecerem vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir, possibilitando uma aprendizagem significativa [...]". (BRASIL, 1997, p. 45).

Neste sentido, investigaremos como um grupo de professores da rede municipal de ensino de Presidente Prudente (SP) desenvolvem em sua prática pedagógica a introdução aos conteúdos matemáticos, bem como sua formação acadêmica para lidar com estes conteúdos, para assim compreender se a postura destes professores frente ao conhecimento matemático se confirma ou difere das características apresentadas pela literatura.

> Na maioria dos cursos de formação de professores [...] das séries iniciais, são evidentes a resistência e a fobia em relação à Matemática. Por isso, ao trabalhar nestes cursos nos deparamos com sujeitos que apresentam enormes lacunas no domínio de conceitos matemáticos fundamentais para o dia-a-dia e acabam por reproduzirem essas lacunas, tornando-se ao invés de um facilitador, um grande obstáculo para a aprendizagem de seus alunos. (GOMES, 2002, p. 368).

A partir desta constatação, a literatura produzida nos últimos anos sobre a formação de professores que ensinam matemática (FIORENTINI, 2003; ZUNINO, 1995; NACARATO & PAIVA; 2006, entre outras), tanto inicial quanto continuada, nos mostra que sua formação merece um olhar crítico à sua configuração em sala de aula.

Vasconcellos (2009), afirma que "[...] durante o período de formação o professor precisa viver situações variadas, ligadas tanto à pesquisa, à leitura e à discussão de textos [...]" (p. 59), no que incluímos a troca de experiências. Assim ressaltamos que o professor em exercício de sua função necessita de uma interação com os pares, mas o que não podemos perder de vista é que a realização dessas atividades precisa ser acompanhada pelo devido aprofundamento do conhecimento, por parte dos mesmos, em relação aos conteúdos que ensinam.

O professor polivalente que ensina matemática, em muitos casos (re) produz suas experiências adquiridas enquanto aluno, ou seja, ele ensina da forma como aprendeu, assim o revistar sua formação se constitui em um ponto primordial para a compreensão de como o trabalho docente se apresenta neste contexto.

> Um dos pressupostos para a realização do trabalho escolar é a expectativa de que os resultados extrapolem a sala de aula: sejam aplicados vida afora, em benefício do indivíduo em seus novos estudos e atividades e da sociedade [...].(MICOTTI, 1999. p. 154).

Sabemos que a matemática está legitimamente ligada a fatores que determinam as práticas sociais exercidas pelos indivíduos como: ler as horas, números de telefones, códigos de barras de produtos, placas etc. assim seu valor resulta da vinculação entre o aprendizado social e escolar, considerando um conhecimento prévio baseado em uma inteligência prática. Nesse pensamento a comunicação na aula de matemática tem grande importância e deve ser estimulada levando o aluno a "falar" e "escrever" sobre matemática, dominando os diversos meios notacionais.

Segundo Carraher (1991), o ensino de matemática deveria ser sem dúvida, assim como todas as áreas do conhecimento, beneficiada pelos saberes da vida cotidiana. Sendo assim, na sala de aula o professor que ensina matemática não poderá separar a matemática formal da matemática enquanto atividade humana.

Desde os primórdios a matemática foi sendo construída pela humanidade em resposta a necessidades concretas, como os problemas motivados pelo controle de quantidades (rebanhos ou produção agrícola), que levou ao surgimento da contagem; demarcação de terras, que levou ao pensamento geométrico; trocas e comércio, que levou ao sistema monetário e ao desenvolvimento do cálculo, etc.

A matemática é entendida por Bittar e Freitas (2005) como atividade permanente humana, pois atividades como contar medir e observar formas geométricas são expressões da mente humana. O desenvolvimento da matemática tem suas raízes em necessidades práticas, contudo acaba sempre evoluindo e transcendendo os limites das aplicações imediatas.

Neste sentido, a Matemática vem sendo estruturada em torno de algumas características como: regularidades, criação de modelos e enunciados, fórmulas e registros para a sua caracterização. Faz-se necessário, portanto, que ao ensinar Matemática as atividades propiciem às crianças não só a construção de regularidades, como também experiências com diferentes formas de registros para comunicar suas observações, hipóteses e conclusões.

Um modelo que privilegie um tipo de ensino com tais características, certamente tem que se distanciar do esquema tradicional, assim como da atuação de professores que acreditam na simples transmissão do conhecimento.

Sabendo-se que "[...] o grande desafio que encontra a educação é, justamente, tornar os sujeitos capazes de interpretar as capacidades e a própria ação cognitiva não de forma linear, estável e contínua que caracteriza as práticas educacionais mais correntes [...]", cabe então refletir sobre novas alternativas que possibilitem encaminhamentos intra e extra-escolares. (D´AMBRÓSIO, 2004, p. 38).

Um dos pressupostos que possivelmente desafia esta postura linear está relacionado, ao tipo de metodologia aplicada pelos professores que, geralmente, não levam em consideração fatores importantes, como o contexto social, econômico e cultural dos alunos. (SILVA, 2002).

> A educação matemática, dotada de significados não apenas formal, mas também criativo, crítico e político, quando bem gerida e reconstruída, pode ajudar no sentido de minimizar a evasão escolar e, em última instância, contribuir para diminuir a exclusão educacional que é uma das facetas da exclusão social. (SILVA, 2002, p.11).

Para Fiorentini (2003), numa situação autêntica de formação do aluno, "o mais importante não é o que se aprende", mas "a relação interior que o aluno estabelece com a matéria de estudo", e isso implica a adoção de novas propostas metodológicas que aproximem a linguagem matemática da língua materna, a resolução de problemas em matemática esta intrinsecamente ligada à interpretação textual, ou seja, a capacidade que o aluno tem de analisar e formular estratégias para a solução.

A leitura é fundamental para a aquisição da linguagem matemática, é uma atividade dinâmica, que abre ao sujeito que lê amplas possibilidades de relação com o mundo e compreensão da realidade que o cerca, que permite a ele se inserir no mundo cultural da sociedade em que vive.

Bittar e Freitas (2005) também salientam que a prática de resolver problemas dá oportunidade aos alunos de "fazer matemática", isto é, de desenvolver habilidades de reconstrução de propriedades matemáticas, bem como de comunicar idéias, resultados e experiências.

Em suma, cabe ao professor favorecer a troca de idéias e a autonomia, contribuindo assim para que os alunos descubram ou inventem processos pessoais de cálculos e hipóteses matemáticas. Problemas concretos do dia-a-dia, não como uma linguagem abstrata e pouco significativa, favorecem a compreensão dos conteúdos, mas é evidente que essa linguagem é construída aos poucos, gradativamente com a contribuição do professor em sua prática pedagógica.

Segundo Tolchinsky (2003), uma boa proposta pedagógica deve conter a aprendizagem da matemática na diversidade, avaliando as funções dos números não só como cálculos, mas como identificador classificador e ordenador, no caso de telefones, endereços, catalogação e etc.

Aprender o significado de um dado implica dialogar, trocar, compartilhar, e por vezes estabelecer compromisso, com isso é importante como assinala Paratelli (2003) In (Fiorentini e Gimenez, 2003), valorizar cada resposta da criança, pois ao responder alguma estratégia foi utilizada ou algum pensamento foi mobilizado. Assim partindo do significado ou do pensamento que ela apresenta o professor pode, por meio de intervenções, criar condições para que a criança organize seu pensamento, encontrando estratégias e soluções adequadas para a resolução do problema em questão.

> Se na escola nós assumirmos, tanto ao ensinar como ao avaliar, que fazer matemática é muito mais do que fazer contas, não só poderíamos conseguir que as crianças adquirissem conhecimentos mais sólidos como também ofereceríamos a oportunidade de que elas se apaixonassem por essa invenção humana que é a matemática. (ZUNINO, 1995, p. 27).

Nessa perspectiva a necessidade de intervir em contextos específicos de ensino e aprendizagem na formação inicial e continuada de professores pressupõe o revisitar das experiências por eles vividas enquanto estudantes, haja vista que o professor concorda como aponta Zunino (1995), que a Matemática é uma disciplina que provoca temor e em conseqüência disto, as crianças argumentam nas escolas: “a matemática é muito complicada” ou “não gosto de fazer contas”.

Podemos inferir como aponta Curi (2000), que quando se refere à formação escolar do professor, o preparo acadêmico deste determina sua identidade no campo de conhecimentos de sua especificidade, que serve de base para suas decisões pedagógicas, neste caso quais os conceitos matemáticos que ele considera importante que o aluno aprenda nos primeiros anos de escolarização.

> A inexistência de reflexão sobre o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, que aprenderam mecanicamente como alunos, e cujos fundamentos nunca discutiram profundamente em estudos posteriores, mostra que o problema não se resolve somente com a experiência da sala de aula. (CURI, 2000, p. 99).

Ao final, do lugar do professor, cabe salientar que a reflexão é um aspecto basilar na ação docente, que corresponde a um processo intenso de voltar-se sobre o praticado, nas palavras do Mestre, "[...] na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje que se pode melhorar a próxima prática [...]". (FREIRE, 1999. p. 43).

Partindo dessa premissa, consideramos pertinente averiguar como o professor trabalha com a introdução dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos de escolarização (1º e 2º ano) na perspectiva de desvelar os condicionantes e as racionalidades que compõem o processo de ensino da matemática praticado pelos professores.

É compreendendo o papel desempenhado pelo professor no processo de ensino que consideramos ser importante refletir sobre a sua formação – no caso em Pedagogia - a fim de analisar as implicações da mesma para a prática de ensino de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Caminhos metodológicos: desafios do processo investigativo

Como proposta metodológica foi estabelecida para a realização deste trabalho de pesquisa a abordagem qualitativa, devido a sua abrangência e pela vantagem em facilitar ao pesquisador o contato direto com o ambiente e com a situação que se está investigando.

Esta abordagem permite compreender o contexto no seu cenário natural e preservar a complexidade do comportamento humano, observar fenômenos em um pequeno grupo, interpretar comportamentos e técnicas de observação da realidade, através de participação em ações do grupo, por meio de entrevistas e conversas para descobrir as interpretações sobre as situações observadas, permitindo comparar e interpretar as respostas encontradas em situações adversas.

Na busca de respostas às questões intrínsecas a este trabalho, vamos utilizar diferentes instrumentos para coleta de dados. Iniciaremos essa trajetória com a observação em sala de aula, com o intuito de fazer o levantamento dos conteúdos a serem ensinados no Ensino Fundamental (1º e 2º ano), em seguida entrevista com os professores, e a análise documental com vistas a identificar o tipo de formação que os professores obtiveram.

Serão analisados também os documentos que subsidiam pedagogicamente o trabalho na rede: Planos de Aulas, Diretrizes Pedagógicas, Subsídios e a Matriz Curricular do Ensino Fundamental do Município.

Utilizaremos a análise documental como forma de coletar os dados pertinentes à formação dos professores com o intuito de verificar o currículo dos mesmos em sua trajetória acadêmica, pois, "[...] os documentos constituem uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentam afirmações e declarações do pesquisador [...]". (LUDKE, ANDRÉ, 1986, p.39).

Referindo-se aos estudos de Bogdan e Biklen, as mesmas autoras destacam que:

> [...] a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte de dados e o pesquisador como seu principal instrumento [...] os dados coletados são predominantemente descritivos [...] a preocupação com o processo é muito maior que o produto [...] o "significado" que as pessoas dão às coisas e a sua vida são o foco de atenção especial do pesquisador [...] a análise dos dados tende a seguir um processo sintético.(LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p. 46-50)

Nessa perspectiva iremos desenvolver no campo da pesquisa qualitativa um trabalho em que utilizaremos a observação das aulas de matemática no Ensino Fundamental, com o intuito de registrar a introdução aos conteúdos matemáticos que os professores desenvolvem e que consideram importante que seus alunos aprendam, os quais no desenrolar do processo investigativo nos conduzirão às discussões decorrentes a partir dos dados encontrados.

A natureza dos problemas que determinam a metodologia que estabelecemos consiste em três etapas que julgamos pertinente para a leitura e compreensão do problema em questão.

A primeira consiste na seleção e definição do problema e, em paralelo, o levantamento e descrição dos documentos relativos à formação de professores e orientações sobre o ensino de Matemática nas séries iniciais. Em seguida será feita a escolha do local do estudo, ou seja, a escola na qual nosso estudo será realizado. Em princípio o nosso critério para esta escolha seria uma ou duas escolas públicas que componham, a partir de uma sondagem inicial, um grupo constituído de professores que expressem um bom relacionamento com a matemática e daqueles que não demonstrem afinidades com esse conteúdo.

A segunda etapa da pesquisa consiste numa busca dos dados considerados mais importantes para compreender e interpretar o fenômeno estudado, isto é, as observações feitas pelos pesquisadores junto aos professores polivalentes (sujeitos da pesquisa) da rede municipal de ensino de Presidente Prudente (SP).

Com as observações das aulas pretendemos compreender como os professores participantes da pesquisa desenvolvem a introdução aos conteúdos matemáticos no 1º e 2º ano do ensino fundamental, bem como exercem sua prática pedagógica, tentando identificar os caminhos metodológicos, ou as estratégias que estes utilizam para a introdução dos conceitos nas aulas de matemática.

A terceira e última etapa desta pesquisa, consiste na tentativa de encontrar os princípios subjacentes ao fenômeno estudado e de situar as várias descobertas em um contexto mais amplo, para que se tenha um processo de envolvimento do pesquisador confrontando as evidências positivas e negativas com as teorias existentes para gradativamente desenvolver a sua própria teoria. (LÜDKE E ANDRÉ, 1986).

Acreditamos que esses instrumentos poderão nos fornecer dados que servirão de base na tentativa de sanar algumas das muitas indagações que permeiam nosso objeto de estudo.

Referências Bibliográficas

BOGDAN, Roberto C. e BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. INEP, 2005. SAEB-2005 **Primeiros Resultados*:*** médias de desempenho em perspectiva comparada. fev. 2007. disponível em (http://www.inep.gov.br/saeb2005) acessado em 15/12/2009.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília: Ministério da Educação-Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** 2.ed. Campo Grande MS: Ed. UFMS, 2005.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias. **Na vida dez;** na escola zero. – 6ª ed. São Paulo: Cortez, 1991.

CURI, Edda. **Formação de professores de matemática:** realidade presente e perspectivas futuras. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). São Paulo – SP.

D´AMBROSIO, Ubiratan. A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática. In: FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas: reflexões a partir da INAF 2002. São Paulo: Global, 2004.

FIORENTINI, Dario; JIMÉNEZ, Alfonso. **Histórias de aulas de matemáticas:** compartilhando saberes profissionais. Campinas, SP: Graf. FE: CEMPEM, 2003.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia –** Saberes necessários à prática educativa. 12ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

GOMES, Maristela Gonçalves. Obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos e o conhecimento matemático nos cursos de formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental. **Contrapontos**, Itajaí, n. 6, p. 363 -388, set./dez. 2002.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: E.P.U, 1986.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O Ensino e as Propostas Pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora. A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM. In: **A formação de professor que ensina matemática**: perspectivas pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SILVA, Josias Alves de Melo. **Educação Matemática e exclusão social:** tratamento diferenciado para realidades desiguais. Brasília: Plano Editora, 2002.

TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana. **Além da Alfabetização:** a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. 4.ed. São Paulo: Ática, 2003.

TOLCHINSKY, L.(1996) Desenhar, Escrever, Fazer Números. In. Teberosky, A.; Tolchinsky, L. *Além da Alfabetização:* a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. Stela Oliveira. São Paulo : Ática, 1996. p.195-217

VASCONCELLOS, Mônica. **Formação docente e entrada na carreira:** uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. 2009. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande – MS.

ZUNINO, Delia L. **A matemática na escola:** aqui e agora. Trad. Juan Acuña Llorens. – 2. ed. - Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

O PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL E A DEMONSTRAÇÃO EM MATEMÁTICA

Marcilene Moreira dos Santos Silva

Formada em Matemática pela UEMS/NA. mm.santos1979@bol.com.br

Antonio Sales

Professor na UEMS/NA, doutorando pelo PPGEDU/UFMS, integrante do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar-GPHEME. a.sales@terra.com.br

Resumo: Este artigo é resultado de um trabalho de conclusão de curso que teve por objetivo conhecer o que pensam e como agem os professores do Ensino Fundamental em relação à demonstração de propriedades matemáticas. Contém um resumo histórico da demonstração, a distinção entre prova e demonstração, a finalidade da demonstração e o seu papel na Educação Básica segundo os PCN. A entrevista com quatro professores revela dificuldade em distinguir exemplificação de demonstração e de envolver os alunos no processo de demonstrar. A breve análise baseou-se nos níveis de determinação didática segundo a Teoria Antropológica do Didático.

Palavras-Chave: Determinação Didática. Demonstração. Prova.

Síntese Histórica da Demonstração

A demonstração matemática tem uma longa trajetória histórica e divide-se entre as demonstrações formais e as demonstrações empíricas. Pode-se dizer que os egípcios de certa forma já praticavam a idéia de demonstração, embora essa fosse ainda de modo muito isolado, não utilizando o formalismo dedutivo das demonstrações atuais. Segundo Domingues (2002, p. 47) em uma história da geometria escrita por Eudemo de Rodes (II a. C) consta que Tales formulou "as propriedades das figuras como afirmaçoes gerais". Essa obra não chegou até nós, mas Proclo (sec. V) ao escrever o seu comentário sobre Os Elementos faz referência a ela e afirma que:

> Tales foi o primeiro a ir para o Egito e levar para a Grécia, na volta, o saber [geometria] que encontrou. Ele descobriu muitas proposições e levou para seus sucessores os princípios adjacentes a muitas obras, valendo-se de casos gerais em alguns casos e em outros métodos empíricos (DOMINGUES, 2002, p. 47).

Em decorrência desse feito coube a Tales de Mileto o mérito de ser o primeiro matemático da história. Acredita-se, no entanto, que antes de Tales destacar as várias propriedades matemáticas estas já eram conhecidas pelos egípcios. A Tales é conferido o título de primeiro matemático pela sua capacidade de perceber a possibilidade de desenvolver o processo de formalização desse conhecimento e fazer asserções com base em um raciocínio dedutivo.

A matemática pura, formal e dedutiva contou também com a contribuição da escola pitagórica onde Tales, segundo alguns autores (BOYER, 1996), exerceu alguma influência, mesmo que indireta, por ser contemporâneo de Pitágoras, embora um pouco mais velho. Os pitagóricos obtiveram muitos resultados a partir de casos particulares, mas apesar disso acredita-se que, por volta do ano 400 a.C, podem ter dado um grande salto com relação à dedução matemática, desenvolvendo encadeamentos de raciocínio e ordenamento de propriedades. Eles também contribuíram para deduzir outras propriedades e particularidades da geometria inclusive o estudo de poliedros regulares e polígonos.

Até o final do século XIX, a demonstração matemática tinha como função, convencer racional e também psicologicamente da veracidade de uma asserção. Estava ligada a uma concepção logicista da matemática: demonstrar para convencer. Os recursos utilizados para demonstrar, no entanto, ainda situavam-se no campo empírico. A partir de então uma análise mais profunda do seu papel tornou-se necessária. Com o avanço da matemática nos séculos que precederam sentiu-se a necessidade de reduzir o uso da evidência intuitiva para evitar resultados paradoxais. A demonstração foi sendo inserida no campo das atividades formais.

Dentre os matemáticos que contribuíram para que esta fosse reformulada devemos citar Frege (1848-1925) que contribui para o conceito de demonstração formal. Tarski (*apud* DOMINGUES, 2002) informa em um artigo como se dá à construção de uma sequência de proposição onde a primeira delas é um axioma e cada uma das demais é: um axioma ou um teorema, dedutíveis das outras, que a precedem na seqüência. A última proposição é aquilo que se queria demonstrar.

É conhecido o embate que se travou, nas primeiras décadas do século XX, entre as três correntes da filosofia matemática, conhecidas como formalismo, logicismo e intuicionismo. A demonstração estava no centro do debate e a visão formalista da matemática foi a que prevaleceu e, dessa forma, ela está tão carregada desse formalismo que, na visão de Lakatos (1978), chega ser estéril do ponto de vista educacional. Entendemos, no entanto, que esse rigor na forma não impede um tratamento adequado por parte de quem se propõe elaborar atividades com vistas à construção do raciocínio matemático.

A Lógica da Demonstração

Do ponto de vista da lógica, Silva (2002) afirma que uma demonstração tem as funções de estabelecer uma verdade e de nos convencer dessa verdade (SILVA, 2002). São funções relacionadas, mas independentes entre si. Uma demonstração, na concepção de Silva, pode desempenhar apenas uma das funções tendo em vista que pode haver uma distância significativa entre a verdade e a convicção. Segundo o autor citado é possível ser convencido da validade de uma demonstração que não estabeleceu definitivamente a verdade. Como a convicção envolve compreensão as demonstrações longas poderão não ser compreendidas e, consequentemente, não convencerem.

Para Silva (2002) uma demonstração deve estar passível da compreensão humana não deixando espaço para dúvida de sua veracidade, deve conter um número finito de proposições logicamente encadeadas, onde esses modos de encadeamentos sejam conhecidos, e para isso é necessário que as demonstrações estejam situadas no contexto de um determinado espaço lógico, ou seja, conforme um sistema dedutível, ou mais precisamente inserido em um sistema formal com vocabulários e regras conhecidas. Caso contrário não seria possível se ter um encadeamento lógico.

O encadeamento lógico é muito valorizado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Consideram-no essencial para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno. A lógica está ligada à matemática e não se pode dizer que a demonstração está inserida em um contexto educativo sem que haja um encadeamento lógico onde o aluno esteja desenvolvendo a criatividade, a intuição, a capacidade de analisar e criticar, podendo assim interpretar os fatos e os fenômenos. Sem que haja possibilidade de desenvolvimento da capacidade de argumentar dentro de um determinado espaço de conhecimento adquirido por ele no decorrer de sua trajetória escolar a demonstração perde a função formativa. Ela precisa possibilitar que o estudante possa evoluir para a realização de demonstrações formais por iniciativa própria (BRASIL, 1998).

Citamos a demonstração formal, mas, na realidade, não esclarecemos sobre o que realmente a lógica define como sendo uma demonstração. No artigo publicado por Bicudo (2002), encontramos que demonstração caracteriza o que vem a ser um sistema formal. O formal é a parte "sintática de um sistema axiomático".

Um sistema formal é composto de três partes, sendo que a primeira delas é constituída pela linguagem. Uma linguagem com símbolos próprios que se constituem em um conjunto de fórmulas. Símbolos e fórmulas devidamente especificados caracterizam uma linguagem específica.

"A parte seguinte de um sistema formal consiste em seus AXIOMAS. A única exigência feita é que cada axioma seja uma fórmula da linguagem do sistema formal" (BICUDO, 2002, p. 67 grifo do autor).

A terceira parte de um sistema formal é constituída pelas regras de inferências, que nos permitem concluir teoremas a partir dos axiomas. Cada uma dessa regras contém explicitadas as condições que permitem fazer inferências conclusivas a partir das condições estabelecidas inicialmente, as hipóteses, e as condições encontradas no processo através de procedimentos que envolvem o uso da linguagem e das propriedades.

Para um melhor esclarecimento citamos Silva que concebe demonstração como tendo várias finalidades dentre elas estabelecer a veracidade relativa de um enunciado (tese da demonstração). "A veracidade da tese depende claro, da veracidade dos enunciados, propostos na demonstração, esta é suficiente para aquela" (SILVA, 2002, p. 56). Embora exista um relacionamento entre ambas elas são independentes entre si. Em uma demonstração, as conexões lógicas que sustentam um enunciado podem não induzir à convicção; se for muito longa pode não ser possível acompanhá-la. Para convencer alguém da veracidade da tese demonstrada é necessário que as demonstrações estejam dentro de um determinado espaço lógico, ou seja, um sistema dedutível; que seja formal e com um vocabulário (simbolismo) conhecido.

A Demonstração e a Educação Matemática

Prova e demonstração são conceitos paramatemáticos porque são definidos no campo da Lógica, mas não na Matemática. Os PCN atribuem a ela um valor formativo nem sempre encontrado em outros autores e entendemos ser necessário analisar o papel da demonstração no contexto educacional.

Quadro atual da Demonstração na Educação

Uma demonstração é uma prova. Na concepção de Arsac (1992) é uma prova formal e cabal tendo como objetivo comprovar a veracidade de uma tese, um resultado que se conhece de antemão.

Para demonstrar, isto é, produzir uma demonstração necessita-se de muito domínio do assunto, certa dose de astúcia para perceber estruturas, que o olhar comum não distingue e capacidade para estabelecer relações sutis. Para compreendê-la é necessária muita abstração.

Defende-se a sua formalização e rigor na dedução com base no princípio de que após ser concluída não pode deixar espaço para nenhuma dúvida tendo em vista, que não será analisada somente por um grupo de especialistas e aceita pelos demais como sendo real. Sabemos que a demonstração formal é utilizada em várias aulas por vários professores e em vários países do mundo. Será utilizada na resolução de vários problemas semelhantes. Vindo daí a sua importância e a relevância do seu estudo. Uma proposição demonstrada torna-se ferramenta para outras demonstrações e pode ser aplicada na resolução de problemas.

A demonstração, da forma como é abordada nas escolas, dizendo melhor, nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é objeto de ensino. Geralmente faz-se a demonstração diante dos alunos para que acompanhem, copiem e repitam até que a sequência de procedimentos seja memorizada. Como consequência desse procedimento cria-se uma prática que não ultrapassa a sala de aula da universidade porque o acadêmico não percebe a necessidade de demonstrar (BALACHEFF, 1988). O estudo desse conteúdo, nessa perspectiva, se limita a uma prestação de contas para efeitos de se conseguir nota na prova e, dessa forma, quando esse acadêmico se torna professor da educação básica, a demonstração não é incluída no seu programa de trabalho. Osório (2002) salientou que está implícito na prática dos professores da Educação Básica que eles entendem não ser justo propor aos alunos processos que exijam recursos intelectuais equivalentes ao de um matemático. A atividade de demonstrar, sem uma compreensão do processo e apenas como quesito para a nota, produziu um desgaste no conceito.

Em consequência o desenvolvimento do raciocínio dedutivo que é um dos objetivos do ensino da matemática no nível da educação básica não chega ser estimulado. Porém, o mais grave de tudo isso é que o profissional que é formado nessa perspectiva não sai preparado para ensinar demonstração aos alunos do ensino fundamental tanto pelo desgaste ocorrido como por considerá-la fora do alcance do aluno (OSÓRIO, 2002).

A Demonstração nos PCN de Matemática

Sendo os PCN (BRASIL, 1998) um documento oficial esperamos encontrar neles os indicativos para uma prática docente que busca proporcionar ao aluno uma formação que se espera no contexto atual. Esperamos encontrar também nele os indicativos dos conceitos matemáticos que devem constar no plano de trabalho do professor bem como a devida justificativa da importância educacional desses conceitos. Sendo que a demonstração, conforme visto em parágrafos anteriores é um conceito muito valorizado pelos matemáticos pela sua contribuição para garantir a validade de uma proposição, mas que, quando se trata do aspecto educacional, somente em décadas recentes que pesquisadores como Balacheff (1988) e Arsac (1992) vêm identificando a sua contribuição educativa, sentimos a necessidade de buscar nos PCN o respaldo teórico para projetos de orientação para a prática docente.

Do ponto de vista de seu valor educativo encontramos nos PCN que ela deve ocorrer, principalmente, no quarto ciclo (8º e 9º anos). Ou seja, a sua presença deve estar na sala de aula a partir do ensino fundamental. Diz ainda o documento que não pode ser utilizada somente demonstrações empíricas, mas, devem ser exercitadas as demonstrações formais. Nesse nível de estudo, segundo o referido documento, os alunos poderão estar utilizando axiomas e teoremas tendo em vista que esse conhecimento e a manipulação desses conceitos matemáticos abrem espaço para a elaboração de conjeturas. Mas para tal é preciso que ele tenha um bom desenvolvimento lógico. É a lógica que permite a compreensão dos processos e assim facilita a argumentação bem como a demonstração.

Os PCN mostram ainda alguns exemplos de demonstrações, principalmente na área de geometria. Está explícito que esta é um campo muito fértil para exercitar a demonstração. Dentre os exemplos apresentados temos o teorema de Pitágoras, que aparece demonstrado de maneira empírica, pois se entende que as experiências concretas levam o aluno a uma compreensão da importância e da necessidade de se provar para legitimar as hipóteses levantadas. Considera-se que para isso devem-se levar em conta três domínios, a saber: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. Domínios estes que podem ser explorados a partir do terceiro ciclo.

Prova e Demonstração

A prova segundo Arsac (1992) se diferencia da demonstração porque esta possui rigor e formalidade enquanto aquela se limita a convencer o interlocutor. Ela pode ser considerada como uma etapa do processo de demonstração embora possa não resultar nessa.

A demonstração é teórica e partindo de axiomas (postulados) e teoremas consolida uma única verdade sem deixar espaço para dúvidas a respeito de sua validação. A prova pode ficar no nível experimental. Parte de objetos sensíveis pertencentes ao mundo vivido, podendo ser palavras, desenhos, gestos ou esboço e pode permanecer no nível de manipulação deles. Um exemplo de prova é apresentado quando se utilizam dobraduras para provar que os ângulos internos de um triângulo somam 180º.

O Referencial Teórico

Nosso referencial de análise é a Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001). É uma teoria antropológica do didático porque concebe a matemática como uma produção social e o seu estudo como objeto de atenção da didática da matemática. Nessa perspectiva a demonstração pode ser valorizada em certo contexto e não valorizada em outro. Pode estar incluída na organização didática de um professor e não estar incluída na organização didática do outro. Ou ainda, é um tema que poder ser abordado de forma diferente em cada nível de ensino. Demonstrar pode ou não estar incluída na organização didática (OD) do professor.

De com a TAD uma OD não é determinada por uma ação isolada de um professor. Há fatores sociais e estruturais da disciplina que exercem forte influência na ação do profissional no instante em que ele decide a OD que orientará a atividade a ser proposta. Esses fatores estão hierarquizados de tal modo que um exerce influência sobre o outro e a TAD especifica alguns níveis dessa hierarquia. Os níveis da hierarquia em que as organizações matemáticas e didáticas estão organizadas e que impõem limitações à formação e atuação do professor estão apresentados em ordem decrescente de abrangência. São denominados níveis de determinação didática.

Alguns Níveis de Determinação Didática segundo a TAD: Sociedade e Escola

Um desses níveis de determinação didática é a Sociedade. De uma forma bem evidente a sociedade exerce um grau de influência sobre os fazeres escolares, determinando quais os saberes que devem ser ensinados na escola e quais as práticas que são aceitas. A própria adoção de um determinado modelo docente depende, frequentemente, da aprovação da sociedade porque esta determina as habilidades que espera como produto da escola. Nesse nível podem ser incluídos fatores como a formação do professor, as condições salariais que ensejam uma sobrecarga de trabalho ou um descontentamento, a própria estrutura administrativa da escola, e os programas a serem cumpridos.

Em outro nível dessa hierarquia estão as escolas. No interior da escola também ocorrem fatores que influenciam a prática do professor. A disciplina escolar é um exemplo. A preocupação com a ordem na sala de aula e com o rendimento escolar é, sem dúvida, um fator determinante da OD. Além disso, é comum um professor recém-formado encontrar forte resistência para implantar novas propostas metodológicas em uma escola dominada por professores e administradores veteranos já acostumados a uma determinada prática. O próprio aluno, acostumado a certa prática, oferece resistências a mudanças. É preciso se levar em conta também o livro didático adotado pela escola. É nessa perspectiva que o discurso dos professores foram analisados.

O que pensam os professores sobre a demonstração

Procedemos a uma pesquisa de campo entrevistando quatro professores de escolas públicas de Nova Andradina. São: docentes que atuam no ensino fundamental, mais precisamente que lecionam no 9º ano. Todos são licenciados em matemática e exercem a profissão a mais de um ano. Na entrevista procuramos entender qual a visão dos docentes em relação à demonstração em matemática, tendo como ponto fundamental o teorema de Pitágoras, por ser um teorema muito conhecido. Ele está presente na maioria dos livros didáticos.

Embora os entrevistados tenham assinado o termo de livre consentimento procuramos preservar sua identidade evitando expô-los. Para tanto trataremos a todos como se fossem do gênero masculino e os designaremos por letras maiúsculas do alfabeto (PA, PB, PC, PD). Três perguntas foram formuladas e nos parágrafos seguintes registramos as perguntas e as respostas dos professores.

Pergunta 1: O livro adotado traz a demonstração de alguma propriedade?

Respostas:

> As que me lembro são: a da equação do segundo grau que vem demonstrada, também a fórmula de Pitágoras, que ainda não utilizei este ano, mas utilizei no ano passado, dentre outras demonstrações. Apesar de eu utilizar o livro didático somente para os alunos fazerem atividades em casa, pois em sala de aula minhas atividades não são de acordo com o livro (PA).

> Faz cinco anos que atuo em sala de aula e os primeiros contatos que tive foram com a coleção do Giovanni e Castrucci para o ensino fundamental do 6º ao 9º. Esses livros trazem as demonstrações e os conteúdos, mais relevantes para a matemática. No inicio quando comecei a trabalhar até tentei utilizar as demonstrações dos livros de uma forma mais simples para que o aluno pudesse entender, mas acontece que o aluno não está preparado, principalmente o do ensino fundamental no 3º e 4º ciclo, para entender as demonstrações. Ele não tem abstração suficiente, com isso você acaba tendo aulas frustrantes. O aluno não consegue entender o que você esta falando, ele não consegue imaginar para que serve aquilo. Com isso acaba havendo um distanciamento entre professor e aluno, cria certo receio do professor e esse receio cria um distanciamento da matemática.
> Além desse livro do Castrucci já trabalhei uns dois anos com os livros de Gelson Iezzi que é uma coleção reformulada da coleção dos 12 livros e existem várias demonstrações retiradas dessa coleção. A coleção de 2007/2008 foi trabalhada nas séries iniciais e ficou um pouco frustrante. As imagens e as figuras eram bem simples, mas elas não levavam os alunos a raciocinar, não tendo assim uma aproximação entre conteúdo e figuras. Por fim posso dizer que os livros didáticos trazem demonstrações, mas acredito que fica um pouco abstrato para o aluno entender para que serve e de que forma ele estaria trabalhando essa demonstração (PB).

“Sim, traz algumas demonstrações em matemática, das que me lembro a do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras, dentre outras que não me lembro no momento” (PC).

> O livro traz todas as definições, mas preciso pesquisar em vários livros para poder demonstrar. Quando vou demonstrar o Teorema de Pitágoras utilizo no mínimo três livros até encontrar a demonstração ou algo que me interessa e, muitas vezes, pesquiso na internet. Não existe um livro completo e se for trabalhar tendo como suporte um único um livro fica muita coisa para trás (PD).

Pergunta 2: Você demonstra o Teorema de Pitágoras? De que forma?

Respostas:

> Na demonstração de Pitágoras, não somente nesse livro como nos demais, é utilizado um triângulo retângulo de lado maior medindo 5cm, e catetos medindo 3 cm e 4 cm. Costumo demonstrar na lousa utilizando esse triângulo retângulo de lados medindo 5cm, 4cm e 3 cm, onde o lado de 5cm é a hipotenusa e os outros lados são os catetos adjacentes e oposto com os quais se formam o ângulo reto (90º). Se um lado é de 3 cm ele forma um quadrado de área igual a $9cm^2$, se o outro é de 4 cm forma um quadrado de lado 4cm e área $16cm^2$, se o outro é 5cm sua área será de $25cm^2$. Dessa forma será possível provar que o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos adjacente e oposto. È bem simples que os alunos não sentem dificuldade, até mesmo porque antes de fazer a demonstração procuro levá-los até a sala de tecnologia onde eles assistem a um vídeo mostrando passo a passo a demonstração do teorema de Pitágoras. O objetivo desse vídeo é fazer uma introdução sobre o teorema despertando o interesse e ao mesmo tempo motivando o aluno (PA).

> Os livros trazem sim a demonstração do Teorema de Pitágoras, mas como havia dito requer muita habilidade e competência dos alunos, então sempre procuro a minha didática para ensinar como se chega ao Teorema de Pitágoras. Procuro exemplificar para o aluno para que serve o teorema e não demonstrar como se chega na formula, isso porque a formula é só aplicação, e a aplicação no momento acreditam que não é tão importante para o aluno, pois a fórmula já está pronta é só jogar os números e no máximo o que o aluno pode errar é nos cálculos. Então é mais importante o aluno entender para que serve o Teorema de Pitágoras. Prefiro mostrar na lousa conteúdos paralelos, até chegar ao teorema, pois assim o aluno irá conseguir enxergar melhor o conteúdo. Acredito que você tem que dar valores ao teorema para somente depois estar demonstrando e existe um tempo para isso. [...]
> Então, dentre todo esse processo novo que tem a matemática para que servem as demonstrações dentro da sala de aula a não ser para passar o tempo e fazer com que o aluno tenha receio da matemática, receio do professor e receio da escola? Quero dizer, aquela distância só irá aumentando. Então é necessário que você trabalhe de uma forma mais dinâmica abordando os mesmo conteúdos para que a matemática não se torne tão pesada. Demonstração é matemática pura e isso não é a realidade do aluno, o estudante hoje procura uma matemática aplicada, uma matemática mais usual, que ele consiga aplicar essa matemática em seu meio habitual. Com isso posso dizer que não adoto as demonstrações em sala de aula e nem utilizo as demonstrações dos livros que adoto” (PB).

> Como já havia dito antes, [o livro] traz a demonstração do Teorema de Pitágoras. Ele procura demonstrar utilizando as relações métricas do triângulo retângulo, embora não costumo utilizar esta demonstração em sala de aula, já tentei uma vez, mas os alunos não conseguem entender devido ao grau de complexidade, então procuro demonstrar sobrepondo em cima de cada lado do triângulo retângulo os

> quadrados que correspondem as áreas de suas medidas e dessa forma mostro para os alunos que o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos dois catetos (PC).
>
> Ele [o livro] demonstra o Teorema de Pitágoras sim utilizando as relações métricas existentes aos triângulos retângulos, mas não utilizo esta forma para demonstrar procuro trabalhar utilizando as áreas dos quadrados de cada lado do triangulo retângulo e somente depois trabalho a outra forma. Inicio falando sobre Pitágoras, as contribuições que deu e as relações do triângulo retângulo mostrando os catetos, a hipotenusa. Para isso trabalho com data show e cartolinas, então assim eles conseguem ver que a soma do quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, e somente depois que demonstrei tudo isso para eles que falo o teorema para eles assim eles assimilam. Escrevo o Teorema em uma linguagem matemática, ou seja, $a^2=b^2+c^2$, peço para eles transformarem na língua materna, que é a língua portuguesa para mim, então eles falam que a hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos catetos ao quadrado"(sic) (PD).

Pergunta 3 :Você acredita que é importante estar fazendo demonstrações para o aluno do ensino fundamental? Por quê?

Respostas:

> Você demonstrando ele não irá mais se esquecer do que aprendeu. [...] E outra, é importante estar demonstrando porque muitas vezes o aluno não pergunta, ele fica apático na aula. Por não conhecer o conteúdo não será capaz de perguntar, pois só quando você passa a ter conhecimento do conteúdo terá duvidas e irá surgir os "porquês'".
>
> Meu objetivo não é somente passar as formulas em si, é importante que o aluno passe a ter um conhecimento de como se chegou naquela fórmula. O ensino médio irá complementar o fundamental com um grau de dificuldade maior, e mesmo assim alguns alunos ainda chegam ao terceiro ano do ensino médio sem conhecer o teorema de Pitágoras, sem saber quem foi Pitágoras. Tenho mudado muito a minha didática de trabalho, e vi que demonstrando tenho despertado o interesse dos alunos e eles têm se mostrado mais compromissados com a aula (PA).

O Professor B não respondeu diretamente. Sua resposta ficou embutida na resposta à pergunta nº 2.

"É muito importante estar demonstrando para o aluno do ensino fundamental, pois a aprendizagem depende muito da relação que ele faz através da demonstração adquirido e assimilando dessa forma o que significa o teorema" (PC).

> Particularmente tenho uma grande dificuldade de demonstrar para o 6º e 7º [anos]. Acredito que eles não possuem maturidade suficiente para entender. Quando vou explicar, por exemplo, as potências no momento que falo *a* elevado ao quadrado eles perdem o juízo e perguntam: "Ah! Professor, não é número?"
>
> Então prefiro demonstrar mais somente para o 8º e 9º, pois eles possuem uma maturidade maior. Mas acredito que é importante estar demonstrando, sim (PD).

Análise e Considerações Finais

Observa-se que o discurso dos professores é unânime com relação à importância da "demonstração" embora somente um deles revelou saber o verdadeiro significado do termo. O que se faz em alguns casos é mostrar um exemplo e chamar isso de demonstração. Quando consideramos que são professores formados em matemática (UEMS e UFMS/Dourados) percebemos que o "ritual demonstrativo" a que foram submetidos nas aulas de matemática nem sequer foi compreendido e o que compreendeu esse ritual não conseguiu transpô-lo para a sua sala de aula e acabou convencendo-se da sua esterilidade em termos de valores formativos. O excesso de abstração a que submeteu os seus alunos, seguindo o mesmo ritual a que foi submetido, revelou-se infrutífero e desgastante. O seu depoimento parece contrariar os PCN que partem do pressuposto que os alunos sejam capazes de fazerem conjecturas, argumentações e, por fim, estarem até mesmo demonstrando. No nosso entender o que temos ai é uma forte "determinação didática" proveniente da universidade que se manifesta pela ausência de orientação de como fazer a transposição para os níveis mais elementares da educação. Essa "determinação" também se manifesta pela forma clássica de abordar o assunto que ora está centrado na técnica e ora na teoria e pouca discussão sobre os valores formativos dos temas abordados.

O discurso de que é importante fazer algo não é incomum embora na prática nem sempre se efetive. Há um discurso socialmente aceito e esse é simplesmente repetido. A "escola" precisa ouvir esse discurso para considerar aceitável o trabalho do professor.

Normalmente a alfabetização algébrica do aluno começa no 7º ano com o estudo das equações do primeiro grau. Levando em conta que para demonstrar se faz necessária uma simbologia apropriada e uma vivência com o ritual e, considerando que é somente a partir do 8º ano que o estudante irá conviver mais tempo com o estudo da álgebra, especialmente com os polinômios, é de se supor que não tenham condições de entender a demonstração antes desse nível de escolaridade. O mais recomendado seria trabalhar a prova e a elaboração de conjeturas. Esse seria um tratamento que prepararia o aluno para a prática da demonstração no 9º ano.

Ao professor B faltou uma compreensão do contexto social e dos níveis de determinação didática para nortear a sua prática ao trabalhar com prova, conjetura e demonstração. Nem sempre é possível uma aplicação direta dos conteúdos (conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e algoritmos), estudados na universidade, no ensino fundamental. Nesse nível os alunos estão na escola com outros objetivos e precisam ser preparados para entrar no estudo da matemática. Os professores encontram dificuldades em conciliar a expectativa de apresentar resultados, em termos de tarefas concluídas ou exercícios resolvidos, e produzir.

Vimos também que se confirma a constatação de Osório de que o professor não considera justo exigir do aluno elevados recursos intelectuais.

Referências

ARSAC, Gilbert. **Initiation au Raisonnement Déductif au Collège**. Lyon: Presses Universitaires de Lyon, 1992.

BALACHEFF, Nicolas. **Une étude des processus de preuve em mathématique chez des élèves de Collège**.Université Joseph Fourier-Grenoble I, INPG, 1988 (Tese de doutorado).

BICUDO, Irineu. Demonstração em Matemática. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p.79-90. Rio Claro: UNESP, 2002

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DOMINGUES, Hygino H.. A Demonstração ao Longo dos Séculos. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p.55-67. Rio Claro: UNESP, 2002.

LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemática**: provas e refutações. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1978.

OSÓRIO, Víctor Lários. Demostraciones y conjeturas en la escuela media. **Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas.** Año 2, num.3. Enero 2002. Disponível em: < http://www.uaq.mx/matematicas/redm/> Acesso em: ago 2007.

SILVA, Jairo José. Demonstração Matemática da Perspectiva da Lógica Matemática. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p.68-78. Rio Claro: UNESP, 2002.

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: CONSIDERAÇÕES SOBRE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Maria José Santana Vieira Gonçalves - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

RESUMO: Este artigo apresenta considerações sobre uma pesquisa em andamento, cujo objetivo é investigar as principais estratégias relativas ao raciocínio proporcional mobilizadas por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, diante de situações que envolvam relações proporcionais (direta ou inversa) e situações onde essas relações não existam. Sua relevância está no fato de considerarmos que são muitas as contribuições do raciocínio proporcional para a aprendizagem da Matemática, bem como sua aplicação em outras áreas do conhecimento. Para atingir o objetivo proposto buscou-se aporte na Teoria das Situações Didáticas (Brousseau). Os procedimentos metodológicos adotados foram os previstos pela Engenharia Didática (Artigue). Para dar fundamentação teórica e didática à pesquisa foi realizado nas análises preliminares, um levantamento bibliográfico sobre as concepções de proporcionalidade e raciocínio proporcional. Na fase da experimentação os dados foram coletados por meio de observações e gravações em áudio das discussões dos alunos durante as sessões de atividades da sequência didática desenvolvida em classe. Nas análises a posteriori realizadas até o momento, constatamos que os alunos participantes da pesquisa possuem noções intuitivas sobre proporções e que conseguem manifestar o raciocínio proporcional por meio de estratégias não convencionais que utilizaram para resolver os problemas propostos. Observamos ainda que os alunos não conseguem, num primeiro momento, distinguir situações proporcionais das não-proporcionais. Verificamos a ocorrência de alguns erros ao resolverem os problemas que não envolvem relações proporcionais vinculados a determinadas regras do contrato didático. Esperamos, ao concluir essa pesquisa, contribuir para o avanço das investigações sobre o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos bem como levantar novas questões para o avanço dos estudos sobre o tema investigado.

Palavras-chave: Proporcionalidade. Raciocínio Proporcional. Estratégias. Ensino Fundamental.

Considerações Iniciais

A noção de proporcionalidade é uma das mais antigas da Matemática. A história nos relata que a importância desse conceito deve-se ao fato de sua aplicabilidade tanto em problemas práticos, dentro do contexto matemático, como em diversas áreas do conhecimento. A necessidade humana em resolver seus problemas, quer de cunho prático ou científico levou o homem a buscar uma maneira de raciocinar proporcionalmente. Nos tempos contemporâneos, a noção de proporcionalidade se torna cada vez mais importante, sendo utilizada por cientistas, engenheiros e comerciantes, entre outros.

A importância desse conceito é destacada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) com orientações detalhadas sobre os procedimentos a serem abordados no seu ensino, visando o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Estudos têm sido realizados em busca de uma melhor compreensão desse tipo de raciocínio com o objetivo de contribuir com alternativas que possam minimizar as dificuldades, tanto de quem aprende quanto de quem ensina o conceito de proporcionalidade.

De acordo com Post, Behr e Lesh (1995), várias tentativas foram realizadas com o objetivo de definir o raciocínio proporcional. Muitas dessas tentativas consideravam como forma de raciocinar proporcionalmente, a capacidade do indivíduo em dar respostas corretas a problemas de valor ausente. Esses autores, no entanto, acreditam que o raciocínio com proporções não se limita a resolver problemas por meio do uso de algoritmos. Para eles, o raciocínio com proporções "envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações" (p. 90). Esses autores ainda apontam que o raciocínio proporcional requer formas de pensamento qualitativo e quantitativo.

Segundo Lamon, *apud* Costa (2007), o conceito de raciocínio proporcional está muito além da mecanização, ou seja, do fazer uso de algoritmos na resolução de problemas sobre proporcionalidade. O raciocínio proporcional está relacionado à habilidade de fazer análises conscientes da relação entre quantidades, o que é perceptível quando se analisa argumentos e explicações sobre as relações proporcionais. Para essa autora o raciocínio proporcional envolve a compreensão de dois tipos de relações entre grandezas. Abrange tanto a compreensão de uma relação constante entre duas grandezas (invariância), quanto a compreensão de que essas grandezas se relacionam e variam conjuntamente (covariância).

A partir dos conceitos de invariância e covariância propostos por Lamon, buscamos analisar como os alunos identificam as relações entre as grandezas envolvidas nos problemas. A compreensão dessas relações pode se manifestar por meio das estratégias de resolução que são utilizadas para resolver os problemas que envolvem proporcionalidade.

Pesquisas que investigaram a temática da proporcionalidade e o raciocínio proporcional destacam as diversas estratégias de resolução de problemas que foram apresentadas pelos alunos. Silvestre (2006) afirma não ser possível identificar os motivos que justificam as opções dos alunos por uma ou outra estratégia. Para ela, a escolha parece depender de alguns fatores, como por exemplo, o conhecimento do aluno sobre números e sua capacidade de interpretar e resolver problemas. Para Vergnaud *apud* Schliemann e Carraher, (1997), é possível determinar a solução de um problema de proporcionalidade utilizando uma das seguintes estratégias: estratégia escalar, estratégia funcional ou regra de três.

Segundo esse autor, a estratégia escalar consiste em encontrar a solução para um problema de proporcionalidade, observando as relações estabelecidas entre os valores de uma mesma grandeza. Nesse procedimento as grandezas permanecem independentes uma da outra e operações são realizadas em cada uma, conservando-se a relação proporcional. As operações envolvendo as grandezas podem ser multiplicações ou adições sucessivas.

A estratégia funcional na concepção de Vergnaud, *apud* Schliemann e Carraher (1997), é o tipo de estratégia que estabelece relações entre duas grandezas, determinando a razão entre elas, ou seja, encontrando a constante que possibilita relacionar os valores de uma grandeza aos valores correspondentes na outra grandeza.

A regra de três, por sua vez, é uma estratégia que consiste, segundo Vergnaud, *apud* Schliemann e Carraher (1997), em comparar duas razões equivalentes. Dessa forma, dadas duas razões equivalentes, a/b e c/x, sendo conhecidos os valores de a, b, c e desconhecido o valor de x, tem-se que a/b = c/x, o que implica que a.x = b.c, donde resulta que x = b. c/a. Alguns autores fazem restrições quanto à utilização dessa regra. Para Post, Behr e Lesh (1995), a regra de três representa um "processo mecânico" e que não possibilita uma compreensão dos problemas do cotidiano que envolve proporcionalidade.

Em relação ao ensino de proporções, destacamos entre outras pesquisas que analisamos, as realizadas nas regiões Sul e Nordeste do Brasil e que relatam o quanto esse ensino tem se limitado à prática do uso de algoritmos e memorização de técnicas. Martins (2007) investigou, na região Sul, as práticas vigentes nas aulas sobre proporção em duas turmas de 7º ano e afirma que em muitas das observações que realizou, as práticas docentes "(...) encaixam-se no método da cópia e repetição, sendo uma das mais recorrentes o professor trazer para os alunos listagens de exercícios parecidos e de resolução mecanizada. Os alunos memorizam técnicas de resolução, que aplicam nos exercícios." (p. 85). A autora verificou que o algoritmo da regra de três foi utilizado como a principal estratégia de resolução dos exercícios.

Pontes (2009) focou seus estudos na atuação dos professores em sala de aula na região Nordeste. Em relação ao ensino de Razão e Proporção no 7º ano do Ensino Fundamental, a autora verificou um ensino conduzido por regras e um discurso narrativo monopolizado pelo professor. Apesar do professor manifestar algumas atitudes que evidenciavam sua preocupação com a aprendizagem do aluno, o mesmo adotava uma metodologia que desprezava os conhecimentos prévios dos mesmos adquiridos na vivência fora da escola. Sua metodologia não permitia ao aluno participar do processo de construção do conceito em estudo, nem criar suas próprias estratégias para resolver os problemas propostos. Essa autora comenta que em momento algum o professor discutiu estratégias variadas de resolução dos problemas, mesmo quando algum aluno propunha uma estratégia diferente da ensinada pelo docente.

Verificamos nas escolhas metodológicas adotadas por esses professores, uma negação das orientações de ensino propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) para o 7º ano escolar. Desse modo, não se observa um estudo da proporcionalidade que promova o desenvolvimento do raciocínio proporcional do aluno, com estímulos à autonomia de estratégias de resolução de problemas, sem a utilização de procedimentos convencionais como a regra de três.

Um ensino nessa vertente nos parece ser possível, haja vista o relato de autores (Spinillo, 1997; Schliemann e Carraher, 2006) que pesquisaram sobre raciocínio proporcional. Em suas investigações eles constataram que este modo de pensar foi utilizado, de forma intuitiva, por adultos e crianças quando resolveram determinados problemas que envolviam o pensamento proporcional, mesmo não tendo recebido previamente instrução formal sobre proporcionalidade. Para Schliemann e Carraher (1997), a criança desenvolve uma compreensão de razão e proporção fora da escola, mas o raciocínio proporcional envolve conhecimentos que podem ser desenvolvidos na escola.

Entendemos, a partir das considerações expostas, que em alguns casos as dificuldades dos alunos na utilização do conceito de proporcionalidade, dentro da Matemática e em outras áreas do conhecimento, têm suas origens no ensino desse conceito. Acreditamos que a falta ou o pouco conhecimento dos professores em relação à estrutura do raciocínio proporcional tem limitado o desenvolvimento desse tipo de raciocínio nos alunos. Dessa forma, neste estudo, levantamos a hipótese de que os alunos possuem conhecimentos prévios e noções intuitivas de proporção que podem ser considerados pelo trabalho escolar como ponto de partida para o ensino formal do conceito de proporcionalidade e o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Para confirmar essa hipótese, propomos como objetivo principal dessa pesquisa *investigar as principais estratégias relativas ao raciocínio proporcional mobilizadas por alunos do 7º ano do ensino fundamental ao resolverem problemas que envolvam proporções (direta e inversa) e problemas que não apresentem relações proporcionais, antes do ensino formal do conceito de proporcionalidade.*

Em função da hipótese considerada e dos objetivos propostos conduzimos esta pesquisa por meio da prática de resolução de problemas e com aporte nos referenciais teóricos e metodológicos que apresentamos a seguir.

Referencial Teórico

Ressaltamos que, embora a teoria das situações didáticas seja uma teoria que estuda formas de exploração de situações-problema visando a aprendizagem de um determinado conteúdo e, mesmo não sendo este o objetivo principal desta pesquisa, fizemos uso dela apoiando-nos nas noções de devolução, situações de ação, formulação, validação, institucionalização e de contrato didático.

Destacamos que a prática de resolução de problemas, à qual nos referimos, não se identifica com a que é praticada pelo ensino tradicional, mas com a teoria das situações didáticas. Segundo Freitas (2008), o que diferencia a resolução de problemas, concebida como prática do ensino tradicional e a noção de situação didática "é principalmente a presença, a valorização e a funcionalidade de situações adidáticas no transcorrer de uma situação didática" (p.88).

A *situação didática* é a noção principal da teoria das situações didáticas e Brousseau *apud* (FREITAS, 2008, p.80) a define como:

> Um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição.

Nessa perspectiva, nosso trabalho enquanto pesquisadora consistiu em elaborar situações considerando um contexto que desse significado ao conceito de proporcionalidade para os alunos. Ao propormos um problema ao aluno, procuramos comunicá-lo de tal maneira que ele o adotasse como seu e se sentisse responsável por resolvê-lo, por vontade própria e não para atender a um desejo da pesquisadora. Quando conseguíamos que o aluno aceitasse a responsabilidade de resolver o problema, dispensando nossa intervenção, a partir desse momento ocorria um tipo de situação que Brousseau denomina de *adidática*.

A situação adidática é, portanto, o momento em que o aluno torna-se o protagonista principal da situação, com possibilidade de agir, refletir, formular e, quando possível, validar. Porém, o aluno só terá tais atitudes se o professor, ao elaborar problemas e apresentá-los aos alunos, considerar um *meio* criado e organizado por ele, e sobre o qual possa intervir.

Nessa pesquisa, o *meio* foi organizado de modo que todos os alunos da sala formavam um grande grupo e trabalhavam juntos. Assim, os conhecimentos de cada aluno faziam parte do *meio* de cada um, o que no desenvolvimento dos problemas, acabou promovendo retroações, que influenciavam nas tomadas de decisões individuais.

Referencial Metodológico

Para o desenvolvimento desta pesquisa optamos pela metodologia denominada Engenharia Didática constituída por Artigue (1996), com a finalidade de analisar as situações didáticas. Consideramos em nossa escolha as características específicas dessa metodologia que abrange tanto a dimensão teórica (caso metodológico da pesquisa) quanto a experimental (caso das sequências de atividades em sala).

Como metodologia de pesquisa, Artigue (1996, p. 196) caracteriza a Engenharia Didática como "um esquema experimental baseado em 'realizações didáticas' na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino".

Utilizando esse referencial metodológico organizamos os procedimentos executados nesse estudo, por meio das quatro fases que compõem o seu processo experimental: análises preliminares; concepção e análise a priori das situações didáticas; experimentação; e análise a posteriori e validação.

Na primeira fase, *as análises preliminares* tiveram por objetivos levantar informações para compor o quadro teórico e auxiliar nas definições do objeto e da hipótese da pesquisa. Algumas das informações obtidas com essas análises preliminares estão presentes na introdução desse artigo.

Na segunda fase, a fase da *concepção e análise a priori das situações didáticas*, elaboramos e analisamos uma sequência didática composta por seis sessões. Os problemas que compõem cada sessão foram elaborados tomando por base os estudos prévios e de modo que permitissem ao aluno entender, agir, expressar, refletir e evoluir por conta própria, com a possibilidade de desenvolver o raciocínio proporcional. Na realização da análise a priori descrevemos as variáveis didáticas escolhidas, de tal forma que mudanças nos valores das mesmas, provocavam alterações nas estratégias de resolução dos alunos.

Na terceira fase, a fase da *experimentação,* aplicamos a sequência didática a um grupo de 16 alunos do 7º ano do ensino fundamental, que ainda não haviam estudado o conteúdo referente à proporcionalidade, com exceção de uma aluna. Como optamos por trabalhar com a oralidade, os alunos tinham que expressar suas estratégias verbalmente. Dessa forma, os dados foram coletados por meio de gravação em áudio e das pautas de observação em todas as sessões, que permitiram construir posteriormente os protocolos de pesquisa. Também foram coletados registros escritos de algumas atividades realizadas pelos alunos.

Na quarta fase, *análise a posteriori e validação*, confrontamos os dados coletados na experimentação com as análises a priori realizadas anteriormente. Antecipamos que em todas as sessões percebemos que ocorreu a devolução e as situações adidáticas de ação, formulação e validação (BROUSSEAU, 2008).

Alguns Resultados

Apresentamos alguns resultados parciais, a partir das análises referentes à primeira e à segunda sessão, tomando por base o objetivo proposto para cada uma delas, bem como o referencial teórico e os estudos que nortearam essa pesquisa.

1ª Sessão

O objetivo desta sessão em relação à proporcionalidade era levar o aluno a compreender que existe uma relação proporcional entre as grandezas envolvidas e que, nesse caso, quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza também aumenta na mesma razão. Sendo assim, todos os problemas envolviam grandezas diretamente proporcionais.

Esta sessão teve uma duração de aproximadamente 38 minutos e contou com a participação de 15 alunos. Apresentamos cada um dos problemas oralmente aos alunos que, nessa sessão não puderam utilizar o instrumento didático do lápis e papel. Dessa forma, os alunos ouviam o enunciado de um problema e quando achavam que tinham obtido a solução, a apresentam ao grupo. A cada aluno era solicitado que não apresentasse somente a solução, mas também a estratégia que tinha utilizado na resolução do problema.

Apresentamos a seguir os problemas que foram propostos aos alunos nessa sessão:

Problema 1: O carro de Raul consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados. Para percorrer 300 km, quantos litros de combustível seu carro gastará?
Problema 2: Uma impressora imprime 50 folhas em 3 minutos. Quantos minutos ela gastará para imprimir 500 folhas?
Problema 3: Tatiana comprou 8 metros de tecido por R$ 480,00. Quanto vai pagar por 10 metros do mesmo tecido?
Problema 4: Uma foto de largura 1,5 cm e comprimento 2,6 cm foi ampliada. Se a nova foto for feita com largura de 4,5 cm, qual será a medida de seu comprimento?
Problema 5: Desenvolvendo sempre a mesma velocidade, Luisinho percorre de bicicleta 1400 metros em 7 minutos. Quantos metros vai percorrer em 30 minutos?

Na análise a posteriori dessa sessão observamos que as estratégias previstas na análise a priori foram utilizadas pelos alunos. No entanto, observamos que houve a predominância da estratégia escalar nas resoluções apresentadas, tanto envolvendo relações aditivas quanto multiplicativas entre os valores das grandezas. Esse procedimento era esperado, pelo fato de ter sido identificado nos estudos de Schliemann e Carraher (1997) sobre as estratégias utilizadas por alunos que ainda não haviam estudado os conceitos de proporcionalidade.

A estratégia funcional foi utilizada pelos alunos somente para resolverem os problemas que envolviam o contexto de compra e venda (problema 3) e velocidade (problema 5). Acreditamos que os alunos optaram por essa estratégia ao perceberem a multiplicidade dos valores das duas grandezas. Da mesma forma, a opção pela estratégia escalar nos outros problemas pode ter sido influenciada pela multiplicidade entre os valores no interior de uma mesma grandeza.

Observamos que mesmo sem o estudo formal da proporcionalidade e usando uma linguagem empírica, os alunos conseguiram expressar o raciocínio proporcional por meio das estratégias utilizadas. Para dar uma ideia sobre a parte experimental da pesquisa, apresentamos a análise da primeira atividade dessa sessão, a fim de expor algumas conclusões que chegamos até o momento. Ressaltamos que os alunos são identificados por duas letras maiúsculas e a pesquisadora pela letra P.

Problema 1: O carro de Raul consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados. Para percorrer 300 km, quantos litros de combustível seu carro gastará?

Após a leitura do problema pela pesquisadora, uma aluna se manifesta e a pesquisadora faz interferências a fim de compreender o raciocínio utilizado pela aluna.

LI: *É 24.*
P: *Como você encontrou 24?*
LI: *Eu multipliquei 8 vezes 3.*
P: *Por que 8 vezes 3?*
LI: *Por que é assim... com 8 litros ele anda 100 km e 100 vezes 3 é 300. Então 8 vezes 3 é 24.*

Identificamos, por meio da estratégia escalar utilizada por essa aluna, um raciocínio proporcional, pois ela observa a relação entre os valores da grandeza km, determina a razão, no caso 3, e a emprega (por meio de uma relação multiplicativa) para encontrar o valor da grandeza litros que era desconhecido. Nesse caso, o raciocínio empregado na estratégia da aluna demonstra a compreensão de que as grandezas se relacionam e variam conjuntamente (covariância) como propõe Lamon.

Observamos a ocorrência de uma situação adidática de validação, onde MA tenta convencer a aluna JU e os demais de que sua estratégia leva a uma solução correta. MA também faz uso da estratégia escalar, porém opera com adições sucessivas, ao contrário do que fez a aluna LI. Vejamos:

JU: *Eu acho que é 8 x 300. Não é 300 que ele quer andar?*
MA: *Não. É 24, porque é 8 litros pra cada 100 km. É como se fosse 3 "oitos", porque é 300, entendeu? No primeiro 100 km é 8, no segundo mais 8 e mais 8. Daí são 24 litros.*

Pela fala de uma aluna identificamos que a mesma já conhecia o algoritmo da regra de três. Apesar de ser uma estratégia prevista, nos surpreendemos, pois tínhamos escolhido um grupo de alunos que ainda não havia estudado proporcionalidade, o que segundo a professora, só ocorreria no terceiro bimestre letivo. No entanto, a pesquisadora procura observar a reação do grupo diante da estratégia apresentada e faz alguns questionamentos à aluna e ao grupo. Observemos:

LE: *Eu acho que é 300 vezes 8 dividido por 100... Dá 24.*
P: *Por que seria 300 vezes 8 dividido por 100?*
LE: *Porque seria mais ou menos a regra de três. Se com 8 litros ele anda 100 km, aí no final descobre quanto é pra andar 300 km.*
P: *Vocês concordam com a fala da LE?*
MR: *vai percorrer 300 km... a cada 100 km consome 8 litros... aí 100 km pra dá 300 km , multiplica por 3, então multiplica 8 vezes 3 que dá 24.*

O grupo demonstrou não compreender a estratégia formulada por LE. Quando solicitada a explicar novamente sua estratégia, a aluna disse que não sabia explicar, mas garantia que aquelas eram as "contas" e afirmava que a solução era 24. Nessa situação evidenciamos o uso da regra de três desprovido de compreensão conforme afirmam Post, Behr e Lesh (1995).

Enquanto que LE, usando a regra de três como estratégia, parece estar presa à mecanização do algoritmo, MR apresenta um raciocínio organizado demonstrando a compreensão da invariância e covariância por meio da estratégia apresentada.

A partir dos diálogos que ocorreram durante a resolução desse problema, notamos que o *meio* propiciou retroações aos alunos, permitindo-lhes refletir sobre suas ações e formulações.

2ª Sessão

O objetivo dessa sessão consistia em levar o aluno a distinguir situações proporcionais e não proporcionais. Essa sessão teve uma duração de 43 minutos e contou com a participação de 16 alunos. Escolhemos dessa sessão o problema 2, que envolve grandezas não proporcionais para destacar o raciocínio dos alunos diante desse tipo de problema.

Problema 2: Se um jogador de futebol fez 2 gols em 3 jogos, quantos gols ele fará em 6 jogos?

Na análise a posteriori dessa sessão identificamos a presença das estratégias escalar e funcional nas resoluções dos problemas, como previstas nas análises a priori. Verificamos vários problemas sendo resolvidos tanto pela estratégia escalar quanto pela funcional, às vezes pelo mesmo aluno.

No entanto, no problema 2 que envolve grandezas não proporcionais, ficou evidente a manifestação de regras implícitas do *contrato didático*[1], onde os alunos insistiam em apresentar uma resposta numérica ao problema proposto, mesmo quando entendiam que não havia a relação proporcional. Num primeiro momento, a maioria dos alunos resolveu esse tipo de problema como se o mesmo envolvesse grandezas diretamente proporcionais, insistindo em 4 gols como solução, ao que a pesquisadora teve que intervir. Após algumas retroações do *meio*, alguns alunos perceberam a não existência da relação proporcional.

Observemos algumas das estratégias apresentadas por vários alunos no protocolo transcrito abaixo:

LG: *A resposta é 4 gols.*
LI: *4 gols, porque fez 2 gols em 3 jogos, então ele faz 4 gols em 6 jogos*.
JU: *4, porque 3 vezes 2 é 6, então ele faz 4 porque 2 vezes 2 é 4.*
MA: *Se ele faz 2 gols em 3 jogos, obviamente que 2 vezes 2 é 4.*
MR: *É 4, porque 2 gols em 3 jogos, então 2 mais 2 é 4 ....porque 3 mais 3 é igual a 6.*
FR:*12 gols*.
LI: *Eu discordo*.
FR: *É, eu fiz conta errada.*
MA: *É 4.*
BA: *Em 6 jogos, 3 mais 3 dá 6 e 2 mais 2 é 4, então é 4.*

Após todas essas exposições, a pesquisadora indaga o grupo:

P: *Todos concordam com a resposta dada ao problema?*

A essa pergunta, percebemos uma manifestação em relação a uma das regras do contrato didático, na qual o aluno acredita que todo problema de matemática sempre tem uma resposta e que o professor a conhece:

JU: *Só falta está errado...*
GI: *Está certo professora?*

Assumindo o papel de mediador do processo, como preconizado pela teoria adotada, devolvemos a questão ao grupo.

P: *É o que nós queremos saber. O que vocês acham?*

[1] Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor.(...) Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.(BROUSSEAU, 1986)

Foram necessárias diversas intervenções e retroações do meio para que alguns alunos percebessem que não há relação proporcional entre as grandezas, como podemos verificar a seguir.

P: *Pensem em um jogador... Esse jogador faz a mesma quantidade de gols em todos os jogos que participa?*
LG: *Eu pensei nisso, mas a senhora fez uma pergunta então tinha que ter uma resposta. Eu estou fazendo o que o exercício pede.*
P: *Nessa situação do jogador, a gente pode questionar alguma coisa?*
Al: *Pode.*
P: *O que a gente pode questionar?*
LA: *Como a gente tem certeza que ele faz 2 gols em 3 jogos?*
BA: *Esse resultado que a gente achou, acho que seria aproximadamente porque ele pode fazer mais ou menos gols... Ele poderia não fazer sempre 2 gols.*
LG: *É... O resultado seria aproximadamente 4.*
P: *Qual seria então a resposta do exercício? Seria possível dar uma resposta exata*?
MG: *Não, porque ele poderia ter feito mais ou menos gols.*

Entendemos que é importante provocar rupturas do contrato didático como fizemos ao propor esse tipo de problema ao aluno, para que ele possa compreender em que condições existem relações proporcionais entre duas grandezas.

Um outro motivo para que se proponha esse tipo de problema ao aluno encontra apoio em Post, Behr e Leh (1995). Segundo esses autores, para que uma pessoa raciocine com proporções, é necessário que ela seja capaz de diferenciar as situações onde existam relações proporcionais das que não possuam tais relações.

Considerações finais

Neste artigo, procuramos apresentar uma parte de nossa pesquisa de mestrado sobre o raciocínio proporcional, fazendo uma abordagem sobre as estratégias mobilizadas pelos alunos diante de situações didáticas, elaboradas com o propósito de propiciar aos alunos situações adidáticas de ação, formulação e validação.

Observamos que o ensino dos conceitos de proporcionalidade, de modo geral, ainda é caracterizado por um ensino “mecânico”, tendo, na maioria das vezes, o algoritmo da regra de três como estratégia única de resolução. Essa estratégia, conforme os estudos apresentados, oferece poucas oportunidades para o aluno desenvolver o raciocínio proporcional.

Com vista a mudar essa realidade, estudiosos apostam no ensino da proporcionalidade por meio de estratégias ditas não-convencionais e dos conhecimentos intuitivos que os alunos possuem sobre esse conceito. Nas análises a posteriori realizadas até o momento, constatamos que os alunos participantes da pesquisa possuem noções intuitivas sobre proporções e que conseguem manifestar o raciocínio proporcional por meio das estratégias não convencionais que utilizaram para resolver os problemas propostos. Observamos ainda que os alunos não conseguem, num primeiro momento, distinguir situações proporcionais das não-proporcionais. Verificamos a ocorrência de alguns erros ao resolverem os problemas que envolvem relações não proporcionais vinculados a determinadas regras do contrato didático.

Os estudos e as análises realizados até então nessa pesquisa, indicam a possibilidade de um trabalho sob uma perspectiva que aborde os conceitos de proporcionalidade a partir da resolução de problemas, ao mesmo tempo em que propõe condições para o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J., **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. V. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

COSTA, S.C.H.C. **O raciocínio proporcional dos alunos do 2º ciclo do Ensino Básico**. Dissertação de mestrado. Universidade de Lisboa, 2007.

FREITAS, J. L. M., Teoria das Situações Didáticas. In: M.S. (Org). **Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008.

MARTINS, L. C. **Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção: Ensino de Matemática na sexta série**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2007.

PONTES, M.G.O. **Medidas e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho**.João Pessoa:Idéia,2009.

POST, T; BEHR, M.; LESH, R. “A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra”. In: COXFORD,A.;SHULTE,A. **As idéias da álgebra**. 4ª ed. São Paulo: Atual, 1995.

SCHLIEMANN, A.D., CARREHER, D.W. “Razões e proporções na vida diária e na escola”. In: SCHLIEMANN, A.D.CARREHER,D.W,et al**. Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2ª ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

SILVA, B. A. Contrato didático.: In: M.S. (Org).**Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008. p. 49-75.

SILVESTRE, A.I. **Investigações e novas tecnologias no ensino de proporcionalidade direta: uma experiência no 2º ciclo**. Dissertação de mestrado. Universidade de Lisboa,2006.

SPINILLO, A.G. “Proporções nas séries iniciais do primeiro grau”. In: SCHLIEMANN, A.D.CARREHER,D.W, et al**. Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2ª ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

ESTUDOS DE UM GRUPO EM FASE PREPARATORIA PARA O VESTIBULAR SOBRE DIVISIBILIDADE

Maysa Ferreira da Silva

José Luiz Magalhães de Freitas

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: O artigo que apresentamos aqui se refere a uma pesquisa em andamento, cujo objetivo principal é analisar saberes de estudantes que já concluíram o Ensino Médio e se preparam para ingressar no Ensino Superior. Sua finalidade principal é contribuir com o avanço dos estudos sobre esse assunto, bem como propor aos estudantes que colaboraram com esta pesquisa, momentos de reflexão sobre o ensino e aprendizagem de conceitos concernentes à divisibilidade no conjunto dos números inteiros. Apresentamos uma análise preliminar de formas de estudo que estes mobilizam diante de problemas por nós propostos sobre divisibilidade. Investigamos aspectos didáticos e conceitos relacionados ao tema, por meio de uma abordagem do tipo etnográfica. Para tanto, além da análise de documentos e de entrevistas, a observação participante também foi utilizada como procedimento metodológico nesta pesquisa. A parte experimental desta pesquisa foi realizada a partir da observação de práticas efetivas de um grupo de alunos de um curso preparatório para o vestibular num contexto de Ações Afirmativas, durante o ano letivo de 2009. Para a análise utilizamos algumas noções da Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard, tais como: processo de estudo, praxeologia, momentos de estudo e registros de linguagem. Dentre os resultados obtidos, destacamos, neste artigo, a mudança de postura dos estudantes diante de situações-problema envolvendo divisibilidade. Observamos que eles passaram a utilizar novas técnicas de resolução, com maior alcance que as anteriormente utilizadas com ampla freqüência como, por exemplo, a técnica de tentativas. Além disso, eles passaram a manifestar preocupação em justificar e validar as soluções produzidas, caracterizando uma evolução no aspecto tecnológico-teórico.

PALAVRAS-CHAVE: Divisibilidade. Praxeologia. Ações Afirmativas.

Considerações iniciais

Apresentamos aqui resultados preliminares de uma pesquisa em andamento, cujo objetivo principal é analisar práticas e saberes relativos às formas de estudo de um grupo de estudantes matriculados em um curso preparatório para o vestibular. Para tanto, focamos a parte da Matemática sobre problemas que envolvem divisibilidade.

Esta pesquisa visa contribuir com a reflexão das relações que envolvem estudo, ensino e aprendizagem. Ela tem também o objetivo de propor elementos de estudo relacionados com o saber matemático, do ponto de vista da divisibilidade, assim como produzir questionamentos no próprio grupo de estudantes, sujeitos da pesquisa, sobre suas formas de estudo e produção de conhecimentos.

A escolha desse tema se deve ao fato de que, no âmbito escolar e, em especial, nos cursos preparatórios para o vestibular, os estudantes são convidados a rediscutir, repensar e reconstruir conceitos e estratégias de assuntos já abordados. No caso do tema matemático que propusemos, a discussão inicial é geralmente apresentada no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, conforme propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática. Além disso, esse conteúdo está presente em questões de exames vestibulares e há evidências de que o índice de acertos é baixo.

Suspeitamos então que não havia muitos trabalhos sobre este saber matemático e este fato foi verificado, ao fazermos o levantamento da ocorrência de dissertações e teses. Salientamos também que este é um tema ausente no atual currículo da escola básica. Apesar de os Parametros Curriculares Nacionais proporem o estudo deste tema na Educação Básica, observa-se que o mesmo não tem ocorrido, conforme aponta Groenwald, Nunes, Franke (2009)

> Na matemática "moderna", tanto a geometria como a Teoria dos Números ficaram relegadas a segundo plano nos currículos de matemática do ensino fundamental e médio. Nos últimos anos, a geometria voltou a recuperar sua força e importância nos currículos, não ocorrendo o mesmo com a Teoria dos Números, talvez por não ter sido encontrada uma forma mais simples para sua apresentação, de maneira que as dificuldades de compreensão, tanto para os professores como para os alunos, fossem superadas.

Rama (2005) aborda a maneira como este tema é apresentado nos livros didáticos dos Ensinos Fundamental e Médio, mostrando que há uma ausência de atividades envolvendo o assunto de divisibilidade, o que pode acabar contribuindo para a lacuna deixada pelo ensino no que se refere a esse tema.

Resende (2007) com a tese intitulada *Re-significado a disciplina Teoria dos Números na formação do professor de matemática na Licenciatura*, trata do significado da disciplina teoria dos números nos cursos de Licenciatura em Matemática, na qual o tema divisibilidade está presente. Ela indica o estudo do mesmo pelo fato de este propiciar o desenvolvimento de ideias matemáticas relevantes relativas aos números naturais.

Estas pesquisas, a nosso ver, estão inseridas num propósito de fortalecimento das discussões da importância do estudo dos números inteiros no currículo da escola básica. Seguindo essa mesma linha, nossa pesquisa vem complementar este objetivo, uma vez que na fase em que o estudante termina o ensino básico e aspira ingressar no Ensino Superior, é exigido dele a retomada de vários conteúdos, bem como a reconstrução de novas estratégias de estudo.

Sendo assim, para que possamos alcançar o objetivo geral, anteriormente apresentado, traçamos quatro objetivos específicos: Investigar dispositivos didáticos utilizados pelos estudantes com relação ao tema divisibilidade; Identificar e analisar formas de estudo utilizadas pelo grupo para se apropriar de saberes matemáticos; Investigar técnicas e tecnologias utilizadas pelos estudantes nas resoluções de problemas que envolvem divisibilidade.

O grupo investigado

O curso preparatório para o vestibular, no qual estamos desenvolvendo esta pesquisa, foi idealizado a partir do contexto de ações afirmativas, tendo como finalidade possibilitar o acesso e a permanência no Ensino Superior, de diversos grupos étnicos de baixa renda. A população deste curso é formada por jovens e adultos afro-descendentes, índio-descendentes, portadores de necessidades especiais e brancos.

Segundo Moehlecke (2002), a expressão Ações Afirmativas surge nos anos 60, nos Estados Unidos, em meio a reivindicações democráticas internas, expressas principalmente no movimento pelos direitos civis, tendo como bandeira a extensão de igualdade de oportunidade a todos. No Brasil um fato que poderia ser caracterizado como sendo um primeiro registro de Ação Afirmativa ocorreu em 1968, quando surgiu a proposta da criação de uma lei, que obrigaria as empresas privadas a manter uma percentagem mínima de empregados de cor[1] (20%, 15% ou 10%, de acordo com o ramo de atividade e a demanda). Esta proposta de lei tinha o apoio de técnicos do Ministério do Trabalho e do Tribunal Superior do Trabalho. Entretanto, esta lei não chegou a ser elaborada, mas tal movimento teve sua importância como marco para o início das Ações Afirmativas no Brasil.

O conceito de Ações Afirmativas é muito mais recente do que as ações que as caracterizam. Nascimento (2007) traz a seguinte reflexão sobre este termo:

> "De uma forma mais geral, por ações afirmativas podemos entender as dinâmicas, práticas, meios e instrumentos que têm como *meta* o reconhecimento sócio-cultural, a promoção da igualdade (de oportunidades, de tratamento e de condições objetivas de participação na sociedade) e, portanto, a universalização (concreta) de direitos civis, políticos e sociais em uma dada sociedade."

Em 1992 e 1993, em meio aos movimentos negros, surgem os cursos preparatórios para o vestibular, voltados para estudantes negros, estudantes negros e carentes, iniciando-se um processo de articulação e divulgação, visando o

[11] Há várias discussões com relação a expressão "cor", porém fizemos a opção de manter a expressão usada no texto original de Moehlecke (2002).

fortalecimento de políticas de acesso e permanência para estudantes negros e de baixa renda ao ensino superior público.

No curso preparatório em que realizamos a pesquisa, a composição das turmas é definida através de critérios específicos de acordo com o estatuto da Instituição proponente. Sendo as cotas distribuídas da seguinte forma: 45% afro-descendentes, 5% de índio-descendentes, 5% de portadores de necessidades especiais e 45 % de brancos. Para o ingresso nesse curso, os estudantes devem ser alunos oriundos da rede pública ou de associações comunitárias e apresentar uma carta de intenção contendo as condições sócio-econômicas do candidato (a).

A formação do grupo de pesquisa se deu a partir de um convite que fizemos aos alunos da Instituição, em média de 120 estudantes. Ressaltamos que seria uma participação voluntária em um horário que a Instituição oferece, tradicionalmente, atividades denominadas de oficinas de aprendizagem, sendo cada uma delas dedicada a uma disciplina. Tais encontros ocorrem ao final da tarde, antes do início da aula e participaram, constituindo em média, oito a dez alunos. Durante as sessões procuramos trabalhar em grupo de dois ou três alunos ou até mesmo em um único grande grupo. Esta escolha foi feita com base na organização de ensino conforme sugere Chevallard, Bosch & Gascon (2001, p. 199),

> A organização do ensino deve basear-se mais naquilo que os estudantes têm em comum do que naquilo que é particular a cada um deles. De um ponto de vista antropológico, o estudo, e com ele a aprendizagem, são atividades que unem os indivíduos.

Salientamos que nosso foco não é a produção individual, mas sim a produção do grupo e as trocas de seus conhecimentos individuais que acarreta na construção de um saber coletivo. Desta forma, estamos buscando investigar as práticas coletivas de estudo e de construção de saberes por esse grupo.

Aspectos metodológicos e teóricos da pesquisa

No desenvolvimento da pesquisa, nos baseamos em técnicas metodológicas frequentemente utilizadas na Etnografia, conforme André (2008), as quais sugerem como instrumentos de investigação a análise de documentos, a observação participativa e a entrevista.

Inicialmente, identificamos questões de vestibular sob o saber matemático enfocado na pesquisa. Num segundo momento, classificamos estas questões em tipos de tarefa, usando como critério de seleção aquelas de maior abrangência e que poderiam ser exploradas visando proporcionar momentos de estudo.

Para a coleta de dados foram realizadas sessões de estudo na modalidade de observação participante, na qual algumas vezes houve a condução das mesmas por nós, enquanto pesquisador, e, em outras, somente observando o desempenho dos alunos diante das questões propostas.

No que concerne ao referencial teórico, faremos uma breve apresentação de eixos da Teoria Antropológica do Didático, que irá nos guiar no desenvolvimento deste artigo, tais como: Praxeologia, Momentos de Estudo e Registro de Linguagem.

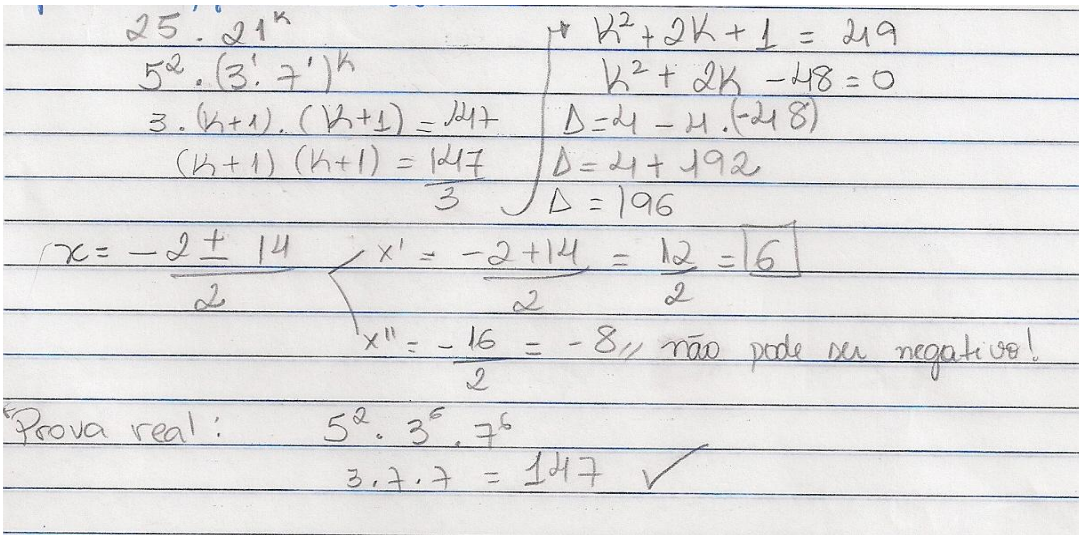
A organização praxeológica está dividida em Organização Didática e Organização Matemática, as quais estão relacionadas de forma dialética. A Organização Didática refere-se à maneira de fazer e as escolhas quanto à forma de apresentação durante o processo de desenvolvimento da atividade Matemática. A Organização Matemática está ligada à abordagem de conteúdos matemáticos.

A Organização Matemática é composta por quatro elementos que estão divididos em dois blocos: prático técnico e tecnológico teórico. Fazem parte do primeiro bloco o tipo de tarefa (T) e a técnica (τ), [T, τ], e do segundo bloco a tecnologia (Θ) e a teoria (Θ), [Θ, Θ]. A união desses blocos fica assim representada: **[T, τ, Θ, Θ].** Neste contexto, encontram-se duas noções interligadas: tarefa e tipos de tarefa. Cada tipo de tarefa reúne um conjunto de tarefas e existe pelo menos uma técnica que permite resolver as tarefas do mesmo tipo.

No caso de nossa pesquisa propusemos três tipos de tarefa, apresentados na forma de escrita "condensada", pois um tipo de tarefa deve indicar uma ação, sendo assim, deve conter um verbo. São eles, T_1: Resto da divisão; T_2: Múltiplos e Divisores; T_3: Quantidade de divisores de um número. Estes foram obtidos a partir das tarefas que constituem a cultura escolar dos cursos preparatórios para o vestibular.

Tarefa (t) é uma atividade específica, de caráter particular. Como por exemplo: t_a: O número natural 25.21^k tem 147 divisores positivos, qual o valor de K? Temos que a tarefa t_a pertence ao tipo de tarefa T_3 ($t_a \in T_3$).

Para solucionar a tarefa anteriormente apresentada, foi necessária uma maneira de fazer, que é denominada, técnica. Como ilustração, apresentamos abaixo uma maneira de fazer utilizada por um dos grupos colaboradores da pesquisa:



A técnica utilizada pelo aluno foi baseada na fatoração. Para explicar ou fundamentar a técnica é necessário uma tecnologia, pois segundo Chevallard (2002), toda técnica tem pelo menos um embrião tecnológico.

A técnica utilizada para resolver esta tarefa foi fundamentada no seguinte resultado: *Seja* $p_1^{n1}...p_t^{nt}$ *a decomposição de um número a>1 nas condições do Teorema Fundamental da Aritmética. Então o número de divisores positivos de a é dado por n(a) =* $(n_1+1).(n_2+1)...(n_t+1)$. Esse enunciado pode ser considerado como um elemento tecnológico, que também é explicado por meio de uma teoria matemática. Neste caso, podemos considerar a teoria que explica esta tecnologia pertence ao campo do saber matemático denominado: *Teoria dos números.*

O desenvolvimento de uma Organização Didática pode ser considerado de acordo com a realização dos momentos de estudo. Estes momentos estão apresentados na teoria em determinada ordem, sendo que a sua efetivação depende da realidade funcional. Os momentos acontecem de forma dinâmica, podendo até ocorrer mais de um momento ao mesmo tempo. Estes são assim intitulados: momento do *primeiro encontro* com um tipo de tarefa; *exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica*; *constituição de um entorno tecnológico e teórico* relativo a uma técnica; *trabalho da técnica*; *institucionalização* e *avaliação da Organização Matemática*.

Os registros de linguagem fazem parte do conjunto das Organizações Matemáticas, podendo ser diferenciados em dois tipos: objetos ostensivos e não ostensivos. Os objetos ostensivos são aqueles que têm certa materialidade, e que são identificados pelos órgãos do sentido. Enquanto que os não-ostensivos são aqueles abstratos tais como ideias, crenças, intuições e também os conceitos matemáticos. Os objetos ostensivos e não-ostensivos encontram-se dialeticamente relacionados, por exemplo: os conceitos da aritmética são elaborados a partir da manipulação dos diferentes registros de linguagem ligados ao domínio da aritmética.

Análise preliminar de uma sessão de estudo

Apresentaremos elementos de uma análise, ainda não concluída, de uma sessão de estudo, na qual foi proposta uma tarefa pertencente a um tipo de tarefa que denominamos genericamente de "**Quantidade de divisores de um número**".

Este tipo de tarefa originou-se do levantamento entre as diversas tarefas sobre divisibilidade, presentes nos exames de vestibular, olimpíadas de matemática e livros didáticos. Agrupamos estas tarefas em tipos de tarefas, para tanto foi considerado não somente os enunciados com dados em comum de cada tarefa, mas principalmente, o fato de haver, pelo menos, uma técnica capaz de solucionar todos os problemas daquele tipo. Chevallard, Bosch & Gascon (2001, p. 124) ressaltam que:

> Para comprovar que esses problemas efetivamente são a origem de um tipo de problema, não basta observar que os enunciados são parecidos, é preciso elaborar uma técnica matemática capaz de abordá-los e de gerar muito mais problemas do mesmo tipo.

Para trabalharmos esse tipo de tarefa propusemos o seguinte problema: *O número natural* 25.21^k *tem 147 divisores positivos, qual o valor de k*? O objetivo principal desta tarefa foi provocar o grupo, no sentido de perceber a necessidade de dominar técnicas eficientes para resolver problemas desse tipo, inclusive quando este envolvendo números com valores "altos". No caso particular da tarefa encontrar o número natural que tenha 147 divisores positivos exige uma técnica que permita encontrar a solução.

Neste caso, alguns estudantes recorreram à técnica matemática que faz uso da fatoração, conforme já mostramos anteriormente. Avaliamos que esta é uma técnica eficiente, pois ela não resolve apenas um tipo restrito de tarefa, mas permite solucionar um grupo de tarefas com eficácia. Esta se baseia no seguinte resultado: *Seja* $p_1^{n1}...p_t^{nt}$ *a decomposição de um número a > 1 nas condições do Teorema Fundamental da Aritmética*[2]*. Então o número de divisores positivos de a é dado por* $n(a) = (n_1+1).(n_2+1)...(n_t+1)$.

[2] (Teorema Fundamental da Aritmética). *Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou se escreve de modo único (a menos da ordem dos fatores) como um produto de números primos.*

Para elucidar a compreensão que tivemos da organização matemática, na qual esta inserida esta sessão de estudo apresentaremos o seguinte quadro:

Tarefa (t)	O número natural 25.21^k tem 147 divisores positivos, qual o valor de k?
Técnica (τ)	Fatorar o número e fazer o produto de cada expoente acrescido de uma unidade.
Tecnologia (θ)	Enunciado da propriedade: Seja $p_1^{n1}...p_t^{nt}$ a decomposição de um número a > 1 nas condições do Teorema Fundamental da Aritmética. Então o número de divisores positivos de a é dado por n(a) = $(n_1+1).(n_2+1)...(n_t+1)$.
Teoria (Θ)	Teoria dos Números

Observamos que outras técnicas foram mobilizadas para a solução deste problema, como as que fazem uso da exponenciação, resolução de equação do segundo grau, operações com números inteiros. No entanto, destacamos a técnica da fatoração, nas condições descritas no quadro, como sendo crucial para a solução da tarefa.

Para realizarmos as sessões utilizamos diferentes dinâmicas conforme o objetivo do estudo. No caso desta tarefa, entregamos o problema durante no início de uma sessão de estudo. Houve um primeiro contato com o problema, fizemos uma leitura coletiva de compreensão do enunciado.

Depois de compreendido a enunciado, começou-se o trabalho nos grupos. Neste caso, eles não apresentaram grande dificuldade para decidir qual técnica usariam, pois já conheciam esta técnica, somente teriam que saber utilizá-la. Durante o desenvolvimento das sessões fomos percebendo que o fato de conhecer uma técnica não é suficiente, saber utilizá-la é fundamental para a solução de um problema. Segundo Chevallard, Bosch & Gascon (2001, p. 54) "O primeiro grande tipo de atividade matemática consiste em resolver problemas a partir das ferramentas matemáticas que já conhecemos e sabemos utilizar."

Entendemos que usar matemática conhecida é uma técnica didática empregada para resolver um determinado problema. Consideramos que ocorreu, durante esta sessão de estudo, para alguns estudantes, o momento de *exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica*. Fazemos esta afirmação, pois este tipo de tarefa já havia sido apresentado aos alunos por meio de outros problemas trabalhados em sessões anteriores, porém os tipos de tarefas não eram explicitados nessas sessões, percebendo-se a necessidade de um ambiente de estudo, com o objetivo de buscar uma técnica eficiente para resolver o problema proposto.

No caso deste problema, que consistia em encontrar um número que tivesse uma dada quantidade de divisores, ainda não havia sido trabalhado até então nas sessões de estudo, apesar de já terem trabalhado questões pertencentes ao mesmo tipo de tarefa que esta. Todavia, para o aluno esta identificação não é imediata, exigindo certa reflexão.

Sendo assim, acreditamos que este problema não constituiu num trabalho com a técnica, pois o aluno teve que compreender o problema e buscar qual técnica que solucionaria o problema com eficiência. Portanto, avaliamos que esta sessão de estudo pode ser considerada "aula de problemas", conforme caracterizado por Chevallard, Bosch & Gascon (2001, p. 280):

> Enquanto na aula de problemas a atividade do estudante se centra em explorar tipos de problemas bem diferentes entre si em buscar técnicas para resolvê-los, na aula de prática parte-se de uma técnica dada de um conjunto de problemas do mesmo tipo, que são utilizados como instrumento para os estudantes alcancem um domínio sólido dessa técnica. Na aula de problemas, a atividade evolui ao ir de um problema para o outro. Na aula de prática, ao contrário, a evolução acontece pelo desenvolvimento interno das técnicas.

O objetivo de nossa pesquisa estava bem definido ao elaboramos as sessões de estudo, mas o controle do estudo, não era totalmente do nosso domínio, controlávamos as questões que iríamos apresentar, mas seu efeito era dinâmico. Consideramos este fato como positivo para nossa pesquisa, conforme Chevallard, Bosch & Gascon (2001, p. 201):

> O ensino, como meio do processo didático, não deve pretender controlar de maneira absoluta o desenvolvimento desse processo. A relação didática é uma relação "aberta". À medida que o ensino de matemática se organiza para tentar "fechar" essa relação, provoca um empobrecimento da aprendizagem matemática dos alunos.

Nesse sentido, vivenciamos a manifestação de uma relação com o saber na sessão que aqui apresentamos. A tarefa neste dia, não foi totalmente concluída durante o encontro, apenas foi discutida a técnica que resolveria o problema e os cálculos ficaram para eles terminarem. No encontro seguinte, um pouco antes do horário da sessão uma aluna nos procurou, dizendo o seguinte:

> Professora tenho até vergonha de te contar o que aconteceu com aquele problema da sessão passada, mas você diz que tudo o que ocorre com relação aos encontros é importante para você, então vou te contar. Nós montamos a questão e caímos numa equação do segundo grau, certo? E eu não lembrava a fórmula para resolver, então neste instante fechei o caderno e disse, no grupo, é só resolver a equação, isso eu faço depois a aula esta terminando. Na hora do intervalo fui à biblioteca[3], escondido dos meus colegas, eu estava morrendo de medo que alguém descobrisse que eu não sabia resolver aquela

[3] Na instituição que realizamos a parte prática há uma biblioteca com um bom acervo e os alunos têm total liberdade para utilizar os livros.

equação. Quando fui procurar como se resolve, descobri uma coisa muito interessante: Equação e função não é a mesma coisa, eu desconfiava, mas nunca consegui perceber a diferença, agora eu já entendi qual a diferença, nunca imaginei que seria capaz de pegar um livro de matemática e compreender alguma coisa sozinha.

Este fato foi de grande relevância como resultado das sessões de estudo, uma vez que consideramos a autonomia algo fundamental num processo de estudo para que o mesmo se constitua um sistema autodidático, o qual pode ser caracterizado como:

> Um grupo de estudantes que busca em uma obra matemática respostas para certas questões pode pedir ajuda para um coordenador de estudo: é assim que se organiza um sistema didático, formado em primeiro instância pelas questões matemáticas (ou pela obra matemática que responde a essas questões), os estudantes e o coordenador de estudo. Se o grupo estuda por conta própria, forma-se um sistema autodidático. (CHEVALLARD, BOSCH & GASCON 2001, p. 280).

Considerações finais

Percebemos que nesta fase de preparação para o vestibular o grupo vivenciou práticas que vêm confrontar com o que Chevallard, Bosch & Gascon (2001, p. 135) denomina de falta de motivação.

> Muitos dos comportamentos usuais do aluno de matemática (desinteresse, falta de iniciativa própria, enfado, desprezo), que costumam ser descritos como “má vontade” ou “falta de motivação”, deveriam ser considerados [...] como causa de não ter “entrado” na disciplina Matemática.

Isto não é o que ocorreu com o grupo de estudo no qual desenvolvemos a pesquisa. Pelo contrário, os alunos demonstraram grande interesse e efetiva participação durante as sessões realizadas, o que revela indícios do encontro do grupo com a obra Matemática, ou ainda, de sua “entrada” na disciplina Matemática. Tal interesse e envolvimento evidenciam-se por meio de diferentes momentos de estudo e de relações com o saber matemático.

Foi possível perceber que houve mudança de postura dos alunos diante das técnicas de solução dos problemas, pois estes tinham uma maneira de fazer arraigada em suas práticas. Quando iniciamos as sessões de estudo, eles sempre recorriam ao que chamamos de técnica didática da “tentativa”: diante dos problemas propostos, procuravam solucioná-los atribuindo valores aleatórios na busca de encontrar uma possível solução.

Com base nas análises até então realizadas acreditamos ter levantado elementos relacionados ao estudo, capazes de identificar e compreender melhor algumas relações entre: estudos, saberes e práticas da Matemática escolar deste grupo de estudantes em fase preparatória para o vestibular.

Por fim, percebemos traços positivos em relação ao objetivo geral da pesquisa quanto à tomada de atitude dos alunos em buscar técnicas eficientes para resolver as tarefas propostas até então, e até mesmo uma possibilidade de autonomia de estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia na prática escolar*. Campinas-SP, Papirus, 2008.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental – *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BOSCH, M., CHEVALLARD, Y. *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique*. In: Recherche en Didactique des Mathématiques, vol 19, nº 1, pp. 77–124, 1999. Disponível em: < http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf > acesso em 20 de fevereiro 2009.

CHEVALLARD, Y. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: a abordagem atnropologique*. In Atas da Universidade de Verão realizada na cidade Rochelle. Clermont-Ferrand: Editora do IREM, 1998.

CHEVALLARD, Y. *Organiser l'étude Ecologia et Regulation*, Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática, (pp.3-22) pela Editora La Pensée Sauvage, 2002.

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. & GASCON, J. *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.* Porto Alegre: Artmed, 2001.

FRANKE, R. F., GROENWALD, C. L. O., NUNES, G. S., SAUER, L. O. Teoria dos Números no Ensino Básico – Desenvolvendo o Pensamento Aritmético. In: Maranhão, Cristina (Org.). *Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio*. São Paulo: Musa Editora, p. 27- 44, 2009.

MOEHLECKE, S. *Ação Afirmativa: História e Debates no Brasil.* Cadernos de Pesquisa: Fundação Carlos Chagas, São Paulo n. 117, p. 197 – 217, Nov., 2002.

NASCIMENTO, A. *Das Ações Afirmativas Dos Movimentos Sociais ÀsPolíticas Públicas De Ação Afirmativa:O Movimento Dos Cursos Pré-Vestibulares Populares.*In: Seminário Nacional de Movimentos Sociais, Participação e Democracia, II, 2007, Florianópolis, Anais, Núcleo de Pesquisa em Movimentos Sociais – NPMS, 2007

RAMA, J. A. *Números Inteiros no Ensino Fundamental e Médio*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. (2005).

RESENDE, M. R. *Re-significando a Disciplina Teoria dos Números na Formação do Professor de Matemática na Licenciatura.* Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. (2007).

A ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DA INTRODUÇÃO DA ÁLGEBRA EM UM MANUAL DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Rosane Corsini Silva Nogueira

Marilena Bittar

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Nesse artigo apresentamos o estudo da Organização Didática de uma das três coleções de livros didáticos por nós analisados, do 7º ano, do capítulo destinado a equações do 1º grau, quando o assunto é introduzido no Ensino Fundamental brasileiro, cujo foco foi caracterizar o ensino da Álgebra nesse nível. Nosso objetivo nesse texto é, além de apresentar parte de nossa dissertação de mestrado concluída, é demonstrar como procedemos no momento de realizar o estudo da referida Organização Didática em nossa pesquisa. Com o intuito de dar suporte ao entendimento dos estudos ora apresentados, descrevemos de maneira bem sucinta alguns objetos presentes na Teoria Antropológica do Didático – TAD, tais como Organização Matemática, Organização Didática e a noção de momentos didáticos, pois estes nos auxiliaram no desenvolvimento do trabalho, tanto nas análises como na interpretação dos dados obtidos nos estudos realizados. A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998) é um prolongamento de duas outras teorias desenvolvidas por Chevallard: a Transposição Didática que estuda as transformações que um saber sofre para que possa ser ensinado, e a ecologia dos saberes, que se interessa às condições sob as quais um determinado saber vive em uma instituição, que para Chevallard pode ser um país, uma escola, um livro didático, etc. A análise permite vislumbrar as escolhas do autor no tocante à apresentação e condução do conteúdo. Esse estudo marca os momentos didáticos, ou momentos de estudo presentes no capítulo, que são reconhecidos de acordo com o encontro com as praxeologias (T, τ) presentes nos manuais.

PALAVRAS-CHAVE: Álgebra, Livros Didáticos, Organização Didática.

Introdução

Nesse texto apresentamos parte de nossa dissertação de mestrado, cujas indagações iniciais eram referentes às dificuldades de aprendizagem dos alunos em Álgebra. Após realizarmos algumas leituras relacionadas a esse tema, começamos a nos questionar se uma das fontes dessas dificuldades não poderia estar ligada à forma como a álgebra é apresentada aos alunos, ou seja, nosso questionamento foi na direção de buscar algumas respostas ligadas à forma de apresentação da álgebra aos alunos.

Decidimos nos dedicar, então, principalmente ao momento da apresentação formal da Álgebra. Propusemos assim, um estudo mais apurado de como se dá o ensino da Álgebra na Educação brasileira. Delimitamos nosso objeto de pesquisa à caracterização do ensino da Álgebra em livros didáticos do Ensino Fundamental brasileiro.

Analisamos Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, mais precisamente no capítulo referente à Equação do 1º grau, que representa a introdução formal da Álgebra na Educação básica no Brasil, olhando como se dá sua apresentação e como o assunto é conduzido neste momento inicial.

Em nossas análises dos Livros Didáticos, olhamos a forma que o autor propõe o texto do saber, visando identificar que tipo de proposta é feita, como organiza e apresenta os conceitos e conteúdos algébricos, com o intuito de encontrar elementos de respostas às nossas questões, permitindo-nos caracterizar a Álgebra presente no Ensino Fundamental brasileiro. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático parece responder com mais eficácia nossas questões de pesquisa.

A Teoria Antropológica do Didático – TAD

Essa teoria considera que toda atividade humana consiste em cumprir uma tarefa t, que se exprime por um verbo, pertencente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo T, através de uma técnica τ, justificada por uma tecnologia θ, que por sua vez, é justificada por uma teoria Θ. Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998), de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada pela notação $[T, \tau, \theta, \Theta]$.

Chevallard (1998) considera ainda que o par $[T, \tau]$ é relacionado à prática, e pode ser compreendido como um saber-fazer, e o par $[\theta,\Theta]$ é relacionado à razão, e é compreendido como o saber. Chevallard define assim a Organização Praxeológica $[T, \tau, \theta, \Theta]$, em que temos um bloco prático $[T, \tau]$, composto das tarefas e técnicas, o chamado saber fazer, e um bloco teórico $[\theta, \Theta]$, composto pelas tecnologias e teorias, o bloco do saber.

Este modelo de praxeologia $[T, \tau, \theta, \Theta]$ representa uma peça elementar, denominada praxeologia pontual, porém este tipo de praxeologia raramente aparece de forma isolada. Ocorre que estas peças elementares virão a se unir para formar as praxeologias locais $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$, que são centradas em uma mesma tecnologia, ou seja, vários *saber-fazer*, justificados pelo mesmo *saber*.

As praxeologias locais, por sua vez, se unirão formando as praxeologias regionais $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta, \Theta]$, que são apoiadas em uma mesma teoria. Além das praxeologias supracitadas, Chevallard (1998) nomeia as praxeologias globais, o complexo praxeológico $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{ij}, \Theta_k]$, formadas pela agregação de várias teorias Θ_k.

Chevallard (1998) define, ainda dentro do quadro teórico da TAD, outros objetos tais como Organização Didática, Organização Matemática, Objetos Ostensivos, Objetos não-ostensivos, a noção de momentos didáticos, bem como a noção de valência instrumental de um objeto. As definições destes objetos são apresentadas na íntegra de nosso trabalho (Nogueira, 2008).

Cabe ressaltar que adotamos a Teoria Antropológica do Didático para estudar tanto a abordagem do conteúdo do ponto de vista matemático, quanto do ponto de vista das escolhas didáticas. Ou seja, falamos de Praxeologia Matemática e Praxeologia Didática, porém tendo em vista o foco deste texto, definimos aqui Organização Matemática, Organização Didática e a noção de momentos, que serão abordadas nesta ocasião.

Uma praxeologia Matemática ou organização Matemática, é elaborada em torno de uma noção, ou conceito inerente à própria Matemática. Segundo Bosch:

> *[...] o objetivo de um processo de ensino [e] aprendizagem pode formular-se nas perspectivas dos componentes das organizações matemáticas que se desejam reconstruir: que tipos de problemas devem ser capazes de resolver, com quais tipos de técnicas, com base em quais elementos descritivos e justificativos, com qual referencial teórico, etc. (BOSCH, 2000, p.3, tradução nossa).*

Ou seja, refere-se à realidade Matemática que se pode construir em uma aula desta disciplina onde se estuda um determinado tema, ela deve permitir que os alunos atuem com eficácia para resolver problemas, e ao mesmo tempo, entender o que fazem de maneira racional. (BOCH et CHEVALLARD, 2001).

As Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas são as respostas (a rigor) a questões do tipo “Como realizar o estudo de determinado assunto”, refere-se ao modo que possibilita a realização do estudo de um determinado tema, o conjunto de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., mobilizadas para o estudo de um tema. Também refere-se às escolhas realizadas no tocante à abordagem, à estrutura e ao desenvolvimento do trabalho de certo conceito ou conteúdo. (CHEVALLARD, 1998)

Não poderíamos esperar que o processo de estudo de uma certa Organização Matemática fosse realizado de maneira única, visto que sua (re) construção depende de vários fatores que norteiam e indicam as escolhas didáticas adequadas àquela situação, tais como a realidade vivenciada, os materiais disponíveis, enfim, tudo aquilo que possibilita e oportuniza a condução do estudo da Organização Matemática em questão.

Entretanto, percebemos que quaisquer que sejam as escolhas adotadas no curso dos trabalhos de estudo de dada Organização Matemática, algumas situações são necessariamente presentes, mesmo que estas se apresentem de formas variadas, tanto quantitativamente como qualitativamente.

Estas situações serão denominadas de momentos de estudos ou momentos didáticos, porque podemos dizer que qualquer que seja o caminho escolhido, ele conduzirá inevitavelmente a um momento de fixação, ou de institucionalização, ou em um momento que demandará o questionamento do que é válido acerca do que foi construído, que caracteriza o momento de avaliação, dentre outros.

Os momentos didáticos representam uma realidade funcional, antes de serem uma realidade cronológica. Qualquer tentativa de ordenar seus acontecimentos adquire um caráter extremamente arbitrário, visto que um momento pode acontecer por várias vezes, isoladamente, ou em conjunto com outros simultaneamente, e voltar a ser vivido, por exemplo, no momento da retomada do assunto trabalhado. Segundo Chevallard (2001) pode-se analisar como uma determinada Organização Didática coloca em prática certa Organização Matemática, investigando a maneira como são realizados os diferentes momentos de estudo.

O primeiro momento é o *primeiro encontro* com a organização que está sendo estudada; o segundo momento é o da *exploração* do tipo de tarefas T_i e de *elaboração de uma técnica* τ_i relativo a este tipo de tarefas; o terceiro momento é o da *constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica*; o quarto momento é o do *trabalho da técnica*, que visa melhorá-la, torná-la mais confiável, o que geralmente exige aprimorar a tecnologia até então elaborada, e aumentar o controle que se tem sobre a técnica; o quinto momento é o da *institucionalização*, que mostra o que realmente é a Organização Matemática constituída, apontando os elementos que permanecerão definitivamente na Organização Matemática e os que serão dispensados. Finalmente o sexto momento, o da *avaliação*, que se articula com o momento da institucionalização e permite relançar o estudo, demanda a retomada de alguns dos momentos, e eventualmente do conjunto do trajeto didático.

Organização Didática do capítulo referente a equações do 1º grau

Após uma análise do capítulo dedicado às equações do 1º grau presentes nos manuais da antiga 6ª série, atual 7ºano, conseguimos elaborar uma pequena síntese que relata, de maneira bem sucinta, as escolhas do autor diante da apresentação e condução deste assunto, que marca os momentos de didáticos, ou momentos de estudo presentes no capítulo que é introduzida formalmente a Álgebra no Ensino Fundamental.

Coleção: Tudo é Matemática –6ª série, Capítulo 07

É apresentado, na *Introdução* do capítulo, um exercício que é resolvido de vários modos: por tentativa e erro, aritmeticamente e por meio de uma equação, que desenvolvido com o auxílio da técnica Operações Inversas (τ_1 -como a nomeamos em nosso trabalho), apresentando a equação resolvida sem maiores explicações. Observa, nesta ocasião, que esta última forma usou uma letra para representar o número procurado e uma sentença que é chamada de equação.

Após esse exemplo, são propostos exercícios para encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, e outra situação semelhante à inicial, que será resolvida pelo aluno seguindo o exemplo dado.

Em seguida são dedicados os quatro tópicos subseqüentes ao trabalho com expressões algébricas, sendo que no tópico *Letras em lugar de números*, aborda, por meio de um exercício resolvido, a utilização de "máquinas" de transformação de números. Segue com o tópico *Expressões algébricas*, em que mostra-se com exemplos, tais expressões, e observa-se que as sentenças encontradas nos exercícios anteriores recebem o nome dado ao tópico, possibilitando ao leitor a identificação das referidas expressões. Em uma atividade nomeada como *Outras expressões algébricas* explora conceitos como o de perímetro, de medida do complemento de um ângulo, e também a aplicação da fórmula da área do quadrado, realizando e propondo diversas atividades que envolvem conceitos e conteúdos da Geometria. Continua-se com o tópico *Expressões algébricas equivalentes*, em que explora a propriedade distributiva, fator comum, e a redução de termos semelhantes. Exemplifica-se com operações que podem ser realizadas com expressões numéricas e também com expressões algébricas, e por meio de exercícios resolvidos. No tópico *Valor numérico de uma expressão algébrica*, coloca situações que demandam substituir a incógnita por valores numéricos, explorando a aplicação de fórmulas, a execução de cálculo mental e a utilização de tabelas na resolução de exercícios.

São introduzidas as Equações do 1º Grau, com o tópico, *Usando letras para encontrar números desconhecidos* onde faz-se uma apresentação informal de equações, propondo situações a serem transcritas da Linguagem Natural para a Linguagem Matemática. Logo em seguida são dadas duas equações, dadas em Linguagem Natural, e utiliza-se uma espécie de diálogo para chegar à sua decodificação em Linguagem Matemática, bem como à sua resolução mobilizando a técnica aritmética das Operações Inversas, contemplando o 1º momento com a resolução de equações por intermédio de τ_1.

Com a intenção de nomear as partes de uma equação, é apresentado o tópico *Equação e incógnita*, no qual é feito reconhecimento da incógnita; observam-se algumas sentenças que não são equações, mas a justificativa sobre uma sentença representar ou não uma equação, é deixada para que o aluno leia e interprete em um pequeno texto introdutório no tópico em questão.

Na próxima parte, *Resolução de equações*, são demonstradas várias formas de fazê-lo por meio de exercícios resolvidos, sendo elas a resolução por cálculo mental, por tentativa e erro, com o auxílio de diagramas, com o uso de Operações Inversas (τ_1) caracterizando o 2º momento com esta técnica. Embora todas estas possibilidades de resolução de equações sejam colocadas à disposição do educando, é dada uma ênfase maior na utilização da técnica das Operações Inversas, propondo mais situações para que o aluno resolva com o auxílio desta técnica, contemplando ainda 2º momento com resolução de equações do 1º grau mobilizando $\tau_{1,}$ e por intermédio de diálogos e observações, institucionaliza efetivamente esta técnica; constitui-se, assim, o 5º momento com a mesma.

Apresenta-se um pequeno roteiro para a resolução de problemas que propõe na seqüência dos exercícios figurando assim o 3º momento com a resolução de equações do 1º grau com o auxílio da técnica $\tau_{1.}$ Entendemos que o fato de se estabelecer algumas regras para resolver uma situação-problema, significa que o autor tem a intenção de compor o ambiente teórico/tecnológico em torno da técnica ora trabalhada.

Somente após explorar e exercitar as técnicas de resolução de equações da forma $ax + b = c$ e $ax + bx + cx = d$, é introduzido o tópico *Explorando a idéia de equilíbrio e resolvendo equações*, o 1º momento com a técnica algébrica (τ_2 – que faz analogia com a balança em equilíbrio), por meio de um exercício resolvido, traçando um paralelo em cada etapa entre o processo de resolução utilizando a ilustração da balança e a resolução algébrica. São apresentadas também equações da forma $P(x) = Q(x)$, por exemplo, $ax + b =cx + d$, que necessitam desta última técnica (τ_2) para sua resolução, o que significa que está adentrando em um campo fora do domínio de validade da técnica aritmética (τ_1), ou seja, esta não é mais suficiente para resolver as situações que serão propostas a seguir. No decorrer do tópico, por meio de comentários, explicações e resolução de exemplos, contempla o 2º, o 3º, o 4º, e o 5º momento com a técnica τ_2.

Continua-se o capítulo com o tópico *Equações e Geometria* explorando várias situações que envolvem conceitos da Geometria sendo resolvidas por meio de equações, promovendo o 4º momento com a resolução de equações por meio de τ_1, e o mesmo momento com τ_2, aparentemente com o intuito de melhorar e fixar as referidas técnicas.

Finalmente, no tópico *Usar ou não equação?*, tenta-se fazer com que o aluno perceba a importância de utilizar este recurso na resolução de problemas. Resolve-se a mesma situação dada em Linguagem Natural, com e sem o uso de equações. Esta ocasião é aproveitada para promover o 1º momento com a técnica da transposição (τ_3 – que utiliza o raciocínio: muda de membro, troca o sinal), pois as técnicas τ_1 e τ_2 já foram trabalhadas e a resolução colocada apresenta características próprias da técnica da transposição.

Embora o capítulo seja iniciado apresentando uma situação que pode ser resolvida de várias maneiras, inclusive utilizando uma equação, dedica-se parte considerável do capítulo a expressões algébricas, dando ênfase às transcrições da Linguagem Natural para a algébrica e vice versa. São trabalhadas também expressões equivalentes e a determinação do valor numérico de uma expressão algébrica dado um valor para a incógnita, antes de entrar efetivamente no assunto principal do capítulo, as equações do 1º grau.

Quando é introduzido o assunto, no início do capítulo, são apresentadas diversas formas de resolução, principalmente com a utilização das operações inversas, que pode ser realizada inclusive mentalmente, o que parece indicar que também é contemplada a passagem da Aritmética para a Álgebra.

Posteriormente é explorada a técnica algébrica (τ_2), quando se estabelece uma analogia com a balança de dois pratos em equilíbrio, em diversos exercícios. São explorados também conceitos da geometria, articulando esses com a resolução de equações, mostrando-se em consonância com as orientações dos programas educacionais como os PCN.

Este manual aprofunda-se no assunto até o ponto de propor atividades envolvendo equações relativamente complexas que seriam executáveis mobilizando a técnica algébrica (τ_2), ou de modo mais prático e econômico mobilizando a técnica da transposição (τ_3). Neste manual, em particular, nos atentamos para o fato de apresentar uma boa quantidade de formas de resolução de equações, como com o auxílio de diagramas, por tentativa e erro, dentre outras. Destacamos, também, a diversidade de atividades envolvendo os entes geométricos.

Na continuidade deste volume trabalham-se razões, proporções, regra de três simples, aplicação de fórmulas da área de figuras planas, volume de sólidos geométricos, sendo as equações mais complexas as trabalhadas no capítulo a elas destinadas.

Podemos observar neste manual, que as técnicas consideradas principais em nossa pesquisa, $\tau_{1,}$ τ_2 e τ_3 são trabalhadas no capítulo do seguinte modo: τ_1 com uma breve apresentação na introdução do capítulo, sendo retomada no tópico “Usando letras para encontrar números desconhecidos”, continuando no tópico “Resolução de equações”, sendo inclusive institucionalizada neste tópico, e abordada também no tópico *Equações e Geometria.* Quanto à τ_2, sua abordagem inicia na parte denominada *Explorando a idéia de equilíbrio e resolução de equações*, quando é apresentada, desenvolvida e também institucionalizada. E a técnica da transposição (τ_3), é somente apresentada e trabalhada de modo superficial, não chegando a ser institucionalizada.

Percebemos a opção por apresentar as equações do 1º grau, sua estrutura, bem como as nomenclaturas de suas partes para, posteriormente apresentar e trabalhar as técnicas principais. Realiza-se o estudo do tema contemplando o 1º, o 2º, o 3º, o 4º e o 5º momento com a técnica das Operações Inversas (τ_1), o 1º, o 2º, o 3º, 4º e 5º momento com a técnica Algébrica (τ_2), e o 1º momento com a técnica da Transposição (τ_3). Verificamos que, em relação às técnicas τ_1 e $\tau_{2,}$ traça-se o percurso didático perpassando o primeiro encontro com a organização na apresentação da técnica, o trabalho do tipo de tarefa e da elaboração da referida técnica por meio de exemplos, da constituição do ambiente tecnológico/teórico por meio de comentários e observações. O trabalho da técnica é realizado pela resolução de diversas situações que demandam sua mobilização, até o ponto de institucionalizá-la, mas não avalia a técnica ora trabalhada.

Referências Bibliográficas

DANTE, Luíz Roberto, **Tudo é Matemática**: livro do professor. São Paulo: Ática, 2002.

BOSCH, Mariana Casabó. Un punto de vista antropológico: La evolución de los “instrumentos de representación” em la actividad Matemática. 2000. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm> . Acesso em: 24 set. 07.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique. Actes de l'U.E. de la Rochelle, 1998.

_____. Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions, in Dorier, J – L. Et al (eds) Actes de la 1 lième Ecole d'été de didactique des mathématiques – corps –21–30 Août 2001, Grenoble : La Pensée Sauvage, pp 3–22.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

NOGUEIRA, R.C., **A Álgebra nos livros didáticos do Ensino Fundamental: uma análise praxeológica**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008.

A ARITHMETICA ELEMENTAR ILUSTRADA DE ANTONIO BANDEIRA TRAJANO: UMA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA

Tatiane Maranhão

Luiz Carlos Pais

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este artigo analisa aspectos históricos da educação matemática brasileira a partir de dados relacionados à obra didática intitulada *Aritmética Elementar Ilustrada*, de Antonio Bandeira Trajano, publicada em 1935, em sua 108ª edição. O fato de ter sido uma obra que foi adotada no Brasil durante quase cem anos, se desperta o interesse para realizar o que Wagner Valente adotou como a biografia do livro didático e a assim através da ilustração, dados históricos desvelar informações sobre a aritmética que constitui a História do Brasil. No entanto para que o objetivo desse artigo fosse alcançado adotou-se noções pertinentes ao campo da história das disciplinas escolares, na linha proposta por André Chervel. Para interpretar as relações institucionais que transparecem na valorização da obra, são adotadas noções propostas por Yves Chevallard, no quadro da chamada abordagem antropológica do didático. Destacamos nesse trabalho a contextualização histórica e política da qual essa obra fez parte, identificando-se nos procedimentos metodológicos propostos no referido texto a existência de uma organização didática independente e atual, já que ela era diferente das regras educacionais propostas pelo Ministro da Instrução Pública Benjamim Constant Botelho Magalhães, adepto ao positivismo.

PALAVRAS-CHAVE: Praxeologia. Educação Matemática. Resolução de Problema. Didática da Matemática.

Considerações iniciais

O presente artigo tem como objetivo apresentar à comunidade acadêmica uma pesquisa que está relacionada ao ensino de matemática, mais precisamente, envolvendo a temática da resolução de problemas. Trata-se de uma pesquisa que está inserida num contexto mais amplo, queremos dizer, num trabalho de dissertação de Mestrado em Educação que tem como objeto de estudo as resoluções de problemas que podem ser resolvidos com as quatro operações fundamentais da aritmética nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A pesquisa relativa à nossa dissertação de Mestrado utiliza como fontes de informações primárias, essenciais para o desenvolvimento da parte experimental: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as resenhas do Guia do Livro Didático do Plano Nacional do Livro Didático de 2007, livro didático de Matemática (2007) que foi aprovado por este plano, livro didático intitulado *Aritmética Elementar Ilustrada*, 108ª edição publicada no do ano de 1935 do autor e professor Antonio Bandeira Trajano e finalmente práticas efetivamente realizadas por acadêmicas e acadêmicos do curso de Pedagogia, concernentes ao estudo da resolução de problemas.

A escolha e seleção das três primeiras fontes que acabamos de descrever se justificam diante do fato das mesmas servirem como importante orientação para a condução da prática docente em sala de aula e no sentido mais amplo para sua própria formação continuada, além do mais, diante da realidade da formação aligeirada de professores, em certos casos, tais documentos passam a ter um papel ainda mais relevante.

Apresentamos a análise de um livro didático adotado nos séculos XIX e XX, quando o ensino de resolução de problemas ainda não era um saber formalmente escolar. Entendemos que as referências bibliográficas publicadas no século XIX nos fornecem vários subsídios para compreender as praxeologias mais atuais. Por isso, durante as leituras realizadas deparamo-nos com a obra intitulada *Aritmética elementar ilustrada* escrita pelo autor de livros "Antonio Bandeira Trajano" e o nosso olhar curioso atentou-se para os diversos elogios credenciados a essa obra que foi premiada pelo Júri da Exposição Pedagógica do Rio de Janeiro em 1883, adotada, em vários estados brasileiros e editada inúmeros vezes, mais de cem edições.

Aspectos teóricos e metodológicos

Diante desses sinais de que a sua obra foi muito utilizada pelos professores desse país nos séculos XIX e XX, sentimo-nos imensamente intrigados a respeito de algumas questões, como por exemplo*: Qual o conteúdo abordado no livro do professor Trajano; quais foram as escolas que adotaram a obra; qual a ideologia apresentada através dessa produção tão elogiada e também, dentre muitos outros questionamentos, qual a praxeologia utilizada pelo autor ao propor os problemas de aritmética.*

Seria de grande contribuição científica responder a todos os questionamentos levantados, mas os fragmentos que tivemos acesso não os respondem de imediato e por isso optamos por fazer o que Valente (2008), denomina de biografia do livro didático. Trata-se em nosso entendimento de analisá-lo levando em consideração as características políticos e sociais da época em que ele foi adotado, e dessa forma possamos compreender a sua real utilidade para a sociedade daquela época. A análise realizada foi sobre um fragmento da obra que corresponde a edição número 108ª do ano de 1935 e consideramos os aspectos propostos por Valente(2008) ao se referir a biografia do livro didático:

> ... biografia levou em conta múltiplos aspectos: a análise do conteúdo interno da obra, o seu prefácio, as referências colocadas pelo tradutor; a investigação sobre a origem da obra, do seu autor, das finalidades originais a que era destinada a obra no século [...] a legislação educacional [...]a política de adoção de livros didáticos, dentre outros elementos.

Em nosso caso, analisamos também parte das ilustrações apresentadas nesse contexto do livro de Trajano.

Para responder a tais questionamentos fizemos opção de utilizar a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard (1999) para fundamentar a nossa pesquisa. É uma abordagem epistemológica, de cunho didático e matemático, que conceitua a atividade matemática a partir das práticas desenvolvidas no contexto das instituições sociais.

Tal abordagem antropológica apresenta uma organização didática concebida por Chevallard como praxeologia, que significa a junção das raízes grega *práxis* e *logos*. A praxeologia admite a análise de um método das práticas institucionais, permitindo a descrição e o uso das suas condições e de sua realização (Bosch e Chevallard). Nesse artigo, daremos ênfase às práticas institucionais pedagógicas, relativas ao estudo da resolução.

Para explicitar tal teoria reproduziremos aqui algumas noções de base que instrumentalizam a nossa pesquisa, são elas: tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria, conceitos propostos por Chevallard (1999).

A leitura que realizamos da TAD, levou-nos a compreender que toda prática institucional ou atividade humana, cultivadas regularmente em um determinado contexto social, consiste na realização de uma tarefa ou, de maneira mais ampla, um determinado tipo de tarefa, através de uma técnica que é justificada por um discurso lógico racional, a tecnologia, que por sua vez também é justificada por uma teoria.

Resolução de problemas na Aritmética de Trajano

O historicismo nos proporciona a análise de um período marcado por um contexto social. Nesse caso a década de 1930 destaca-se por ser a continuação de um movimento iniciado anteriormente pelo militar e revolucionário Luiz Carlos Prestes.

Esse apoiado por soldados militares percorreu, segundo a publicação de ABREU (1999), 13 estados brasileiros do Brasil o que correspondeu a 25 mil quilômetros. Prestes pode conhecer de modo profundo as mazelas do Brasil, a sua miséria e suas reais necessidades, passou a compreender, segundo documentos que apresentam seus depoimentos, que não bastaria substituir o presidente do nosso país, mas sim realizar mudanças drásticas e profundas o que para ele correspondiam a revolução armada realizada pelo povo.

Há uma declaração que ilustra os seus objetivos ao lutar pela revolução armada. Retiramos um trecho texto denominado “Luis Carlos Prestes” e escrito por ABREU(1999)

> Ainda em fevereiro de 1926, Prestes e Miguel Costa redigiram uma declaração de princípios da coluna, para ser distribuída à nação. Nesse manifesto, intitulado Motivos e ideais da revolução, seus integrantes se colocavam contra "os impostos exorbitantes, desonestidade administrativa, falta de justiça, mentira do voto, amordaçamento da imprensa, perseguições políticas, desrespeito à autonomia dos estados, falta de legislação social, reforma da Constituição sob o estado de sítio". Nesse mesmo documento reivindicavam ainda: "assegurar o regime da Constituição de 24 de fevereiro de [1891]; estabelecer ensino primário gratuito e ensino profissionalizante e técnico em todo o país; assegurar a liberdade de pensamento; unificar a Justiça, colocando-a sob a égide do Supremo Tribunal Federal; unificar o regime eleitoral e estabelecer o voto secreto e obrigatório; unificar o fisco; assegurar a liberdade municipal; castigar os defraudadores do patrimônio do povo; acabar com a anomalia de um tesouro público endividado, enquanto os políticos profissionais enriquecem; rigorosa economia dos dinheiros públicos e auxílio eficiente às forças econômicas do país."

O discurso acima reflete os ideais de um militante conhecedor dos problemas de um país que ainda não conseguiu livrar-se dos apontados por eles no período de 1929. Seria então Prestes, um revolucionário tão atual para sugerir apontamentos para os dias de hoje ou seria um país que ainda não se desenvolveu na sua ínfima essência ao ponto de transformar nas raízes a história de injustiça de um país chamado Brasil?

Mas enfim, a revolução denominada na História por “revolução de 30”, não permitiu que Júlio Prestes, o candidato da situação, tomasse posse e portanto esse “movimento autoproclamado revolucionário” conduziu ao poder Getúlio Vargas que se manteve no poder durante muitos anos, característica essa de um governo altamente ditatorial que outorgou a constituição em 1932 que visava os seus próprios interesses políticos e também de seus aliados.

Mas então qual a relação desse contexto histórico pequeno e inicial com o ensino de matemática proposto por Trajano, visto que a sua maior produção se deu na época do segundo reinado, quando D. Pedro II exercia ainda seu mandato? Quais as características desse, chamado por Valente (2007) de “professor de D. Pedro II e da escola militar”? A nossa intenção é tratar sobre essas questões nos parágrafos abaixo. Começamos a compreender a aceitação do livro, em larga escala, nas escolas do Brasil embora nenhuma das suas obras fossem adotadas pelas escolas consideradas de elite, como o Colégio D. Pedro II.

4.2 O AUTOR, SUA HISTÓRIA E OBRAS

Sabe-se que Antonio Bandeira Trajano nasceu em Portugal no ano de 1843, e veio para o Brasil em 1859, onde presidiu o Supremo Concílio da Igreja Presbiteriana. A partir de leituras de fragmentos sobre o autor constatamos que a obra "Aritmética Elementar-Ilustrada" foi lançada pela primeira vez por volta do ano de 1879(Bittencourt, 1993) no final do império. Nesse período ele lecionava na escola americana de São Paulo, que passou mais tarde a se chamar "Instituto Presbiteriano Mackenzie."

A partir das leituras constatamos que por volta do século XIX e início do século XX o professor Antonio Trajano chegou ao Brasil e foi acolhido por religiosos de origem americana que acreditavam que a educação tivesse que apresentar alguma utilidade prática para ser valorizada.

Trajano apresentou através de suas produções, forte influencia do filósofo John Dewey (1859-1952) que é considerado um dos maiores pedagogos americanos, e entende a função da escola como socializadora a partir do momento em que ela desenvolve hábitos e oferece aos estudantes atividades que tenham alguma relação prática com a vida.

Através das situações problemas concretas, John Dewey valoriza as atividades práticas, propondo o trabalho em equipe e a divisão das tarefas a serem desenvolvidas. Para ele, dessa forma os alunos desenvolverão a autonomia e o senso crítico, sendo capazes de questionar o ensino tradicional por ele criticado.

Há registros de que Antonio Trajano produziu vários livros, como: Álgebra Elementar; Chave de Álgebra; Álgebra Superior; Aritmética Primária; Aritmética Progressiva; Chave de Aritmética Progressiva; e Aritmética Elementar Ilustrada. A última nesse texto em destaque. O que nos chama a atenção na produção do professor Trajano é que a quantidade de edições faz dela uma literatura de massa, elogiada por grandes personagens como trataremos logo mais abaixo.

4.3 O AUTOR E A EDIÇÃO 108ª DE 1935

A nossa análise foi sobre um fragmento da obra que corresponde a edição número 108ª do ano de 1935, intitulada Arithmética Elementar e *"aprovada e adaptada unanimemente pelo Conselho Superior de Instrução da Capital Federal para uso dos alunos das escola públicas"*.

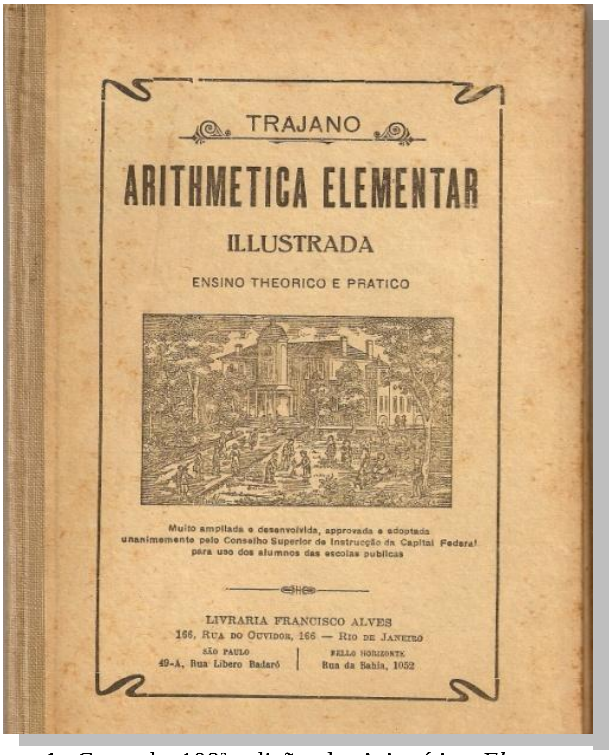


Figura 1. Capa da 108ª edição de *Aritmética Elementar Illustrada* , de Antonio Bandeira Trajano(1935)

No título destaca-se que a obra é ilustrada e que possui um ensino *theórico e prático.* As ilustrações apresentam, em destaque, muitas crianças num ambiente aberto, realizando em grupos e também individualmente atividades variadas, como pular corda, colher flores, jogar bambolê, conversar, dentre outras. Embora as ilustrações não estejam associadas as atividades contidas no livro, em nossa opinião elas representam características de modernidade. Em nosso entendimento o título apresenta uma ideologia pragmática, já difundida nesse período o que,em nossa opinião justifica em grande parte o motivo pelo qual o livro foi demasiadamente utilizado em nosso país.

Esse nosso entendimento foi claramente evidenciado com o comentário de Ferdinand Boeschenslein, diretor da Escola Ypiranga, na época, sobre a Aritmética Progressiva, mas que evidencia a metodologia do professor Trajano:

> ... o systema de ensino de arithmética entre nós, systema que obriga os estudantes a decorarem extensos compêndios, que elles não podem compreender.

> Apprendem(decór) regras que logo esquecem, sem jamais apprenderem a applicar as mesmas regras aos usos e misteres da vida pratica. É o mesmo que querer aprender o táctico militar ou a jogar xadrez somente pela theoria.
> Um dos principais fins desta sciencia e acostumar o espírito de estudantes a raciocinar, fortalecendo assim suas capacidades intelectuaes ficam totalmente perdida.
> Faz-se aos alunos verdadeiros autômatos, impossibilitando-os de pensar e analysar.
> Em nosso collegio temos sempre seguido os methodos usados em outros paizes, onde melhor se reconhece a immensa importância desta sciencia não só para formar promptos calculadores, mas também homens pensadores.
> Ao approximara-se os exames porem somos obrigados a pormenores dos alumnos o compendio aqui empregados, e isso fazemos com bastante repugnância e pezar, porque a practica nos tem demonstrado e nos mostra ainda o quanto vale.
> É a morte a capacidade de raciocínio, porque sei quantos moços fazem exames com approvação e não são cappazes de resolver um problema da practica da vida.(Santos apud A Província de São Paulo, 1879)

Embora seja o comentário acima datado de 1879, consideramos atual para os dias de hoje, o que nos faz compreender que a necessidade de uma metodologia diferenciada e associada as atividades do dia a dia era também uma preocupação dos educadores da época que se satisfizeram com o compendio produzido pelo professor Antonio Trajano.

Em seguida apresentamos textos que justificam, através de alguns pareceres, a adoção da obra pelo "Conselho Superior de instrução da Capital Federal para uso dos alunos das escolas primárias". Destacamos aqui o texto escrito pelo professor Alberto Gracier que emitiu o seu juízo sobre ele:

> *"Li a Aritmética Elementar do Sr Antonio Trajano, e tenho prazer em poder declarar que ela é uma das melhores, se não a melhor de todas as que conheço destinadas á instrução da infância".* Tal foi o parecer do ilustre professor de saudosa memória, Dr Benjamin Constant, sobre o livro a que se refere este requerimento. *Só me resta, pois, subscrever o parecer daquele ilustre mestre e recomendar o livro para uso das escolas públicas desta capital*. Em 20 de agosto de 1907."

Outra referência sobre o livro Arithmética Ellementar foi do professor engenheiro militar, Benjamim Constant Botelho de Magalhães, no ano de 1907:

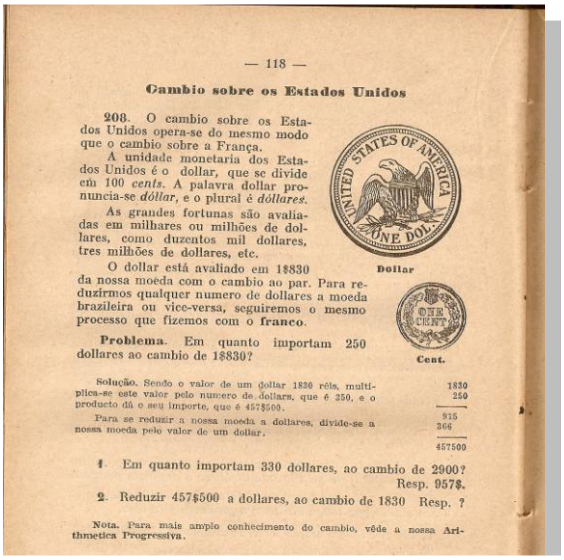
> ... "auctoridade da maior competência desta matéria, começou com o seguinte modo o seu respeitável parecer: "Li a Aritmetica Elementar do Sr. Antonio Trajano, e tenho prazer em poder declarar que é Ella uma das melhores , se não a melhor de todas as que conheço destinadas á instrução da infância."

O status de importância ocupado pelo professor Benjamim, adepto do positivismo e Ministro da Guerra e também Ministro da instrução pública, contribuíram abundantemente para a disseminação da obra o que fez dela um *best seller*.

Outro aspecto que para nós também justifica o número exacerbado de edições está relacionado a má qualidade dos compêndios existentes ou a sua própria inexistência. Queremos dizer que nesse período de final de século XX não havia produções e nem compêndios que auxiliassem os professores e também os estudantes no entendimento ou na compreensão do que precisavam estudar, portanto era uma prática muito comum os próprios professores escreverem com muita dedicação os manuais que utilizavam com seus estudantes em sala de aula, como afirma o 1º artigo publicado pelo jornal “A Província de São Paulo”, datado em 8 de fevereiro de 1879:

> Entre nos, seja-nos permitido dizer com franquesa, não há compêndios que auxiliem o mestre e o discípulo no estudo dos números em suas varias multiplicadas operações. (...) A carência de uma colleção de regras claras e concisas, exemplificadas em repetidas operações, tem levado alguns professores a organizarem compendios para uso dos seus discípulos,outro porem, contentam-se em mandar escrever problemas, que nem sempre são os mais proprios para creanças (Santos apud A Província de São Paulo)

Para nós esse depoimento, se assim podemos chamar, reforça e também a justifica a adoção do livro em várias instituições daquela época. Procuramos no próprio livro um trecho que pudesse ilustrar o artigo encontrado no jornal de 1879, e selecionamos uma informação da página 118, que hoje o PCN declara como atividade contextualizada porque oferece recurso e situações de vida prática ou cotidiana. Destacamos essa situação denominada por Trajano de “ Cambio sobre Estados Unidos”, na figura abaixo.



— 118 —

Cambio sobre os Estados Unidos

208. O cambio sobre os Estados Unidos opera-se do mesmo modo que o cambio sobre a França.

A unidade monetaria dos Estados Unidos é o dollar, que se divide em 100 *cents.* A palavra dollar pronuncia-se *dóllar*, e o plural é *dóllares.*

As grandes fortunas são avaliadas em milhares ou milhões de dollares, como duzentos mil dollares, tres milhões de dollares, etc.

O dollar está avaliado em 1$830 da nossa moeda com o cambio ao par. Para reduzirmos qualquer numero de dollares a moeda brazileira ou vice-versa, seguiremos o mesmo processo que fizemos com o **franco**.

Problema. Em quanto importam 250 dollares ao cambio de 1$830?

Solução. Sendo o valor de um dollar 1830 réis, multiplica-se este valor pelo numero de dollars, que é 250, e o producto dá o seu importe, que é 457$500.

Para se reduzir a nossa moeda a dollares, divide-se a nossa moeda pelo valor de um dollar.

1830
250
915
366
457500

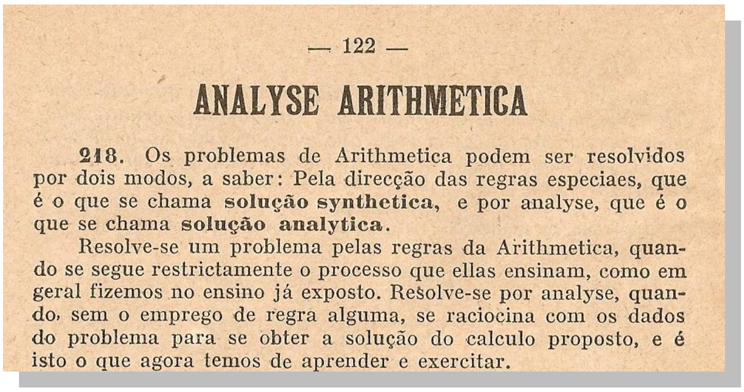
1. Em quanto importam 330 dollares, ao cambio de 2900? Resp. 957$.

2. Reduzir 457$500 a dollares, ao cambio de 1830 Resp. ?

Nota. Para mais amplo conhecimento do cambio, vêde a nossa **Arithmetica Progressiva.**

Figura 2. Trecho do livro *Arithmética Elementar Illustrada*, retirado da pág. 118 sobre a *contextualização* do Ensino de Matemática

Na obra analisada, a de número 108ª, como já foi citada anteriormente, o professor Trajano apresenta os problemas aritméticos através de uma série de lições graduadas, que devem ser resolvidas, segundo ele, através da **solução analítica**, isto significa que para se resolver tais problemas é preciso fazer uso do raciocínio, sem a utilização de uma técnica que evidencie, com clareza a regra a ser utilizada **(solução sintética).** Todas as lições trazem inicialmente um problema solucionado pelo autor através de uma análise, onde o estudante resolverá os demais problemas que, segundo ele, são da mesma natureza. Abaixo, destacamos o texto em que o autor faz essa explicação:



— 122 —

ANALYSE ARITHMETICA

218. Os problemas de Arithmetica podem ser resolvidos por dois modos, a saber: Pela direcção das regras especiaes, que é o que se chama **solução synthetica**, e por analyse, que é o que se chama **solução analytica**.

Resolve-se um problema pelas regras da Arithmetica, quando se segue restrictamente o processo que ellas ensinam, como em geral fizemos no ensino já exposto. Resolve-se por analyse, quando, sem o emprego de regra alguma, se raciocina com os dados do problema para se obter a solução do calculo proposto, e é isto o que agora temos de aprender e exercitar.

Figura 3. Trecho do livro *Arithmética Elementar Illustrada*, retirado da pág. 122, onde o autor explica sobre a *solução sintética* e a *solução analítica*.

Selecionamos um desses problemas para exemplificar tal afirmação (Trajano, p.124):

4º. Lição

22. Dividir 35 pêssegos por dois meninos, de sorte que um receba mais 9 de que o outro.
Análise: *Subtraindo 9 de 35, restam 35-9 = 26, que é a soma de dois números iguais. Dividindo 26 por 2, temos 13. Então um número é 13, e o outro 13+9=22.* Verificação: 13+22=35

Mas se resolvido através da **solução sintética**, a resposta ao problema se apresentaria do seguinte modo:

$$A = b+C$$
$$D= b-c$$
$$A+D =2b$$
$$b = \frac{A+B}{2}$$

Para que possamos compreender a influência da obra de Trajano nas instituições escolares, recorremos a Reforma Couto Ferraz (1854) e a Reforma Leôncio de Carvalho (1879) por que entendemos que alguns aspectos das duas reformas influenciaram sobre maneira na conjuntura do livro didático da época. Sabe-se que a obra do professor Trajano foi premiada no ano de 1883, isto significa 29 anos após ser decretada a lei 1331-A da reforma Couto Ferraz e 4 anos após a Reforma Leôncio de Carvalho.

Em 1854 coube ao ministro do império Luiz Pedreira Couto Ferraz a tarefa de decretar, através do número 1331-A de 17 de fevereiro, o regulamento que aprovaria a reforma do Ensino Primário e Secundário do município da corte. Tal documento era composto por cinco títulos, onde cada um deles tratava de assuntos relacionados a inspeção dos estabelecimentos públicos e particulares de instrução primária e secundária; a instrução pública secundária, do ensino particular primário e secundário e por último das faltas dos diretores de estabelecimento públicos e particulares (Saviani,2006,p.18 e 19).
No capítulo III, artigo 56 lê-se:

> *Nas escolas públicas só podem ser admitidos os livros autorizados competentemente. São garantidos prêmios aos professores que compuserem compêndios ou obras pra uso das escolas, ou os que traduzirem melhor os publicados em língua estrangeira, depois de serem adotados pelo Governo, segundo as disposições do artigo 3 do inciso 4.*

Já em 1879 o ministro Leôncio de Carvalho decreta a "Reforma Geral do Ensino" que trazia como grande objetivo, dentre outros a oficialização do método de ensino intuitivo ou lição de coisas que tinha o intuito de minimizar a ineficiência que o ensino brasileiro apresentava numa época de grandes transformações sociais e também políticas. E esse foi exatamente o ano em que foi lançado a 1ª edição do livro do Sr Trajano: *Aritmética Elementar*. Entre as determinações da reforma Leôncio Carvalho estava a oficialização do chamado método de ensino intuitivo, considerado estratégico para modernizar as velhas práticas de ensino características das vertentes pedagógicas tradicionais, marcadas pelo exercício da cópia, da repetição e da memorização. Nesse sentido, para estar em sintonia com esse ideal metodológico, os livros didáticos deveriam conter abordagens metodológicas diferentes que pudessem superar a visão instituída pelas vulgatas tradicionais. Mais precisamente, o quarto artigo do decreto previa para o currículo das escolas primárias elementares a existência de uma disciplina denominada *noções de cousas*, expressão usada na época para identificar o método de intuitivo. Ao definir o currículo previsto na formação de professores primários nas escolas normais, o artigo nono traz uma outra referência ao método intuitivo, prevendo a existência da disciplina *Prática de ensino intuitivo e lições de cousas*. Em outras palavras, a orientação pedagógica da época do lançamento da obra de Antonio Trajano consistia em aplicar o método intuitivo no ensino primário. O desafio era contemplar essa orientação em sintonia com a especificidade dos conteúdos previstos para o ensino da Aritmética (Pais, 2009).

As situações apresentadas por Trajano, em seu livro didático, evidenciam, tal influencia através de problemas, nomeados por ele por **Análise Aritmética**, e apresentam situações da vida cotidiana, como a compra de mantimentos, a construção de muros, o cálculo com salários e o atendimento aos pobres mais necessitados. Isso evidencia a interferência de uma ideologia americana caracterizada pela escola nova que começou nesse período, influenciar com força a educação brasileira.

Para Chervel (1990) a construção de uma disciplina escolar se dá, dentre outros aspectos, através das práticas docentes desenvolvidas em aula, das grandes finalidades que a constituem e da aculturação de massa por essa disciplina determinada. Diante dessa afirmação, entendemos que a prática pedagógica desenvolvida em sala de aula pelo professor, a partir das situações problemas que Trajano propõe em seu livro didático, influencia, de modo determinante, na formação do indivíduo, ao ponto , como afirma Chervel de penetrar, de moldar ou até mesmo modificar a cultura da sociedade global.

Nessa perspectiva a matemática para Trajano não se apresenta somente como uma listagem de conteúdos soltos e aleatórios. Há um critério de organização e de seleção que os constituem “pela escola, na escola, e para a escola” (Chervel). Para Chervel as grandes finalidades educacionais que constituem uma disciplina escolar, como a matemática, apresentam-se de modo implícito, cabendo uma investigação histórica onde podemos elucidar a vulgata por ela apresentada, bem como as finalidades que a constituem.

Considerações Finais

A organização didática em relação ao ensino de Matemática por Trajano utilizada foi evidenciada em suas variedades de obras difundidas no final século XIX e início do século XX. Apresentam características de modernidades consorciadas ao ensino da Escola Nova que propõem atividades relacionadas a vida prática e cotidiana da humanidade.

No entanto, porque o autor de obras premiadas e modernas, que atendeu aos preceitos sociais daquela época não teve nenhuma de suas obras adotados no Colégio D. Pedro II, que representava uma das maiores instituições desse país e por hora um tanto quanto elitizada?

Confessamos que essa foi uma questão que nos intrigou e também ainda nos intriga e para tanto recorremos ao artigo de Valente (2000), denominado “Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da República”, o que nos proporciona algumas conjecturas a respeito desse questionamento por nós realizado.

Segundo Valente (2000), Augusto Comte em 1851 publica uma relação de 150 obras divididas em 4(quatro) partes, dentre elas a parte da Ciência que sugere a Aritmética de Condorcet, a Algebra de Clairaut e a Trigonometria de Lacroix ou Legendre. Acontece que nesse período o ministro da Instrução Pública era Benjamim Constant Botelho de Magalhães, e como era adepto do positivismo de Comte apenas fez as adaptações necessárias para o currículo do Colégio D. Pedro II e desconsiderou o conteúdo do livro do professor Trajano, o que nos faz pensar que o autor não apresentava características de uma escola positivista, mas reiteramos que ainda assim em 1907 o então ministro faz devidos elogios a produção do autor, como já citamos anteriormente.

O estudo acima nos fez compreender que a obra de Trajano é um tanto quanto atual porque teve a intenção, e assim o fez, de propor caminhos inovadores para o ensino da aritmética. Numa longa trajetória histórica a obra iniciou-se no segundo reinado (1879) com uma influencia política positivista e expandiu-se com a inserção da Escola Nova, com a implantação do método intuitivo (1893).

Referências bibliográficas

ABREU, A. A. *O nacionalismo de Vargas ontem e hoje***.** In: Maria Celina Soares D'Araújo. (Org.). As Instituições Brasileiras da Era Vargas. Rio de Janeiro: EdUERJ, Ed. FGV, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação / Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática no 1º e 2º ciclos. 3ª ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.

CHEVALLARD, Ives; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep**.** *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

REZENDE, A. M. *Concepção fenomenológica da educação*. São Paulo: Cortez, 1990.

CHEVALLARD, Ives. *El análisis de las prácticas docentes em La teoria antrpológica de lo didáctico.*Vol 19, número 2, pp.221-226, 1999.

PAIS, L. C. *Aspectos do Ensino da Aritmética do Final do Século XIX: Uma análise da obra de José Theodoro de Souza Lobo* In: IX ESEM. Comunicação oral. Campo Grande, 2007.

VALENTE, W.R. *Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da República.* Caderno de Pesquisa n. 109. pp 201-121. São Paulo: 2000.

SANTOS, I.B. *O Jornal A Província de São Paulo como uma fonte para a História do Ensino de Matemática do século XIX.* São Paulo.

A DIMENSÃO DA LÍNGUA E DA LINGUAGEM NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES INDIGENAS.

Maria Aparecida Mendes de Oliveira
liamendeso@yahoo.com.br
Secretaria Estadual de Educação

Resumo

Este trabalho apresenta resultados de pesquisa concebida com o como objetivo apontar e analisar as tensões surgidas no processo de discussão do currículo que oriente a formação de professores indígenas, junto a um grupo coletivo de pesquisa-ação formado por professores indígenas (matriculados no curso) e professores não-indígenas que atuam como formadores de um curso de Licenciatura em Matemática, Guarani e Kaiowá do estado de Mato Grosso do Sul. Esta Licenciatura é uma das habilitações específicas do curso de Licenciatura Intercultural Indigena *Teko Arandu* (Viver com sabedoria) oferecido pela Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). Temamos como bases teóricas uma perspectiva critica do currículo e o campo da Etnomatemática. Destacaremos dentre as tensões que ficaram evidenciadas, a dimensão da língua e da linguagem quando se trata do ensino de matemática para estas comunidades. Observa-se que a produção de significados nos discursos das instituições escolares, que por meio da imposição da língua portuguesa, tentou ao longo do processo de escolarização dos indígenas, e ainda hoje presentes, impuseram práticas de significação da sociedade não indígena, desconsiderando as práticas de significação das sociedades indígenas.

Palavras-chave: educação indígena, etnomatemática, formação de professores.

Introdução

As relações estabelecidas, com os saberes provenientes das práticas culturais de um determinado grupo étnico, como é o caso das comunidades indígenas, e a lógica de relação com os sabres ditos legítimos, instituídos pela cultura escolar, gera tensões quando se trata da discussão de um currículo que atenda estas diferentes lógicas de saberes. Segundo Charlot (2000, p. 60), “não há saber sem relação com o saber”, estas relações se dão a partir das práticas vivenciadas pelos sujeitos de determinado grupo cultural, da relação com o “mundo no qual se vive”.

Estas tensões são criadas pela relação saber/poder. O próprio saber matemático evidencia esta relação, posto que ao tratarmos da formação de professores indígenas estes se deparam com um conhecimento, um saber produzido em um contexto cultural diferente e com outra relação com o saber. Inclusive por se tratar de um espaço tempo onde se dá um processo de educação voltado aos indígenas onde a relação saber poder.

É nessa relação que o currículo toma forma, entendendo-o como centro das atividades educacionais no interior das escolas, "o currículo constitui o núcleo do processo institucionalizado de educação" (Silva, 1995, 184). Ora, para se tratar da formação de professores indígenas é necessário pensar numa organização curricular que atenda as necessidades advindas das práticas culturais deste grupo.

Neste trabalho, registro e analiso, a partir de uma pesquisa, a experiência da discussão a respeito do currículo para o curso de Matemática de uma Licenciatura Intercultural Indígena a partir das práticas vivenciadas por um coletivo formado por professores indígenas e não-indígenas, que evidencia tensões entre as diversas formas de conceber a educação e, em conseqüência o currículo.

O desafio que se apresenta nas discussões preliminares para a elaboração de um currículo é o de estabelecer um permanente diálogo entre os diversos significados de mundo apresentados pelas instituições envolvidas neste processo, no caso a universidade e a comunidade indígena. Este desafio tem sido enfrentado por povos indígenas em todo o Brasil, juntamente com pesquisadores de diversas áreas de conhecimento.

Para o acompanhamento e a análise de um processo de elaboração de um currículo assumo uma compreensão de currículo como "cultura real que surge de uma série de processos", uma construção social, histórica e política, permeado pelas relações de poder advindos das práticas culturais.

Ao longo do trabalho de pesquisa, procuramos apontar e analisar tensões e desafios a partir das produções de um processo coletivo de **elaboração** de uma proposta curricular para um **curso de Licenciatura em Matemática, no contexto** sócio-cultural dos povos indígenas Guarani e Kaiowá de Mato Grosso do Sul, Licenciatura Intercultural Indígena– *Teko Arandu* (que na língua guarani-kaiowá significa **viver com sabedoria**). O referido curso, oferecido a partir de 2006, por meio de parceria entre a Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), Universidade Católica Dom Bosco – UCDB e Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso do Sul (SED/MS).

Neste artigo destacamos, dentre as tensões que ficaram evidenciadas, a dimensão da língua e da linguagem quando se trata do ensino de matemática para estas comunidades. Observa-se que a produção de significados nos discursos das instituições escolares, que por meio da imposição da língua portuguesa, tentou ao longo do processo de escolarização dos indígenas, e ainda hoje presentes, impuseram práticas de significação da sociedade não indígena, desconsiderando as práticas de significação das sociedades indígenas.

A dimensão da Linguagem Matemática na formação de Professores Indígenas

Segundo Silva (2006), as novas teorizações, pós-estruturalitas e pós-modernistas, modificaram as concepções sobre currículo. Neste cenário, a linguagem e o discurso começam a ganhar papel de centralidade na constituição do social. Desta forma, a cultura assim como o currículo, entendidos como práticas de significação assumem papel construído.

Não pretendemos aqui nos aprofundar numa discussão no campo da linguagem, mas apontar as tensões em torno da dimensão da língua guarani e do português que, na discussão a respeito da construção de um currículo, aparece com muita freqüência na produção de significados para a linguagem matemática. No entanto, a multiplicidade de sentido do termo linguagem nos leva a precisar o sentido que lhe estamos atribuindo.

Ao procurar as palavras língua e linguagem no dicionário encontramos as seguintes definições: O termo língua é usado para representar "um conjunto organizado de signos lingüísticos" (Abbagnano, 2007, p. 708), ou seja, "um conjunto de costumes lingüísticos que permitem a um sujeito compreender e fazer-se compreender". Ainda de acordo com esse autor, linguagem pode ser entendida como - "em geral o uso de signos intersubjetivos, que são os que possibilitam a comunicação", dessa forma a *linguagem* distingue-se da *língua*, que é um conjunto particular de signos intersubjetivos.

Ao longo da história de escolarização dos indígenas, a língua - no caso, a língua portuguesa, foi utilizada, como aquela que servia de elemento de integração para o restante do sistema social. Segundo Hall (2006, p. 40), a língua pode ser utilizada para

> [...] produzir significados apenas nos posicionando no interior das regras da língua e dos sistemas de significado de nossa cultura. A língua é um sistema social e não um sistema individual. Ela preexiste a nós. Não podemos, em qualquer sentido simples apenas expressar nossos pensamentos mais interiores e originais; significa também ativar a imensa gama de significados que já estão embutidos em nossa língua e em nossos sistemas culturais.

No sentido apontado por Hall (2006) na constituição do sujeito, a linguagem e o conhecimento estão interligados. Isso porque, segundo as considerações do autor, a língua constitui um sistema de referências sociais. E no caso do processo de escolarização dos indígenas, ainda hoje, onde a língua portuguesa, mesmo sendo segunda língua falada por eles, ainda é predominante nos currículos escolares. Isso produz, em alguns aspectos, novas linguagens.

Sobre a dificuldade com a língua, Mendes (1995, p. 18) a partir dos estudos realizados por Philips (1972), aponta que

> [...] a compreensão das crianças índias de como participar individualmente e demonstrar competência diferia consideravelmente do que era esperado na classe. Phlips (1972) acrescenta nesse trabalho que as variações culturais dos padrões sociolingüísticos, ou estruturas de participação, não são reconhecidos pelas escolas, resultando em dificuldades de aprendizagem e sentido de inferioridade nas crianças, apontando que são necessárias mudanças nas estruturas em sala de aula.

A partir de exemplos fornecidos de trabalho onde a autora faz uma comparação entre uma sala de aula com professor índio e outra com professor não-indío, Mendes (1995) mostra como "as más interpretações ocorridas no plano linguístico podem determinar falsas avaliação que comprometem a motivação e compreensão do aluno em sala de aula, tornado-se, de certa forma, um dos fatores que se relacionam ao insucesso e à evasão escolar de alunos de classes culturalmente minoritárias. As diferenças culturais de organização de fala determinam, portanto, um papel importante na aprendizagem, e na linguagem estabelecida em sala de aula pelo professor.

Os relatos dos professores, que destacamos aqui, compartilham a necessidade de se ensinar Matemática nas escolas indígenas na língua guarani, apresentando uma forte tensão entre o português dos professores que ensinam nas escolas indígenas, e não indígenas nas quais parte das crianças indígenas frequentam, e a língua guarani onde estas produzem significados próprios da cultura.

> É mais difícil de entender a explicação da professora em Português.
>
> O professor branco já traz as coisas prontas, as crianças pedem explicações em guarani, não entendem o que a professora fala. O professor chega e passa no quadro sem dizer de onde.
>
> Nossas crianças têm muito problema em entender o Português. Pretendo produzir material bilíngue.
>
> A evasão dos alunos para fora da aldeia me fez escolher a Matemática [...] temos uma necessidade muito grande de ensinar na língua.

Observamos que, em sua grande maioria, as falas indicam que os estudantes tinham dificuldade com a Matemática, às vezes relacionada à compreensão da língua portuguesa. Parte destes professores teve de cursar o Ensino Fundamental em escolas da cidade e com professores não-indígenas, enfrentando a dificuldade com a língua portuguesa do professor. Certamente, por isso, destacam a necessidade da formação de professores indígenas para trabalharem com suas crianças.

As falas aqui apresentadas revelam como os professores indígenas vivenciaram suas experiências com relação à Matemática. Faz-se necessário, portanto, algumas considerações com relação à forma como a Matemática tem sido ensinada nas escolas indígenas.

Essas considerações são elucidativas porque indicam que as práticas vinculadas no interior das escolas, além de conter uma lógica racionalista da matemática, são constituídas por idéias, valores, relações de poder regulado por uma lógica tradicional do currículo.

Quando ouvimos falar que a escola assume um papel de reprodutora das ideologias do estado, ou seja, como aparelho do estado, vimos que o currículo responde à questão que diz respeito a ajustar as crianças e os jovens à sociedade tal como ela existe, mas, a escola também pode preparar estas crianças e jovens para transformar esta sociedade, pois o papel da escola está estritamente ligado à forma como se concebe o currículo. Numa concepção tradicionalista do currículo, esta e outras questões apresentadas por Silva (2005), recebem respostas claramente conservadoras. As teorias tradicionais não se preocupavam em questionar os arranjos educacionais existentes, nem tampouco as formas dominantes do conhecimento ou a forma social dominante (SILVA, 2005).

Um pensamento que prevalece ainda hoje nos currículos escolares é o de que a Matemática se configura como uma disciplina de caráter universal e que é independente das condições sociais e culturais das comunidades com as quais se pretende ensinar.

> A matemática é, desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, as demais formas [...] a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar, de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo, como o modo de pensamento lógica racional que passou a identificar a própria espécie. (D’AMBROSIO, 1993, p. 10).

Esta forma de pensamento também leva a pensar que a aprendizagem matemática é independente da língua usada para seu ensino, que dispõe de uma língua universal e de uma escrita de tipo ideográfico cuja leitura não depende da língua em que se ensina (CAUTY, 2006, p.40). Os efeitos negativos de tal pensamento são visíveis na fala destes professores, pelas experiências que vivenciaram, e resultam na evasão escolar das crianças indígenas. Com relação a este valor universalista, ainda forte nos currículos de nossas escolas, D'Ambrósio (1993) apresenta diversas questões e uma discussão pertinente ao considerar que a disciplina Matemática está inserida nos currículos escolares que trazem, segundo o autor, implicações curriculares de alta importância. Dentre elas, pode-se destacar:

1. Por sua beleza intrínseca como construção lógica formal etc.?
2. Por sua própria universalidade?
3. Porque ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor?
4. Por ser parte integrante de nossas raízes culturais?
5. Por ser útil?

Para D'Ambrosio (1993), tais questões usadas para justificar a disciplina de Matemática nos currículos escolares não garantem esta tal universalidade, pois podem ser considerados os fatores negativos da Educação Matemática, visto que coloca em questionamento sua própria manutenção no sistema. Estas questões coadunam com os tipos de problemas apresentados pelos professores indígenas em suas experiências, tendo em vista que esta maneira de ser da Matemática traz um alto nível de reprovação e abandono da escola, uma terminalidade discriminatória, entre outras. Essas questões coadunam com o tipo de problemas enfrentados pelos professores indígenas, em suas experiências.

Disso decorre que, implicitamente, estão presentes nas preocupações destes professores as dificuldades enfrentadas por eles a partir de suas experiências com a aprendizagem de Matemática, e das dificuldades que os mesmos apontam que suas crianças enfrentam, o problema da tradução. Como traduzir definições matemáticas para o Guarani sem perder o conceito? Como compreender estes conceitos, numa língua onde é produzida uma imensa gama de significados diferentes do seu meio cultural? Como fazer a transposição dos saberes científicos para os saberes escolares respeitando os saberes próprios da cultura? Um grande desafio é aceitar as a ausência dos conceitos ou nomenclatura desta "matemática" na língua guarani para expressar conceitos em termos da matemática "padrão".

Nas falas seguintes, onde aparecem vários questionamentos por parte dos professores/estudantes indígenas, ficam ainda mais evidentes os problemas com a linguagem e a forma como os conteúdos matemáticos são vistos por estes professores, e suas concepções a respeito de como enxergam o conhecimento matemático.

> Só os matemáticos é que conseguiram decifrar? Ou seja, existiam pessoas, especialistas para decifrar códigos? Por que a linguagem matemática se universalizou?
>
> Será que os indígenas não tinham seus símbolos próprios, e se apropriaram de um outro modo de registro?
>
> Como trabalhar a sistematização da matemática através da linguagem? Na nossa cabeça, a matemática era só número. Como pensar a matemática e ensiná-la como uma linguagem?

Os professores indígenas falam da necessidade de formação de professores para atuarem nas séries finais do ensino fundamental, bem como no ensino médio, nas escolas indígenas, para que suas crianças não tenham necessidade de irem estudar fora da aldeia. Observam que, como têm como primeira língua o Guarani, as crianças indígenas encontram dificuldades em compreender o português dos professores não-indígenas.

Sugerem que, como agentes de uma Educação Intercultural Bilíngue, conscientes ou não, o conhecimento matemático precisa ser elevado, pelas diversas razões aqui apresentadas, levando-se em consideração que os Guarani e Kaiowá apresentam uma visão mais holística com relação ao saber matemático, ou seja, ligada às experiências, objetivos e valores da sociedade, ligados as suas raízes.

A necessidade do desenvolvimento de uma cultura matemática, opção feita nos países desenvolvidos, começa a se tornar atualmente, também, uma preocupação dos povos indígenas da América Latina e, mais especificamente, aqui dos Guarani e Kaiowá. Segundo Cauty (2006), a história lembra que estas opções são, muitas vezes, o resultado de uma luta pela independência, uma luta dirigida especialmente contra a escola colonial que, como podemos perceber na fala destes professores, impôs programas, língua de ensino e valores.

Assim, a atividade matemática que se desenvolveu em todo mundo, acompanhando a difusão de culturas industriais intimamente ligadas ao desenvolvimento das ciências e das técnicas, chegou agora até ao mais recôndito dos territórios. Os professores indígenas parecem perceber esta forma de organização da matemática.

"A matemática está em toda parte mesmo não aparecendo". Aqui o acadêmico continuou sua fala fazendo uma relação com a aula anterior, que foi sobre o estudo do corpo.

> Onde a Matemática aparece no corpo? [...] Como a Matemática faz leitura do corpo? Talvez quantificando. A Matemática é tudo materializada, exemplo, nosso corpo é materializado, e vamos transformar em números. Os brancos mostram os números primeiro depois passam à materialização.

É interessante observar, a respeito desta fala, a maneira como foi operado na História o desenvolvimento da linguagem matemática. Neste sentido, Vergani (2002) nos mostra a forte relação entre o corpo e a quantificação. Os homens começaram por referir ao corpo às memórias numéricas que seus sentidos apreendiam, assim como a *consciência de paridade*, *de simetria*, a utilização de mãos e pés para *memorizar/comunicar* registros numéricos. (VERGANI, 2002, p. 25, grifos da autora).

Vergani (2002) destaca ainda que diferentes partes do corpo foram utilizadas para representar datas/tempo, a partir da contagem numérica. Dessa forma, esta relação da Matemática e linguagem com o corpo, como percebida por este professor, parte de uma forte relação visual, e o corpo serviu como suporte para o desenvolvimento de uma linguagem matemática.

A escrita da Matemática teve influências históricas. O homem, ao longo de sua vivência, construiu a sua linguagem e construiu seus conhecimentos através de suas necessidades de contagem, registros, entre outras. As civilizações vão se desenvolvendo de modo a irem criando maneiras matemáticas de expressarem os registros numéricos, por exemplo, de uma quantidade. Assim, percebemos que a linguagem interfere na forma como nós nos organizamos.

Como constatamos nas falas anteriores, a questão da linguagem, que implica, a nosso ver na tradução, talvez seja uma das questões mais centrais discussões do currículo, tendo como referência uma Educação Intercultural Bilíngue. Na busca de refletirmos mais profundamente sobre esta questão, propusemos no segundo encontro um debate mais aprofundado.

Continuando o debate entre linguagem e Matemática, realizamos um diálogo coletivo onde, neste encontro, foi trazido para reflexão “como as diferentes civilizações foram desenvolvendo a escrita numérica”. Apresentamos a numeração Maia, “números cabeça”, para ilustrar as diferentes linguagens pela qual a Matemática se manifesta nas diversas culturas, esclarecendo como nas primeiras formas de linguagem dos Maias aparecem formas do corpo. Outra ilustração feita foi referente à outra forma de registro, como os Quipos-(nós).

Em meio a estas reflexões, os professores indígenas trouxeram alguns questionamentos com relação à como tais afirmações sobre esses códigos e a relação desses com a Matemática.

> A maneiras de medir dentro da aldeia é diferente do que é proposto na matemática, qual é o mais válido? Como estabelecer esta relação? O que ensinar na escola?

Essas questões nos remetem à organização do currículo para a formação de professores e a ser desenvolvido nas escolas indígenas Guarani e Kaiowá. Segundo Cauty (2006), “compreender que a independência em relação às línguas, notações e representações não é nem absoluta nem dada primordialmente, mas relativa e adquirida no curso da História, a história individual da aprendizagem de cada um e a história coletiva milenar da disciplina” (CAUTY, 2006, p.61). Os conceitos e as definições matemáticas estão condicionados a uma prática. As noções matemáticas existem na medida em que estão relacionadas a problemas que dão sentido a ela.

Considerações Finais

As análises apresentadas até então remetem inicialmente a uma situação onde está envolvida a dimensão das línguas Guarani e Português na construção do currículo de Matemática em um curso intercultural. A questão da língua é uma condição necessária para a consideração da especificidade dos conceitos científicos envolvidos, estabelecidos por uma linguagem própria como é o caso da Matemática, e para a condução das operações de aproximação (ou de tradução) das representações dos conteúdos nas duas culturas e nas duas línguas em questão.

Particularmente, com relação ao currículo de **M**atemática, parece que há duas ordens de problemas: **uma**, o currículo da escola comum, tradicional, que acaba sendo visto como o padrão a ser seguido nas escolas indígenas; **outra**, a Matemática ensinada nas escolas indígenas, é aquela derivada do desenvolvimento da racionalidade científica ocidental, com os modelos de produção da verdade, com as transformações internas decorrentes do desenvolvimento da técnica e da ciência que, segundo Chauí (1990), se tornou hegemônica, objeto de consenso, interiorizada e invisível como o ar que respiramos.

Esta situação vivenciada por este grupo, professores indígenas e professores formadores, pode contribuir para ampliar a experiência humana precedente, organizando sistematicamente o ideal matemático de experimentar a cada dia os meios para fazer com que os conteúdos possam ser experimentados, "traduzidos", expressos em diversas linguagens e também escritos de maneiras diferentes e em diferentes sistemas de escrita.

Referencias Bibliográficas

_____. **EtnoMatemática***:* arte ou técnica de explicar e conhecer. 4 ed. São Paulo: Ática, 1998.

_____. **O currículo como fetiche:** a poética e a política do texto curricular. 1 ed., 3. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

CAUTY. André. Matemática e linguagens: como continuar sendo ameríndio e aprender a Matemática necessária hoje e amanhã? In **Pluralidade e aprendizagem da Matemática na América Latina**: experiências e desafios. LIZARZABURU, A. E., SOTO, S.G &. cols Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artemed, 2006.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber:** elementos para uma teoria. Trad. Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Medicas, 2000.

D'AMBROSIO, U. **Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

HALL, Stuart. **A identidade cultural na pós-modernidade**. Trd. Tomaz Tadeu da Silva, Guaracira Lopes Louro. 11 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

MENDES, Jackeline Rodrigues. Ler, escrever e contar: **Práticas de numeramento-letramento dos Kaiabi no contexto de formação de professores índios no Parque Indígena do Xingu**. IEL-UNICAMPI, 2001. Tese de Doutorado.

SILVA, Tomas Tadeu e MOREIRA, Antonio Flávio (orgs). **Territórios contestados:** o currículo e os novos mapas políticos e culturais. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

SILVA, Tomas Tadeu. **Documentos de Identidade:** uma introdução as teorias do currículo. 2. ed., 9. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

VERGANI, Teresa. **Matemática e linguagem(s):** olhares interactivos e transculturais. Lisboa: Padora, 2002.

A UTILIZAÇÃO DO ESCALONAMENTO NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

Aparecida Santana Chiari[1]

José Luiz Magalhães de Freitas

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este artigo refere-se a uma pesquisa, em nível de Mestrado, que tem por objetivo investigar a utilização do escalonamento na resolução de sistemas lineares por alunos do segundo ano do Ensino Médio. Os dados utilizados serão coletados a partir da observação de situações de estudo e da análise da produção de alunos que atuarão sobre uma sequência didática que está sendo elaborada e analisada. O referencial teórico para análise é a Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau, e no que concerne à parte metodológica nos inspiramos na Engenharia Didática para materializar a pesquisa. Como resultado, esperamos que nossa sequência atinja o objetivo de identificar e analisar alguns possíveis entraves e superações pelos alunos participantes do projeto de pesquisa, bem como promover aprendizagens referentes a esse.

Palavras-chave: Educação Matemática. Aprendizagem. Escalonamento.

Introdução e Justificativas

O ensino de matemática nas escolas, não raro, segundo Pantoja (2008), tem provocado nos estudantes aversão quanto ao estudo dos saberes inerentes à ciência matemática. Isso pode, claramente, influenciar o desempenho dos alunos. Provas como o SAEB, ENEM, PISA etc. podem comprovar essa afirmação. Segundo o site do INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, o último PISA, Programa Internacional de Avaliação de Alunos, constatou que o Brasil encontra-se em 54º lugar em conhecimento matemático num ranking de 57 países.

Nesse sentido, iniciamos uma investigação de dificuldades e sucessos dos alunos diante de uma sequência de atividades sobre um conteúdo matemático específico que, no nosso caso, trata-se de Sistemas de Equações Lineares, o qual é abordado, normalmente, no segundo ano do Ensino Médio.

Vale destacar, já que mencionamos o Ensino Médio, que esta etapa da educação básica foi escolhida, como recorte para esta pesquisa, pelo fato de haver um número muito menor de livros didáticos para o Ensino Médio que exploram ou propõem atividades que envolvam diferentes contextos e abordagens do que livros destinados ao Ensino Fundamental. Segundo Lima (2001), o livro didático é, na maioria dos casos, a única fonte de referência com que

[1] Pesquisa financiada pela CAPES

conta o professor para organizar suas aulas, e, até mesmo, para firmar seus conhecimentos e dosar a apresentação que fará em classe.

Na busca de justificativas para as dificuldades encontradas pelos alunos com relação ao tema matemático escolhido, nossas experiências pessoais, como Professora de Matemática, começaram a se confirmar. Falando em primeiro lugar do tema amplo, a álgebra, Kieran apud Jamal (2004) sugere que três fatores são potenciais contribuintes para as dificuldades que o estudante tem em aprender álgebra: aprendizagem, ensino e conteúdo, entretanto não nos detalharemos nesses fatores por não ser o objetivo deste texto.

No que concerne ao conteúdo matemático, optamos por sistemas de equações lineares pelo fato de, entre outros fatores, constituir uma importante aplicação à área computacional, que está em evidência no momento. Além disso, esse assunto acompanhou o desenvolvimento da humanidade, instigando matemáticos a criarem métodos para resolvê-los, como aponta Luccas (2004). De acordo com essa autora, foram encontrados e analisados dois registros de 300 e 200 anos antes de Cristo em que já apareciam problemas matemáticos nos quais algumas sentenças são revertidas por meio de linguagem simbólica matemática em equações. Esse assunto, hoje, é conhecido como Sistema de Equações Lineares.

Deste trecho do trabalho acima citado, acreditamos que venha mais uma justificativa da pertinência e importância do assunto matemático escolhido para a pesquisa e, de uma forma mais geral, para o homem, que desde tempos muito remotos já investigava métodos de resolução de sistemas lineares.

Voltando nossas atenções agora para as dificuldades dos alunos referentes ao tema matemático específico do trabalho, Herrero, *apud* Pantoja (2008), apontou algumas dificuldades que os alunos apresentam quando estudam Sistemas Lineares:

> - Dificuldades em usar operações aritméticas elementares para resolver problemas verbais envolvendo Equações e Sistemas de Equações;
> - Dificuldade em converter a linguagem escrita para uma linguagem matemática;
> - Os alunos não costumam verificar as respostas encontradas durante o processo de resolução dos Sistemas e, por isso, não têm clareza do que elas representam.
>
> (p. 19)

Para a autora, essas dificuldades apresentam diversas origens, dentre as quais destaca a complexidade matemática segundo a qual são tratados os elementos básicos que são usados para resolver os Sistemas Lineares, a forma abstrata como o conceito de sistemas lineares é trabalhado aliada à não interpretação do significado das soluções encontradas pelos alunos e à ruptura entre o pensamento aritmético e algébrico empregado no ensino de sistemas, além de outras mais.

São conhecidos alguns métodos de resolução de sistemas lineares, conforme Battagioli (2008), dentre os quais podemos citar o da adição, eliminação de Gauss, conhecido por método do escalonamento, substituição, regra de Cramer, que utiliza determinantes, entre outros. Sobre isso, Pantoja (2008) afirma que:

> o estudo de sistemas no ensino básico e mais precisamente no ensino médio se restringe ao emprego de técnicas oriundas do estudo prévio de matrizes sem conexão com as técnicas estudadas no ensino fundamental, quebrando a seqüência desejável de construção do conhecimento matemático.
>
> (p. 18)

Assim, entendemos que o Ensino Médio prioriza essencialmente a Regra de Cramer como método de resolução de sistemas lineares. Este fato se confirma por meio do que observamos em nosso início de análise de livros didáticos, percebendo a ênfase que é dada a esta regra, deixando o escalonamento, por exemplo, normalmente para o final do capítulo que contempla este conteúdo ou, às vezes, nem o mencionando.

Todavia, no desenvolvimento histórico deste conteúdo, sistemas lineares eram resolvidos sem ao menos mencionar-se os conceitos relacionados a determinantes. Segundo Iezzi, *apud* Battaglioli (2008), provavelmente os chineses foram os primeiros a resolver um sistema linear de forma sistemática, por volta do século III a.C. Mas, segundo Battaglioli (2008), foi somente em 1683 que a ideia de determinante veio à luz, num manuscrito do japonês Kowa, considerado o maior matemático japonês do século XVII.

Dentre as técnicas de resolução, nossa pesquisa terá como foco o uso do escalonamento. Vemos esse método como procedimento eficaz, que resolve todo tipo de sistema linear, o que não acontece com a regra de Cramer, por exemplo, que pode ser aplicada somente para os casos em que a matriz associada ao sistema linear é quadrada e seu determinante diferente de zero.

Com relação a isso, Lima (2001) afirma que

> os determinantes ocorreram historicamente como um instrumento para resolver sistemas de equações lineares [...]. Entretanto, há séculos já se sabe que, como processo de cálculo, os determinantes são extremamente ineficazes [...]. Para dar uma idéia da situação, imaginemos um computador [...] capaz de efetuar um milhão de multiplicações ou divisões por segundo [...]. Se tivéssemos um sistema (linear) 20x20, a Regra de Cramer requereria 2 milhões, 745 mil e 140 anos para obter a solução! O método de escalonamento usaria apenas 6 milésimos de segundo para resolver o sistema.
>
> (p. 27)

Esta afirmação aponta para as potencialidades do escalonamento, que é computacionalmente mais rápido e, de uma maneira geral, mais eficaz e mais abrangente.

Objetivos

Com base nessas justificativas, e por acreditarmos que o conhecimento não é algo pronto que possa ser repassado, mas sim dinâmico, que está em construção, e que, além disso, essa construção é um processo que deve ser realizado principalmente pelo aluno, onde o professor tem o papel importante, mas não principal, de mediar essa construção e propor situações que favoreçam que isso aconteça, nos questionamos sobre **quais situações podem contribuir para que os alunos construam o processo do escalonamento visando a resolução de sistemas lineares.** Ou seja, como esse processo pode ser construído, pelos alunos, por meio da exploração de situações que envolvam esse conteúdo matemático?

Com a finalidade de encontrar resposta para nossa questão norteadora, e ainda com base nas justificativas apresentadas, fomos levados a definir o seguinte objetivo geral de pesquisa: **investigar o uso do escalonamento na resolução de sistemas lineares por alunos do ensino médio**.

Em consequência, para responder o objetivo geral, elencamos três objetivos específicos. Em primeiro lugar, pretendemos **identificar e analisar estratégias utilizadas pelos alunos para resolver sistemas lineares**, pois acreditamos ser necessário conhecer o que os alunos sabem e, a partir disso, propor atividades que permitam que eles construam novos conceitos e os incorporem ao seu conhecimento prévio; dessa forma, acreditamos reduzir o risco de que eles apenas reproduzam uma técnica sem entender os procedimentos que efetuam.

Em segundo lugar, pretendemos **investigar a elaboração das transformações elementares para a obtenção de sistemas lineares equivalentes por alunos do ensino médio**, pois queremos descobrir se os alunos compreendem que as transformações elementares transformam os sistemas em outros equivalentes, não alterando, dessa forma, a solução. De posse dessa compreensão, conjecturamos que os alunos sejam capazes de utilizar as transformações elementares visando o escalonamento do sistema linear.

Em terceiro lugar, pretendemos **analisar dificuldades e superações encontradas pelos alunos no uso das transformações elementares para resolver sistemas lineares**. Temos como hipótese de pesquisa que, sabendo utilizar adequadamente as transformações elementares, os alunos serão capazes de elaborar o processo de escalonamento a fim de obter sistemas lineares equivalentes aos propostos, entretanto na forma escalonada, cuja resolução é trivial. É esperado que à medida que esse processo vai sendo construído, os alunos passarão por fases de erros e superações e, a partir da análise dos mesmos, seremos capazes de verificar se ocorreram aprendizagens referentes a esse conteúdo matemático.

Referencial Teórico-Metodológico

Para responder os objetivos específicos e, por conseguinte, o objetivo geral, nos apoiaremos nas ideias e conceitos da Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau. Segundo Freitas (2008), essa teoria trata de formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem da Matemática.

O autor ainda coloca que, segundo essa concepção, o professor deve efetuar não a simples comunicação de um conhecimento, mas devolução de um bom problema. Entendemos por devolução o ato dos alunos aceitarem "entrar no jogo", ou seja, tomarem o problema proposto pelo professor como se fosse um desafio pessoal.

Garantida a devolução, os alunos passam por algumas etapas que constituem as situações adidáticas. Vale ressaltar que essas etapas não estão separadas de forma clara, o que se observa são momentos em que uma ou outra etapa se evidencia e o que está sistematizado neste texto não acontece seguindo a mesma ordem de apresentação nem de separação.

Brousseau (2008) afirma que uma situação didática é entendida como o entorno do aluno, que inclui tudo o que especificamente colabora no componente matemático de sua formação.

Como parte integrante da situação didática, destacamos as situações adidáticas, que são aquelas em que a intenção de ensinar não é revelada ao aluno. Segundo Freitas (2008), o professor prepara, organiza a situação e tem o controle sobre o andamento dela, não do saber, para que os alunos possam vivenciá-la como se fossem pesquisadores que buscam a solução sem a ajuda do mestre.

É importante mencionar as situações de ação, formulação e validação que são tipos de situações ou fases adidáticas. Entendemos que na fase de ação o aluno irá se familiarizar com a situação proposta e que ainda não possua nenhuma conjectura ou formulação quanto às possíveis formas de resolução, entretanto esta fase deve possibilitar que o aluno busque sua solução sem a intervenção do professor.

Na fase de formulação, o aluno troca informações com outros colegas e começa a estruturar regras, novas ou não, que utilizou para resolver o problema. Ele apresenta alguns modelos teóricos mais elaborados que na fase de ação, utilizando, para se comunicar, uma linguagem clara para todos. Além disso, faz determinadas afirmações sobre sua ação, mas sem a intenção, ainda, de que essas afirmações tenham validade em casos gerais.

Na fase de validação, o aluno tenta provar o que afirmou ou conjecturou na fase de formulação, ou seja, deve mostrar que seu modelo é válido, submetendo-o à apreciação de um interlocutor. Ele justifica as razões pelas quais construiu tal modelo e apresenta uma validação para a mesma. O ouvinte pode pedir mais explicações ou rejeitar outras com as quais discorda e dessa forma, o debate serve como meio de estabelecer provas ou descartá-las.

Finalmente, na fase de institucionalização, que não é adidática, o professor volta à cena para oficializar o saber matemático em questão. Ele institucionaliza as novas regras e sistematiza o que os alunos já formularam. Isso é necessário para que o aluno reconheça o conhecimento matemático ali presente como um saber novo, aceito culturalmente. Aqui os protagonistas do processo são ambos, aluno e professor, diferente das outras fases (adidáticas) em que o aluno era o ator principal.

Para garantir a devolução e o aparecimento de situações adidáticas, iremos propor aos alunos algumas situações-problema envolvendo sistemas lineares para que eles interajam e formulem respostas aos nossos questionamentos. Trabalharemos para que essas situações tenham ligação com contextos familiares para os alunos, com o objetivo de que ele “entre no jogo”. Com a finalidade de estruturar um modelo para apresentação dessas situações, tomaremos como inspiração elementos e conceitos da Engenharia Didática, metodologia de pesquisa que consiste em um processo empírico, no sentido que deve extrair os dados da realidade e os comparar às hipóteses levantadas no início do trabalho, conforme Machado (2008).

Nesse sentido, uma de nossas hipóteses é a de que os alunos são capazes de construir o processo do escalonamento à medida que interagem com situações elaboradas nos preceitos da teoria escolhida e propostas com esse objetivo.

Segundo Machado (2008), essa metodologia se constituiu com a finalidade de analisar as situações didáticas e, portanto, se insere nesse quadro teórico da Didática da Matemática. Distinguimos quatro fases da Engenharia Didática, a saber: análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação.

Nas análises preliminares, ou análises prévias, buscamos identificar ~~os~~ problemas de ensino e aprendizagem de Álgebra e, em particular, de Sistemas Lineares e esboçar, sempre justificando cada escolha, a estrutura da pesquisa. Dentro das análises preliminares, podemos destacar alguns procedimentos que serão acatados.

Em primeiro lugar, estudamos a organização matemática da álgebra e de seu subtópico que mais nos interessa, os sistemas lineares. Tentamos entender a evolução histórica do mesmo, sua estrutura e suas funcionalidades matemáticas, sempre considerando os objetivos específicos de nossa pesquisa.

Em segundo lugar, analisamos a organização didática de nosso conteúdo, levantando o que os documentos oficiais sugerem sobre o conteúdo em questão, estudando a evolução do tratamento dado ao conceito de sistemas lineares, analisando livros didáticos e destacando variáveis didáticas que o autor levou em consideração. Entendemos por variável didática tudo que está sob o controle do professor e que pode alterar as estratégias com as quais o aluno resolve as situações-problema propostas.

Procuramos, ainda, referências bibliográficas sobre os fatores que interferem no processo de ensino e de aprendizagem de álgebra, particularmente de sistemas lineares (artigos, teses, dissertações etc.). Na realidade, já nos encontramos nessa fase e iniciamos essas análises e estudos, entretanto esse processo é extremamente dinâmico e continuará durante todas as etapas da pesquisa.

A fase de concepção e análise *a priori* caracteriza-se, inicialmente, pela construção de uma sequência de situações-problema que serão aplicadas com os alunos participantes a fim de responder ao problema da pesquisa e validar as hipóteses levantadas nas análises preliminares. Também já estamos trabalhando na construção dessa sequência.

Além disso, identificamos algumas variáveis didáticas que iremos considerar. Na análise *a priori*, devemos mostrar como as variáveis em jogo podem alterar o comportamento dos alunos.

A experimentação é a fase em que colocamos em prática as situações-problema construídas na análise a priori e retornamos a ela sempre que necessário, para corrigir e complementar o que foi elaborado previamente.

A fase de análise *a posteriori* e validação caracteriza-se pelo tratamento dos dados colhidos na experimentação e da produção dos alunos dentro ou fora da sala de aula, com os quais se faz uma validação, ou não, das hipóteses levantadas no início do trabalho. Tal validação é feita pela confrontação, a partir desses dados, das análises *a priori* e *a posteriori*.

Resultados Esperados

Neste trabalho apresentamos nossas justificativas para a escolha do objeto de estudo aqui exposto, os objetivos geral e específicos, com base em algumas leituras feitas e tratamos dos referenciais teórico e metodológico que estão sendo utilizados. Neste momento, estamos em fase de escolha do local para a aplicação da sequência didática que estamos construindo e analisando.

Concluindo, esperamos que nosso objetivo seja atingido, ou seja, que a experimentação que pretendemos realizar promova a aprendizagem de elementos importantes desse conteúdo por alunos participantes do projeto. Além disso, esperamos que a sequência possa servir de subsídio para outros professores de Matemática que atuam no Ensino Médio, contribuindo como mais uma fonte para a elaboração de seus planos de aula.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M. Engenharia Didáctica. In: BRUN, J. (org). *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BATTAGLIOLI, C.S.M. *Sistemas Lineares na Segunda Série do Ensino Médio: Um olhar sobre os Livros Didáticos.* 2008. 114p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - PUC, São Paulo.

BRASIL (País), Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL (País), Secretaria de Educação Básica. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.* Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas. Conteúdos e métodos de ensino.* São Paulo: Ática, 2008.

FREITAS, J.L.M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2008. p. 77-112.

JAMAL, R.M. *Álgebra na Educação Básica: as Múltiplas Sinalizações do que se Espera que Devem Saber os Alunos*. 2004. 142 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC – SP, São Paulo.

LIMA, E.L, ed. Exame de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro: VITAE/IMPA/SBM, 2001.

LUCAS, S. *Abordagem histórico-filosófica na educação matemática: Apresentação de uma proposta pedagógica.* 2004. 222p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - UEL, Londrina.

MACHADO, S.D.A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) *Educação Matemática: uma (Nova) Introdução*. São Paulo: EDUC, 2008. p. 233-248.

PANTOJA, L.F.L. *A conversão de Registros de Representações Semióticas no Estudo de Sistemas de Equações Algébricas Lineares*. 2008. 105p. Dissertação de Mestrado do em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica – Universidade Federal do Pará, Belém.

www.inep.gov.br, acessado em 20/09/2009.

PROCESSO SELETIVO PARA O ENSINO SUPERIOR: ANÁLISE DE MUDANÇAS NAS PROVAS DE MATEMÁTICA

Pedro Hiane

José Luiz de Freitas Magalhães

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Este artigo refere-se à pesquisa do mestrado em Educação Matemática da UFMS, em andamento, cujo objetivo é analisar transformações que vêm ocorrendo nos exames vestibulares de Matemática. Estamos analisando como se deu a evolução histórica dos conteúdos de porcentagem, análise de gráficos e tabelas dos processos seletivos no Brasil, principalmente na UFMS e no ENEM, a partir da análise de diferentes tipos de questões aplicadas nas provas. Baseado na Teoria da Transposição Didática de Chevallard e na noção de Vulgata de Chervel, tentaremos identificar e analisar documentos históricos, fontes primárias como leis, decretos, resoluções, relatórios ministeriais, Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), Fundamentação Teórico-Metodológica do Exame Nacional do Ensino Médio, Matriz de Referência para o ENEM 2009, Orientações Curriculares para o Ensino Médio, conteúdo programático do vestibular da UFMS (2009), questões de Matemática dos vestibulares e do ENEM, avaliações do ENEM e provas do processo seletivo que tratavam do conteúdo de Matemática para o ingresso no ensino superior. Em nossa análise preliminar desses documentos verificamos a existência de algumas diferenças entre essas orientações nacionais e também as propostas pelo PCNEM em comparação com a matriz de referência do novo ENEM 2009 e do conteúdo programático do vestibular da UFMS. Verificamos também, uma evolução nos diferentes tipos de questões de porcentagem, análise de gráficos e tabelas nas provas analisadas. Essas diferenças poderão nortear o surgimento de novas concepções no ensino de Matemática para esse nível escolar. Diante disso, professores, autores de livros didáticos, gestores em educação, entre outros, interessados no ensino de Matemática, deverão se dedicar à construção de um currículo de Matemática a ser colocado em ação, em busca de uma formação matemática que atenda a todas essas orientações e aos anseios das instituições escolares. Essas mudanças poderão induzir o surgimento de uma nova vulgata.

PALAVRAS-CHAVE: ENEM. Vestibulares. Matemática.

1. Considerações iniciais

Neste artigo, visamos apresentar uma pesquisa do mestrado em Educação Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), em andamento, cujo objetivo é analisar transformações que vêm ocorrendo nos exames vestibulares de Matemática onde propomos examinar questões de porcentagem, análise de gráficos e tabelas, aplicadas nos vestibulares, principalmente no vestibular da UFMS e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Estamos analisando como se deu a evolução histórica dos conteúdos de porcentagem, análise de gráficos e tabelas dos processos seletivos, a partir da análise de diferentes tipos de questões aplicadas nas provas. O objetivo principal da pesquisa é identificar e analisar algumas mudanças nos exames vestibulares, particularmente com relação ao novo ENEM. Também pretendemos estudar as orientações curriculares e definições de conteúdos programáticos de Matemática para o Ensino Médio diante do ENEM. Acreditamos que podem existir algumas incongruências entre as orientações curriculares nacionais e as propostas pelo PCNEM em comparação com o ENEM 2009 e o conteúdo programático de vestibulares das Universidades. Essas diferenças poderão induzir o surgimento de novas concepções de ensino e aprendizagem de Matemática para esse nível de escolaridade. Acreditamos que essas mudanças de orientações no processo seletivo podem causar impacto sobre o ensino da Matemática constituindo períodos de turbulências e indefinições. Em nossa vivência profissional, atuando como professor desse nível de escolaridade, podemos verificar esse fato com muita clareza, tanto nas salas de aulas quanto em diálogos travados com os professores de matemática.

Após analisar as questões de Matemática das provas anteriores do ENEM e dos vestibulares da UFMS, observamos muitos questionamentos e dúvidas em como ensinar Matemática, a partir dessa nova proposta do MEC. Com a nova proposta do ENEM, a matemática passa a ter um *status* privilegiado com relação às demais disciplinas, pois até o momento, nas provas do ENEM e dos vestibulares da UFMS, estudar Matemática no Ensino Médio não era uma prioridade para os alunos que tinham como meta obter “resultados” no exame vestibular e prestariam esse exame para as áreas biológicas ou humanas. A prova do ENEM era composta de uma parte objetiva e uma redação. Para a parte objetiva da prova, composta de 63 questões, atribuía-se uma nota de 0 a 100 pontos e, para a redação, também contava-se com uma nota de 0 a 100 pontos. Por que esse aluno estudaria Matemática, se dentre essas 63 questões, em média por prova, eram cobradas apenas 5 questões contextualizadas de Matemática, enquanto que só a redação valia 100 pontos? O mesmo estava acontecendo com o vestibular da UFMS, onde as provas do processo seletivo eram realizadas em duas etapas e por área de conhecimento. Portanto, este vestibular não era muito diferente, apenas variavam o número de questões e o sistema de pontuação.

Como observamos anteriormente, algumas incongruências podem gerar dúvidas e incertezas quanto aos conteúdos matemáticos a serem estudados no Ensino Médio. Nossa pesquisa investigará alguns indícios de mudanças sugeridos por essas propostas, que interferem na construção de propostas curriculares para as escolas.

Podemos citar como exemplo de incompatibilidade o conteúdo de números complexos. Neste caso, o professor não precisaria abordar números complexos, pois esse conteúdo não consta na matriz de referência da nova proposta do ENEM. Entretanto, no vestibular da UFMS, esse conteúdo é cobrado na prova, pois nas Orientações Curriculares do Ensino Médio temos que:

> Os números complexos devem ser apresentados como uma histórica necessidade de ampliação do conjunto de soluções de uma equação, tomando-se, para isso, uma equação bem simples, a saber, $x^2 + 1 = 0$. (p. 71).

Entretanto, avaliamos que uma pesquisa, visando identificar e analisar as causas dessas diferenças de orientações, exigiria mais tempo que o previsto para a realização deste trabalho de mestrado. Além disso, os resultados poderiam interpretados como denúncia em relação às avaliações propostas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais (INEP) e levar a concluir, por exemplo, que as decisões em relação às políticas para educação são tomadas utilizando-se como critério apenas das avaliações.

2. Histórico do Vestibular no Brasil

Para entender melhor o processo seletivo para o estudante ingressar no Ensino Superior, hoje denominado *vestibular*, apresentamos a seguir um breve histórico desse tipo de avaliação que, no passado, foi chamado de *exames parcelados, exames de preparatórios e exames de madureza*. Em 1827, o Imperador Dom Pedro I criou os Cursos Jurídicos em São Paulo - SP e Olinda - PE. Nesse período, para que o estudante ingressasse nas faculdades, era necessário realizar provas escritas e orais, denominadas exames parcelados. Cada faculdade selecionava os “pontos” a serem estudados pelos candidatos, dentro do conjunto de disciplinas. Um a um, os exames deveriam ser completados. A cada um deles, um certificado. De posse do conjunto de certificados, que atestavam a conclusão das disciplinas, o candidato ganhava o direito de matrícula no Ensino Superior.

Com a implantação do Colégio Pedro II, em 1838, na cidade do Rio de Janeiro - RJ, o aluno que terminasse os estudos obteria o Diploma de Bacharel de Letras. Com o diploma, o estudante não precisava fazer os exames parcelados para entrar nas academias do Império. Os alunos dessa época tinham duas opções de ingressar no Ensino Superior: o Ensino Secundário seriado e os exames parcelados. O Ensino Secundário seriado, que não se difundia nessa época, pois os alunos demoravam mais tempo para concluir esta modalidade de ensino em comparação com realizar os exames parcelados, que eram mais rápidos que o da seriação escolar secundária. Desta forma, após obter o resultado positivo dos parcelados, os alunos acabavam por abandonar o Secundário para ~~se~~ inscreverem no Superior.

Para se entender o que eram, naquela época, os exames parcelados e os abusos e escândalos a que davam margem, basta ler o que escrevia, em 1839, o Ministro do Império no seu relatório às Câmaras: *não fixando os estatutos das nossas Faculdades de Direito, o tempo em que os alunos devem frequentar cada uma das aulas preparatórias dos Cursos Jurídicos para poderem ser admitidos a exame, está sendo muito pouco, pois temos observado que vários candidatos , no período de 2 meses, têm eliminado mais de três exames parcelados.* No relatório ministerial, Dunshee de Abranches escreve: *"a iniciativa particular conseguia, às vezes, certas vantagens em algumas das denominadas aulas avulsas, espalhadas por todos os recantos da cidade do Rio de Janeiro, à guisa de mercearias em que se vendiam exames a retalho aos candidatos à matrícula nas Faculdades do Império".*

Com a reforma de 1854, baixada pelo ministro Couto Ferraz, regulamenta-se, com todas as cautelas e providências do mais meditado rigor, os *exames de preparatórios.* Assim é que a comissão de exames, apesar de mais indulgente que severa, viu-se na dolorosa necessidade de reprovar 38 dos 48 candidatos que foram arguidos com 151 inscritos. Antes dessa reforma, a aprovação era de quase o total dos inscritos. Em vez de melhorar, o ensino secundário não tardaria a voltar aos dias calamitosos antes da reforma de 1854, pois para alguns dirigentes da época, esse alto índice de reprovação era sinal da má qualidade de ensino e não da rigidez imposta pelos exames. Em 1870, sem um motivo de ordem superior nem justificativa, eram abolidas as comissões do governo junto às mesas julgadoras. Permitindo a abertura de mesas de preparatórios em todas as províncias, tais como: Piauí, Sergipe, Rio Grande do Norte e Espírito Santo. De acordo com o relatório ministerial, nessas províncias compravam-se às escancaras, certificados de aprovações, atraindo de todo país uma verdadeira imigração de estudantes, que assim conquistavam, em poucos meses, todos os documentos exigidos para a matrícula nas Faculdades. No Rio Grande do Norte e em Sergipe, ocorreram irregularidades a ponto de ser necessário suspender os exames nestes locais.

Em 1890, com a reforma Benjamin Constant, aboliram-se os exames parcelados e estabeleceu-se o curso seriado integral no Ensino Secundário (hoje parte do Ensino Fundamental e o Ensino Médio). Foram criados os exames de madureza no lugar dos exames parcelados. Este fato provocou reclamações e protestos de inúmeros estudantes, que se consideravam prejudicados por essa medida. Convencido dos obstáculos que designara aos candidatos à matrícula nos cursos superiores, obrigando os estudantes a irem ao Rio de Janeiro e exibirem as suas habilitações nos estudos secundários, o novo governo decretou algumas concessões para que os alunos continuassem a prestar os exames parcelados.

Em 1915, com a reforma Carlos Maximiliano, surge pela primeira vez a palavra vestibular, tornando-se aos poucos um exame seletivo. No início, o candidato realizava provas escritas e orais. Com o aumento da demanda nos cursos superiores, as provas passam a ser de múltipla escolha. Até a década de 1960, o exame de vestibular exigia apenas uma nota mínima para aprovação. Entretanto, com o aumento do número de concorrentes, o vestibular passou a ser classificatório. Outros tipos de provas surgiram: questões de somatório, questões abertas, discursivas e, mais recentemente, as questões contextualizadas, muito utilizadas nas provas do ENEM.

3. Porcentagem, análise de gráficos e tabelas

A escolha do conteúdo de porcentagem, análise de gráficos e tabelas, justifica-se pelo fato de que, nas provas do ENEM, esses conteúdos de matemática eram cobrados de forma contextualizada[1]. Como nosso objetivo de pesquisa é analisar transformações que vêm ocorrendo nos exames vestibulares de Matemática e como se deu a evolução histórica dos assuntos nos processos seletivos na Brasil, principalmente na UFMS e no ENEM, a partir da análise de diferentes tipos de questões aplicadas nas provas, observando as provas da UFMS e as provas do ENEM de 1998 até 2009, verificamos que alguns assuntos como: binômio de Newton, geometria analítica, números complexos, matrizes e determinantes, funções trigonométricas entre outros assuntos mais complexos não eram exigidos com tanto rigor nas provas do ENEM até 2008.

Observando as provas da UFMS no período de 1999 até 2004, verificamos que algumas questões tinham um modelo de elaboração.

UFMS 2003

11. Com base nas propriedades das funções exponenciais e logarítmica, é correto afirmar que:

(001) se $x \in R$, então $\log_{10}^{\left(\frac{x}{x^3+1}\right)} = \log_{10}^{(x)} - \log_{10}^{(x^3+1)}$

(002)a equação $(x-1)(x^2+3x+1)e^{(x^2-1)} = 0$ tem 3 raízes reais.

(004) se $x \in R$ e $e^{(x^3-x)} = 1$, então $x = 0$.

(008) se $\log_5^{(3x+1)} < \log_5^{(6x+19)}$, então $-\frac{1}{8} < x < 9$.

(016) a equação $\log_3^{(x-4)} + \log_3^{(x+4)} = 2$ tem uma única raiz real.

---

[1] Por enquanto nossa pesquisa está em fase de seleção e análise das questões dos vestibulares da UFMS e ENEM.

UFMS 2003

16. Com base nas propriedades sobre números reais, é correto afirmar que:

(001) se x é um numero real positivo, então $x^6 \geq x^4$.

(002) se x é um numero real, diferente de zero, então $(-x)$ é negativo.

(004) se x é um numero real tal que $3x - 2 > x + 2$, então $x - 2 > \dfrac{x-5}{4}$

(008) se x é um numero real, então $x^2 \geq -x$.

(016) se $\left|\dfrac{1}{3x-1}\right| = 1$, então $x = 0$ ou $x = \dfrac{2}{3}$.

UFMS 2003

18. Com base nas propriedades do polinômio e dos números complexos, é correto afirmar que:

(001) se a e $(1 - ia)(a + i)$ são números reais, então $a = 1$.

(002) $(1 + i\sqrt{3})^{21}$ é um número real

(004) se $p(x) = ax^2 + 3$ é tal que $p(x) - p(x-1) = 4x - 2$ para todo real x

(008) o polinômio $2x^3 - 4x^2 - 14x + 28$ é dizível por $2x - 4$

(016) se $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + ab$ é tal que $p(1) = 2p(-1) = 12$, então $a + b = 5$.

UFMS 2002

18. Com base nas propriedades sobre números, é correto afirmar que:

(001) o menor número primo positivo que não divide 210 é 17.

(002) $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \cdots + \dfrac{1}{2^{100}} = 2 - \dfrac{1}{2^{101}}$

(004) dividir um numero por 0,00625 equivale a multiplicá-lo por 160.

(008) a equação do segundo grau $x^2 + bx + c = 0$, cujas raízes são $3 + \sqrt{2}$ e $3 - \sqrt{2}$, tem como discriminante $\Delta = 16$.

(016) $\sqrt{5} - \sqrt{5 + \sqrt{5}} - \sqrt{5 - \sqrt{5}} = 10$

Observamos também que a partir de 2001, as provas do Concurso Vestibular/UFMS passam a ser realizadas em dois dias consecutivos, onde a primeira prova, elaborada nos moldes da prova do ENEM, com 63 questões objetivas de múltipla escolha contextualizadas e uma redação. Seguem abaixo exemplos de questões desse vestibular.

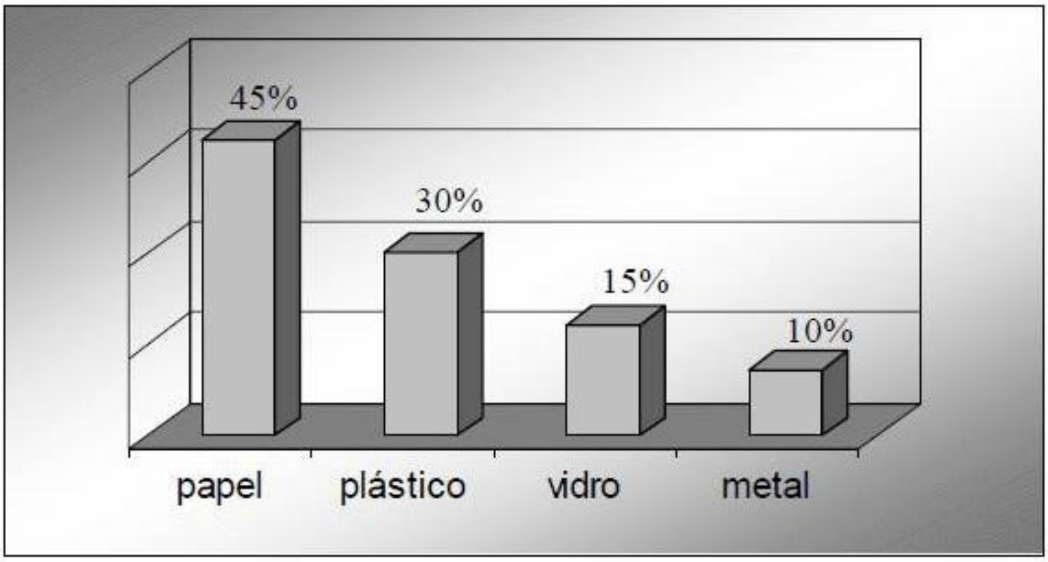
UFMS 2001

Texto para as questões 56 e 57.

Uma das melhores formas de destinar o lixo é a reciclagem. Através dela, o lixo é transformado em matéria prima com substancial economia de energia, água e dinheiro. Empregos podem ser gerados na coleta, na separação, na comercialização e na própria reciclagem. Fazendo uma coleta seletiva do lixo doméstico, podemos transformar quase 90% do que jogamos fora diariamente em alguma forma de riqueza. Sabendo disso, os moradores do Condomínio Céu Azul resolveram fazer uma coleta seletiva de lixo e assim gerar um rendimento mensal para ser aplicado em melhorias do Condomínio. Instalaram, para isso, coletores do lixo diferenciados por suas cores e iniciaram a coleta seletiva.

Durante as duas primeiras semanas, foram coletados 900 kg de lixo, dos quais 80% puderam ser encaminhados para reciclagem, conforme porcentagens especificadas no gráfico abaixo.

Com base nesses dados, responda às questões 56 e 57.



56. O total dos resíduos derivados de plástico que foram encaminhados para reciclagem pelo Condomínio Céu Azul foi de

(A) 176 kg.
(B) 196 kg.
(C) 216 kg.
(D) 236 kg.
(E) 256 kg.

57. Sabendo-se que cada 50 kg de papel encaminhado para reciclagem substitui o corte de uma árvore, pode-se concluir que o Condomínio Céu Azul poupou o corte de

(A) pelo menos 6 árvores.
(B) mais de 7 árvores.
(C) exatamente 5 árvores.
(D) exatamente 4 árvores.
(E) menos de 3 árvores.

4. Aspectos do referencial teórico e metodológico

Para a análise dos dados de nossa pesquisa, as noções de Transposição Didática de Chevallard (2001), e os conceitos de Cultura Escolar, Vulgata e Disciplina proposta por Chervel (1990), serão suficientes para dar um embasamento teórico ao nosso projeto, embora esses dois autores sejam de opiniões diferentes em relação à existência de uma cultura produzida ou trabalhada em uma instituição escolar, quanto a sua autonomia.

A teoria da transposição didática analisa as transformações sofridas pelo saber acadêmico (ou sábio) no percurso desde que ele é produzido até chegar em sala de aula. Como estamos analisando as questões dos vestibulares e os documentos que orientam e regulamentam o ensino Médio e seus critérios de avaliação, podemos observar a transposição didática também no interior da escola, onde cada professor de matemática vai transformar as orientações curriculares para o Ensino Médio em conhecimentos a serem ensinados. Sua premissa diz respeito à determinação dos conteúdos, à estruturação dos valores, dos objetivos e das maneiras de se conduzir a prática do ensino.

Então, utilizaremos a teoria da Transposição Didática, proposta por Chevallard (2001, p. 39) e caracterizada como:

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

A escolha da teoria da Transposição Didática justifica-se, como referencial teórico para este trabalho, pelo fato do ensino da matemática estar sujeito a transformações ao longo do tempo devido às influências da nova proposta do ENEM, uma vez que, neste momento, a Matemática passa a ser mais valorizada em relação aos exames anteriores, pois foi destinada uma área somente para a Educação Matemática.

Apesar de nossa pesquisa ter os documentos oficiais como fonte primária de dados, ela não vai consistir apenas em análise documental, pois pretendemos realizar uma análise de conteúdo, buscando decodificar mensagens que vão além das descrições burocráticas e formais:

> O objectivo da análise documental é a representação condensada da informação, para consulta e armazenagem; o da análise de conteúdo é a manipulação de mensagens (conteúdo e expressão desse conteúdo), para evidenciar os indicadores que permitam inferir sobre uma outra realidade que não a da mensagem (BARDIN, 2007, p. 41).

5. Considerações finais

Como estamos em fase de seleção das questões, ainda não possuímos resultados para apresentar nesse artigo, embora possamos observar a evolução no critério de elaboração das provas, principalmente nessa nova prova do ENEM, onde o conteúdo de matemática foi considerado difícil para a maioria dos candidatos, uma vez que a maioria dos participantes da prova teve pior desempenho na área de matemática em relação às outras três áreas do conhecimento. De acordo com o INEP, matemática foi a única das quatro provas que a maioria dos candidatos (57,7%) ficou abaixo da média de 500 pontos. As provas do ENEM são elaboradas por especialistas do INEP, com domínio da tecnologia em avaliação educacional empregada, que é especializada e complexa, e na qual o INEP possui experiência de mais de dez anos na Teoria da Resposta ao Item (TRI). Nessa modalidade, as notas mínimas e máximas são calculadas a cada edição, variando conforme o desempenho geral dos participantes e, na edição de 2009, a nota mínima em matemática foi 345,9 e a máxima de 985,1 pontos. Segundo informações do INEP, mesmo que se erre todas as respostas, não há nota 0 (zero). O candidato receberá uma nota inferior a outro que, tendo acertado pelo menos uma questão, tiver um melhor resultado e este, então, servirá de parâmetro para as notas inferiores.

Com a reformulação do exame, o ENEM passou também a servir para conferir a certificação de competências de Ensino Médio para estudantes com mais de 18 anos, substituindo o antigo Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) neste nível de ensino. A nota mínima indicada pelo INEP para certificação é 400 pontos. Fazendo uma comparação da pior nota (345,9) e a nota de corte para conferir os certificados do Ensino Médio, podemos deduzir que a maioria dos candidatos seriam concluintes em matemática.

Entretanto, esperamos que os resultados de nosso estudo contribuam para aprofundar a compreensão do tema e que possam servir de subsídio para profissionais atuantes na área, bem como para que outros pesquisadores venham a se utilizar deles como futuras fontes de pesquisa e que as avaliações propostas sejam mais coerentes em relação a cobrança dos conteúdos matemáticos e na utilização dos seus resultados.

Referências Bibliográficas

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. Tradução de: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. 4. ed. Lisboa: Edições 70, 2007.

BRASIL. *ENEM:* relatório pedagógico 2007. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2008.

_______. *Matriz de Referência para o ENEM 2009*. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília. Brasília: MEC/INEP, 2009.

_______. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio.* V. 2: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2006.

_______. *Qualidade da Educação:* uma nova leitura do desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília. Brasília: MEC/INEP, 2004.

_______. *Parâmetros Curriculares Nacionais.* V. 3: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Porto Alegre: *Teoria e Educação, n. 2,* p. 177-229, 1990.

CHEVALLARD, Y. BOSCH, M. GASCÓN, J. *Estudar matemática:* o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

htpp://www.copeve.ufms.br/Vst2009i/Others/Programa.html

http://www.inep.gov.br

MACHADO, S. D. A. (org). *Educação matemática:* uma (nova) introdução. 3ª. ed. revista. São Paulo: EDUC, 2008.

PAIS, L. C. *Didática da matemática:* uma análise da influência francesa. 2. ed.2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Uma história da matemática escolar no Brasil*: 1730-1930. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2007.

ENSINO DE PROBABILIDADES: VISÃO CLÁSSICA, FREQUENTISTA E GEOMÉTRICA

Thatiana Sakate Abe
Marilena Bittar
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

RESUMO: Essa pesquisa se encontra em andamento e pretende investigar a aprendizagem de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental diante de situações envolvendo diferentes visões de Probabilidade (frequentista, laplaciana e geométrica). Para tanto utilizaremos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988) e como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986). Queremos investigar como ocorre a aprendizagem de alguns conceitos de probabilidade e que situações envolvendo essas diferentes visões podem ser propostas aos alunos de modo a contribuir para uma aprendizagem que desenvolva as potencialidades probabilísticas dos alunos, ampliando sua capacidade de tomar decisões de forma que esse conteúdo também faça sentido fora do contexto escolar.
PALAVRAS-CHAVE: Probabilidade Geométrica. Probabilidade Frequentista. Probabilidade Clássica.

O entendimento de noções de caráter probabilístico e estatístico atualmente é importante para a vida de qualquer pessoa, pois a todo o momento somos cercados de informações, que temos que saber organizar e interpretar e que podem servir de base para agilizar a tomada de decisões. Dessa forma o seu ensino se faz indispensável e pode ajudar a escola no intuito de formar cidadãos atuantes na sociedade, mas estas noções não devem ser vistas e trabalhadas apenas como um conteúdo a ser somado ao currículo escolar.

Defendemos que o ensino da Probabilidade, para atender os objetivos da escola e levar o aluno a desenvolver seu pensamento probabilístico adequadamente, deve estabelecer relações internas com os demais conteúdos matemáticos. Um bom exemplo seria levar o aluno à compreensão da interpretação da probabilidade na forma de porcentagem que frequentemente é ensinada sem fazer alusão alguma à probabilidade.

O ensino probabilístico deve ir ao encontro do princípio da interdisciplinaridade,

[1] Mestranda do Programa de Pós -graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande/MS, bolsista da FUNDECT – Fundação de Apoio ao Desenvolvimento do Ensino, Ciência e Tecnologia do Estado do Mato Grosso do Sul. thaty_sakate@hotmail.com

[2] Coordenadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – UFMS, Campo Grande/MS, orientadora dessa pesquisa. marilena@nin.ufms.br

estabelecendo variadas relações entre a probabilidade e outras ciências e também não deve fugir do princípio da contextualização por meio de sequências de ensino envolvendo atividades, exemplos e resolução de problemas práticos que devem ser frutos da vivência do aluno.

Portanto, devemos fazer uso de toda informação (jornais, revistas, televisão, jogos, etc.) que cerca o aluno, favorecendo a atribuição de significados aos conceitos vistos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1998 incluíram o conteúdo de Probabilidade, dentro do bloco Tratamento da Informação, em conjunto com Combinatória e Estatística. Esta inserção é justificada pela necessidade de uma demanda social e sua constante utilização, para que o aluno consiga compreender as informações de seu cotidiano, lidando com dados estatísticos, tabelas, gráficos e, além disso, a raciocinar probabilisticamente e permitir que o aluno perceba que muitos acontecimentos são de natureza aleatória e que ele pode estimar possibilidades de ocorrência utilizando isso a seu favor.

Ainda com relação ao ensino do bloco Tratamento da Informação no geral, o Guia de Livros Didáticos do PNLD 2008 ressalta que:

> Quase todas as coleções incluem conceitos como princípios de contagem e possibilidade, chance e probabilidade. Deve-se ressaltar que, no campo do tratamento da informação, as maiores deficiências das coleções estão na abordagem destes conceitos. No trabalho com combinatória são freqüentemente encontradas deficiências, além de uma exploração muito superficial. Chamam a atenção as aplicações escolhidas, muitas vezes, inadequadas ou artificiais, usadas tanto para introduzir o conceito e os procedimentos de contagem, quanto nos problemas propostos aos alunos. É comum o uso do termo possibilidade referindo-se, inadequadamente, à probabilidade, talvez por influência do uso desses termos na linguagem coloquial. Igualmente problemática é a tentativa de introduzir a noção de probabilidade em termos da freqüência de ocorrência de um evento, tarefa nada simples para o nível de abordagem que se adota. Encontram-se também inadequações no trato das medidas de tendência central, como média, moda e mediana, e das medidas de dispersão, como o desvio-padrão (BRASIL, 2008, p.52)

O referido Guia afirma que devido o bloco Tratamento da Informação estar presente há pouco tempo entre os conteúdos do Ensino Fundamental ainda não se determinou uma organização mais precisa dos tópicos que devem prevalecer e de como esse ensino deve ocorrer. Isso nos levou a analisar alguns livros didáticos. De fato, observando as coleções aprovadas pelo PNLD/2008, percebe-se que não há um consenso sobre o que abordar nos conteúdos.

Confirmando nossa constatação, LOPES e MORAN (1999), nas análises dos livros didáticos, observaram que há uma distância evidente entre os objetivos propostos pelos PCN no ensino da estatística e probabilidade do ensino fundamental e a maneira como estão dispostos nos textos examinados. Existe uma simplificação evidente dos conteúdos e a utilização errônea da estatística apenas para exercícios matemáticos e não como estratégia de resolução de problemas.

Kobashigawa (2006), em sua pesquisa ao questionar os professores se eles têm conseguido trabalhar com Estatística, Probabilidade e Combinatória no Ensino Fundamental, nos moldes dos PCN, constatou que 54% dos professores entrevistados realizam um trabalho com *estatística*, apenas 19% introduzem um trabalho com os três assuntos, 18% fazem parcialmente um trabalho com este bloco e 9% não desenvolvem trabalho algum. Fica clara a dificuldade dos professores pesquisados em conduzir o ensino dos referidos assuntos. A autora também ressalta que deve ser observado que o problema pode estar na formação dos professores, pois geralmente são abordados de forma complexa e formalizada.

De acordo com MENDOZA e SWIFT apud LOPES (2008), a probabilidade e estatística deveria ser ensinada para que todos os indivíduos pudessem dominar conhecimentos básicos de estocástica para atuarem na sociedade. Segundo LOPES (2008, p.12) o estudo de temas como a Probabilidade e a Estatística, junto com outros também importantes, torna-se indispensável para a formação de um cidadão, pois o mundo está passando por mudanças cada vez mais rápidas por isso se torna "imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para tornar mais ágil a tomada de decisões e fazermos previsões em várias situações do cotidiano". Porém não é o que vem ocorrendo, o ensino tem deixado a desejar nesse sentido, principalmente por existir um grande espaço entre a Matemática ensinada nas escolas e vivenciada pelos alunos.

Após todas essas constatações, definimos que nosso objeto de estudo seria o ensino e aprendizagem de Probabilidade; a questão que nos veio então foi o que abordar? No Brasil, apenas a visão clássica ou laplaciana da probabilidade, trabalhando apenas com experimentos equiprováveis, é abordada, o que na opinião de pesquisadoras como Coutinho e Lopes limita muito o ensino, pois abordagens como a visão frequentista e a geométrica possibilitam a utilização de situações mais próximas à realidade dos alunos.

Com base em alguns questionamentos e por meio das análises de leituras efetuadas, definimos, finalmente, a seguinte questão de pesquisa: *como ocorre a aprendizagem de alunos diante de situações envolvendo três diferentes visões de probabilidade (clássica, frequentista e geométrica)?*

Como objetivo geral, para tentar responder nossa questão, pretendemos **investigar a aprendizagem de probabilidade por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, levando em consideração situações envolvendo diferentes visões de probabilidade (clássica, frequentista e geométrica)**.

Para atingir esse objetivo geral definimos os seguintes objetivos específicos: **investigar e analisar dificuldades e erros que os alunos enfrentam no estudo de probabilidade,** pois assim acreditamos poder entender quais os são os principais problemas na aprendizagem desse conceito e a partir daí elaborar as atividades para depois **estudar estratégias utilizadas por alunos na resolução de problemas probabilísticos específicos às três visões** e assim, compreender como se desenvolve a aprendizagem.

Metodologia de Pesquisa

Como queremos investigar a aprendizagem, vamos verificar como o sujeito aprende e para nós o aluno aprende numa perspectiva construtivista piagetiana, como um processo de aquisição de conhecimento por adaptação que ocorre por meio da assimilação e acomodação, na passagem de um estágio de desequilíbrio para um de equilíbrio.

Na assimilação o sujeito se apropria de um objeto e cria para ele um significado próprio. Depois, para haver acomodação criam-se novos significados, ou há uma reestruturação de esquemas anteriores, e esse processo é chamado de equilibração, que é onde a aprendizagem acontece.

O trabalho de Piaget não era sobre educação, mas para a Didática da Matemática numa perspectiva construtivista, as situações de aprendizagem, são compostas por situações selecionadas pelo professor e são as interações sociais entre os alunos que devem provocar essa "adaptação", para a aquisição de um novo conhecimento.

Como estamos falando de aprendizagem numa perspectiva construtivista, iremos nos inspirar na Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986), que propõe um modelo de elaboração de situações para as quais o aluno constrói seu conhecimento. Além disso,

> [...] por meio da análise das situações didáticas é possível investigar a problemática da aprendizagem matemática e desvelar aspectos que ocorrem durante a resolução de problemas e a elaboração de conceitos pelos alunos (FREITAS, 2008, p.81).

A Teoria das Situações Didáticas se apóia em três hipóteses. O aluno aprende adaptando-se ao meio; o meio sem intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos e finalmente o meio e as situações devem envolver significativamente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

A situação didática é o objeto central da teoria das situações e pode ser definida como:

> o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1978, APUD ALMOULOUD, 2007, p.33).

O professor, para ensinar um conteúdo, prepara um conjunto de situações que compreendem o meio, que envolve todo o entorno do aluno. Um exemplo a ser mencionado seria a utilização de um jogo e o formato de desenvolvimento dessa atividade, ou seja, as regras do jogo. Assim, dizemos que a aprendizagem ocorre de acordo com as regras que são postuladas e na medida em que a situação se desenrola, levando em consideração a interação do aluno nesse meio.

Dentro das situações didáticas, existem ainda, as situações adidáticas, quando o aluno trabalha sem a interferência direta do professor sobre o saber. Para isso o professor apresenta um bom problema para o aluno para que ele aceite como seu, que queira resolver o problema sem que seja por obrigação escolar e sem ajuda do mestre, ou seja, deve haver devolução.

> O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. (BROUSSEAU, 2008, p.35)

Na situação adidática, o aluno tem um papel ativo em seu processo de ensino e aprendizagem: ele age, fala, reflete e evolui por iniciativa própria, passando por três fases distintas: ação (coloca seus saberes em prática para tentar resolver o problema, formula hipóteses empiricamente), formulação (tem que explicitar verbalmente sua hipótese, transformando o conhecimento implícito em explícito) e validação (tem que validar/demonstrar sua hipótese).

Analisando a situação adidática como um jogo, a fase da ação é quando o aluno se familiariza com as regras individualmente e começa a jogar. Neste ato, ocorre a exploração e após várias jogadas, o aluno consegue elaborar algumas estratégias.

Na segunda fase, de formulação, que pode ser em equipes, o grupo observa seu representante jogar e não pode dar palpites, porém, em seguida, são discutidas as jogadas para chegar a uma estratégia vencedora. Assim, cada um começa a estruturar o que observou e analisou na primeira fase para ser capaz de comunicar a seus colegas, ou seja, deve conjecturar uma solução.

Na fase de validação, a equipe propõe sua estratégia vencedora e deve conseguir demonstrá-la da melhor forma possível, além de, com argumentos válidos poder tentar desqualificar as afirmações do(s) adversário(s), como se fosse um debate de idéias.

Brousseau (2008, p.31) acreditava inicialmente que apenas as situações de ação, formulação e validação já compunham todas as situações de aprendizagem possíveis, até que durante as experiências desenvolvidas percebeu que apenas essas situações não eram suficientes e que os professores precisavam "rever o que já haviam feito", ou seja, institucionalizar o conteúdo trabalhado.

> Demoramos a perceber que os professores realmente eram obrigados a "fazer alguma coisa": tinham que dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-los; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas. (BROUSSEAU, 2008, p.31)

Assim, surgiu a necessidade de considerar a situação de institucionalização, na qual o professor dá *status* de saber aos conceitos ensinados. Neste momento, o professor "oficializa" o conhecimento matemático e, em conjunto com os alunos, sistematiza o que aprenderam para que os alunos reconheçam o que construíram.

Para ajudar a organizar essas situações e fazer as análises e validações propostas nos objetivos, utilizaremos a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988) como metodologia, pois também visa pesquisas que estudam os processos de aprendizagem de um dado objeto matemático, ou seja, favorece uma ligação entre a pesquisa e a ação pedagógica.

A Engenharia Didática leva esse nome por ter semelhanças com o trabalho de um engenheiro, que se apóia em seus sólidos conhecimentos teóricos e científicos para elaborar um projeto, mas que em certo momento, na execução, pode se deparar com problemas práticos e imprevisíveis.

Na prática educativa, os princípios da Engenharia Didática devem ser vistos como práticas investigativas, nas quais o professor deve agir de forma a discutir e pôr a prova os conteúdos que vão sendo trabalhados, levando em conta os conhecimentos prévios do aluno, de modo a instigá-los para que ocorra a compreensão do conhecimento exposto.

Como metodologia de pesquisa, é definida por Artigue (1988, p.196) como "um esquema experimental baseado em <<realizações didáticas>> na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino", e assim abre caminhos para a experimentação na sala de aula como prática de investigação.

Machado (2008, p.238) afirma que "o processo experimental da Engenharia Didática se compõe de quatro fases": análises preliminares; concepção e análise *a priori* das situações didáticas; experimentação e análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase, momento em que devem ser realizadas análises preliminares, as hipóteses cognitivas e didáticas serão formuladas, pois são elas que irão fundamentar toda a estrutura da Engenharia Didática e como recomenda Pais (2001, p.101) deve se "proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemológica, cognitiva, pedagógica, entre outras".

Na fase de concepção e análise a priori, deve ser feita a construção das situações e para tanto, inicialmente são delimitadas variáveis micro-didáticas, que se referem a apenas uma sessão da engenharia e as macro-didáticas, que se refere ao conjunto todo, a organização geral.

O objetivo da análise *a priori* é determinar hipóteses de como as escolhas efetuadas e as variáveis que admitimos pertinentes, permitem controlar os comportamentos dos alunos, explicar seu sentido podendo assim controlar a realização das atividades dos alunos, identificando os fatos observados e compreendê-los.

Em resumo a análise *a priori* se compõe da elaboração das atividades, da divisão das sessões, do tempo, na escolha do grupo envolvido na pesquisa, da justificação da escolha das variáveis, da descrição de estratégias de resoluções corretas ou não para prever possíveis problemas que possam acontecer durante a experimentação.

Na fase de experimentação, ocorre a aplicação da engenharia, momento de por em prática todas as situações didáticas construídas. Nela deve-se explicitar ao grupo pesquisado, os objetivos e as condições para a realização da pesquisa, ou seja, estabelecer a relação entre professor, aluno e pesquisador, além de poder serem feitas alterações necessárias, quando houver um problema ou imprevisto não identificado na análise *a priori*.

Todos os registros obtidos ao longo da experimentação como: gravações, filmagens, transcrições, questionários, produções dos alunos e observações pertinentes, são examinados com atenção na análise *a posteriori*, pois é nessa fase que deve ser feito o tratamento das informações coletadas.

Para finalizar há a confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori* (validação interna), que podem legitimar ou refutar todas as hipóteses levantadas na análise *a priori*.

Em nossa pesquisa, levando em consideração as dimensões epistemológica, cognitiva e didática, inicialmente foi feito uma leitura minuciosa dos PCN, para averiguar o que eles sugerem ser ensinado quanto ao conteúdo de Probabilidade no Ensino Fundamental. Além disso, por considerarmos o livro didático a principal fonte de pesquisa dos professores também analisamos o Guia de livros didáticos do PNLD 2008, para saber como está sendo feita a abordagem desse conteúdo.

Considerando as análises do Guia do PNLD/2008, sentimos a necessidade de ver algumas das coleções aprovadas e escolhemos duas por serem as mais utilizadas pelos professores: a coleção Tudo é matemática de Luiz Roberto Dante e a coleção Novo Praticando Matemática de Alvaro Andrini e Maria José Couto de V. Zampirolo.

Seguindo ainda as orientações, estamos realizando uma análise detalhada de livros, artigos e pesquisas realizadas na área de Probabilidades, para verificar o que já foi feito, para onde as pesquisas apontam e identificar problemas didáticos e epistemológicos.

Na continuidade, entendemos ser importante realizar uma atividade em sala de aula, com a aplicação de alguns problemas e perguntas abertas, como um teste piloto, objetivando identificar alguns pontos como quais são os conceitos pré- construídos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e assim identificar concepções errôneas, para podermos delimitar as variáveis didáticas e construir a sequência didática.

Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: SEF/MEC,1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Programa Nacional do Livro Didático.** Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática (séries/ anos finais do Ensino Fundamental**.** Brasília: SEF/MEC,1998.

BROUSSEAU, G**. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas – conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Editora Ática, 2008. 128p.

KOBASHIGAWA, M. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental: das Prescrições ao Currículo Praticado pelos Professores**. São Paulo, 2006. 200p. Dissertação (mestrado profissional em ensino de Matemática) – PUC/SP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental*: *uma análise curricular**. Campinas, SP: Faculdade de Educação da UNICAMP,1998. 125p. (Dissertação, Mestrado em Educação).

LOPES, C. A. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. *Cad. CEDES* [online]. 2008, vol.28, n.74, p. 57-73.
MACHADO, S. (org.). **Educação Matemática uma introdução**. São Paulo: Editora da PUCSP, 1999.
PAIS, L. C. **Didática da Matemática uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2ª Edição, 2005.